OYUNLAR KURAMI YAKLAŞIMI

Prof. Dr. Halim DOĞRUSÖZ*

Çıkar çatışmalarının söz konusu olduğu durumlardaki karar verme, önemli karar verme durumlarıdır. Sendika-işveren ilişkileri, firmalar arası çıkar yarışmaları, spor yarışmaları, uluslararası çatışmalar (diplomatik veya savaş durumu); dama, satranç vb. oyunlar ve en belirgin olarak kumar oyunları, böyle karar verme durumlarına tipik örnekler olarak gösterilirler. Böyle bir karar verme durumunda en iyi (optimum) kararı saptamaya yol gösterici olma amacı ile, Amerikalı matematikçi John Von Neuman tarafından geliştirilmiş bir kuram vardır. Von Neuman, böyle karar verme durumlarını, en tipik hal olduğu için birer oyun (kumar vb.) olarak nitelemiş ve bu kurama "Theory of Games" adını vermiştir. Bu nedenle biz de Türkçe'de "Oyunlar Kuramı" deyimini kullanıyoruz. Von Neuman, teorisini açıkladığı "Theory of Games and Economic Behaviour" adlı kitabında, asıl amacının ekonomik sürece ve bu süreç içindeki karar verme durumlarına açıklık getirmek olduğunu söylüyor. Aslında derin ve geniş düşünülürse, insanlar arasındaki bütün ilişkiler, bütün toplumsal olaylar, oyunlar kuramı anlamında, birer oyundur. Bu anlamda **oyun, birden fazla karar vericinin kararının etkilediği bir sonucun söz konusu olduğu ve bu sonuca bu karar vericilerin verdiği değerlerin farklı, hatta karşıt oluşu (çıkar çatışması) durumudur.** Gerçekten, bir kumar oyununun sonucuna, bütün parasını kaybeden kumarbazla, kazanan kumarbazın verdiği değer, kuşkusuz farklıdır ve uyuşmaz. Bu gibi uyuşmazlık durumları, bu derece kesin olmamakla birlikte, aile içi ilişkiler (hatta en uyumlu ailelerde), ortaklar arası ilişkiler, dostlar arası ilişkiler için bile geçerlidir.

Von Neuman, oyunları

1) Sıfır toplamlı oyunlar,
2) Sıfır toplamlı olmayan oyunlar

adıyla iki gruba ayırıyor ve oyuncular için optimum stratejiyi saptamada, oyuncular arasında iletişim olup olmamasının, sıfır toplamlı oyunlarda hiç bir etkisi olmadığını, fakat sıfır toplamlı olmayan oyunlarda önemli olduğunu ispatlıyor. Daha açık olarak, bu ikinci tür oyunlarda, oyuncular arasında etkin bir iletişim olursa, bütün taraflar daha kazançlı çıkıyor, aksi halde herkes daha zararlı oluyor. Aşağıda bu durum basit örneklerle açıklanacaktır.

Oyun Durumunun Matematik Modeli

$0_1, 0_2, \ldots\ldots 0_n$ gibi n tane karar verici (oyuncu) göz önüne alalım, s^1, 0^1 oyuncusunun oyunda uyguladığı strateji, s_2, 0_2'nin uyguladığı strateji vb. olsun. Bu oyunda elde edilecek sonucu bir q sembolü ile gösterirsek, q sonucu $s_1, s_2, \ldots\ldots, s_n$'ye bağımlı, yani $s_1, \ldots\ldots, s_n$'nin işlevi (fonksiyonu) olur. Yani : $q = q(s_1, \ldots\ldots, s_n)$ dir.

Diğer taraftan, q sonucunun bu oyuncular için değerleri $v_1, v_2, \ldots\ldots, v_n$, $v_1 = h_1(q)$, $v_2 = h_2(q)$ $\ldots\ldots, v_n = h_n(q)$ şeklinde ifade edilmiş olsun. q yerine ifadesi konarak;

$$v_i = h_i(g(s_1 \ldots, s_n)) = \pi_i(s_1, \ldots s_n)$$

yazılabilir. Yani, oyun sonucunun 0_i oyuncusuna olan v_i değeri; $s_1 \ldots, s_i, \ldots, s_n$ stratejilerinin işlevi olmaktadır.

Böylece, bu değer işlevlerini dikkate alarak $s_1, s_2, \ldots, s_n$ stratejilerinin en iyi değerleri $S_1^x, s_2^x, \ldots, s_n{}^x$'i tespit işine, oyunu çözmek ve bu en uygun stratejiler n'lisi $(s_1^x, s_2^x, \ldots, s_n^x)$'ye, oyunun çözümü denir. Burada $s_1^x, s_2^x, \ldots$ stratejileri, her oyuncuya, elde edebileceği en iyi sonucu veren stratejiler olarak, bir anlamda en iyi (optimal) stratejilerdir.

Her $(s_1, \ldots, s_n)$ strateji n'lisi için

$$\Sigma\ \pi_i(s_1, \ldots, s_n) = 0$$

şartını sağlayan bir oyuna **sıfır toplamlı oyun**, aksi halde **sıfır toplamlı olmayan oyun** denir. Genellikle oyun salonlarında oynanan (kumar ve benzeri) oyunlar sıfır toplamlıdır.

n=2 olan bir sıfır toplamlı oyunda, açık olarak,

$$\pi_1(s_1, s_2) + \pi_2(s_1, s_2) = 0 \rightarrow \pi_2(s_1, s_2) = -\pi_1(s_1, s_2)$$

özelliği vardır. Böylece oyunculardan birinin de-

* ODTÜ. Fen - Edebiyat Fak. İstatistik Bölümü Başkanı.

ğer fonksiyonunu bilmek yeterli olur. Böylece oyuncuları belirleyen endislerden vazgeçerek 0_1 oyuncusunun değerine $\pi(s_1, s_2)$ diyebiliriz. Eğer s_1 ve s_2 stratejilerinin sonlu sayıda işlevi varsa, böyle iki oyunculu ve sıfır toplamlı oyunu bir matrisle (tabloyla) temsil etmek mümkündür. Örneğin, 0_1 oyuncusunun 5 strateji seçeneği olsun ve bunlar da $i=1,2,3,4,5$ şeklinde numaralanmış, benzer şekilde 0_2 oyuncusunun da $j=1,2,3,4$ şeklinde numaralanmış, 4 strateji seçeneği bulunsun. Bu halde 0_1'e olan değeri $\pi(s^i_1, s^j_2)$ yerine, daha sade olarak π_{ij} yazarak, $(\pi_{ij})_{5x4}$ matrisi, aşağıdaki gibi meydana getirilebilir.

		0_2'nin strateji seçenekleri			
		1	2	3	4
0_1'in strateji seçenekleri	1	18	3	0	2
	2	0	2	8	20
	3	5	4	5	6
	4	16	1	2	25
	5	9	3	0	20

Bu oyunda, görüldüğü gibi, örneğin 0_1 1 No.lu seçenek stratejiyi, 0_2 ise 4 No.luyu oynadığında 0_1,2 değeri kazanıyor, 0_2 ise aynı değeri kaybediyor (sonucun 0_2 için olan değeri -2 oluyor). Benzer şekilde, 0_1'in 4 ve 0_2'nin 1 seçeneklerini uygulamaları halinde sonucun 0_1'e olan değeri 16, 0_2'ye olan değeri ise - 16 dır.

Von Neuman, böyle iki oyunculu ve sıfır toplamlı oyunların çözümü için, çok ilginç bir matematiksel kuram geliştirmiştir. Bunun da temeli **denge çifti** (strateji çifti) ilkesine dayanır. Buradaki denge çifti öyle bir (i^*, j^*) strateji çiftidir ki, her iki oyuncu da bu stratejilerden ayrıldığında zararlı çıkar. Örneğin, yukarıdaki oyunda (3, 2) çifti bir denge çiftidir. Burada, $\pi_{3,2} = 4$,3 satırının en küçük ve 2 sütununun en büyük elemanıdır. Böylece en iyi denge çiftini saptamak için, değerler matrisinde her satırın en küçük elemanını bulup, bunlar arasında en büyüğünü yani $\max_i \min_j \pi_{ij} = \pi_i x_j x$'yi saptamak gerekmektedir. Bazı oyunlarda böyle bir denge çifti bulmak olanaklı olmayabilir.

Böyle haller için **karışık strateji** adı verilen stratejiler çifti, oldukça karmaşık matematiksel işlemler yardımı ile saptanmaktadır.

Sıfır Toplamlı Olmayan Oyunlar ve İletişimin Önemi

Oyunların genel bir çözüm yöntemi henüz geliştirilmemiştir. Ancak yukarıda değinildiği gibi, sıfır toplamlı iki oyunculu oyunlar için çözüm yöntemi mevcuttur. Oysa ki, gerçek hayat oyunlarının hemen hepsi sıfır toplamlı olmayan oyunlardır, hatta savaş bile... Çünkü, örneğin bombardımanda yok edilen bir kent, bombalayanın eline geçmez çünkü yok olmuştur, dolayısıyla, kaybedenin kaybı, kazanın kazancı olmamaktadır.

Sıfır toplamlı olmayan oyunlar, gerçek hayata en yakın olduğu için, incelenmesi ilginç ve yararlı olan oyunlardır. Bunlardan iki oyunculu olanları tıpkı iki oyunculu sıfır toplamlı oyunlar gibi matris (tablo) şeklinde temsil etmek mümkündür. Ancak bu halde, matrisin elemanları sayı çiftleri olmaktadır. Yani π^1_{ij} ve π^2_{ij} sırasıyla 0_1 ve 0_2'nin oyun sonucuna verdiği değerler olduğuna göre, şöyle bir matris

$$
\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ i \\ m \end{array}
\begin{array}{c} \quad 1 \quad 2 \ldots\ldots j \ldots\ldots n \\
\left[\begin{array}{c} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \left(\pi^1_{ij}, \pi^2_{ij}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \\ \end{array} \right] \end{array}
$$

oyunu karakterize eder.

Kesin çözüm için bir yöntem mevcut olmamakla birlikte, böyle oyunların incelenmesi, böyle oyun durumlarında en iyi çözüme ulaşmada kullanılması gerekli kuralların belirmesine yardım etmektedir. Bunlardan **iletişimin gerekliliği kuralını,** aşağıda verilen çok basit oyun örneği ile açıklamağa çalışacağız.

Söz konusu oyun literatürde klasikleşmiş ve **cinsiyetlerin savaşı** (Battle of the Sexes) adı ile anılmaktadır. Oyun, kısaca şöyle tanımlanabilir :

Bir genç adamla bir genç kadın (bir karı koca, iki nişanlı vb.), bir akşam hoşça vakit geçirmek için dışarıya çıkmayı planlamaktadır. Gidebilecekleri iki değişik eğlence vardır.

1. Bir boks maçı,
2. Bir bale temsili

Eğer her ikisi de aynı yere gitmeye karar verirse, beraberce gidecekler, aksi halde ayrı ayrı, biri boks maçına, diğeri de bale temsiline gidecektir. Tahmin edilebileceği gibi, genç adam boks maçını baleye, genç kadın ise baleyi boksa tercih etmektedir. Bununla birlikte, her ikisi de beraber olmaya değer vermektedir. İşte tipik bir çıkar çatışması karar durumu. Bu durumu, sıfır toplamlı olmayan bir oyun olarak aşağıdaki gibi temsil etmek mümkündür.

		Kadının Kararı	
		Boks Maçı	Bale Tem.
Erkeğin	Bale Tem.	(-1,-1)	(1,2)
Kararı	Boks Maçı	(2,1)	(-1,-1)

Yukarıdaki değerler tablosundan görüldüğü gibi, hem erkek ve hem de kadın boks maçına gitmeyi kararlaştırdıklarında, erkeğin tercihi gerçekleşecek ve sonuca verdiği değer (beraber olacaklarını da dikkate alarak) 2 olacaktır. Kadın kendi tercihi gerçekleşmediği için pek memnun değil; ancak, beraber olmanın mutluluğundan dolayı, gene de sonuca 1 değerini vermektedir. Simetrik bir durum da, her ikisinin de bale temsiline gitme kararını vermesi halinde doğmaktadır. Bu sonucun erkek için değeri 1, kadın için ise 2 dir. En arzu edilmeyen durum, her iki oyuncunun farklı yerlere gitme stratejilerini seçmeleri halinde doğmakta, (-1,-1) değer çifti ile değerlendirilen bir sonuç ortaya çıkmaktadır.

Bu oyunun en iyi çözümü, ne yazık ki yok. Ancak en kötü çözüm olan ayrı kalmadan kaçınılması sağlanabilir. Şimdi bunun nasıl olabileceğine bir bakalım. Durumu iki hal için inceleyeceğiz.

1. Taraflar karar vermeden önce, hiç bir şekilde konuşmayacaklar ve kararlarını kendi kendilerine düşünerek verecekler ve açıklayacaklar.
2. Taraflar, karar vermeden önce konuşacaklar ve bir uzlaşmaya varıp, ortak bir karar verecekler.

Şimdi, birinci durumu, dikkate alalım. Birinci oyuncu (erkek), şöyle bir düşünce yürütecek: "Ben beraberce boks maçına gitmeyi tercih ediyorum, o ise bale temsilini tercih ediyor. Buna göre, ben Boks M. Stratejisini seçsem, o da Bale T. Stratejisini seçerse, ikimiz de kaybederiz. Şu halde ben, özveride bulunup bale temsilini seçersem, onun isteği olur; fakat hiç olmazsa beraber olmanın mutluluğuna ereriz. Fakat ya o da aynı şekilde özveride bulunmayı düşünüp, boksa gitme seçimini yaparsa; o zaman gene kaybederiz. Gene bir sonuca varamadım". Bu duruma göre, tarafların sırf mantık yürüterek bir sonuca varmaları olanaksızdır. Seçimi yapmak için yazı-tura atmayı deneyebilirler. Yazı veya tura gelmesi olasılığı 1/2 olduğuna göre, bu yöntemle, her ikisinin boks maçında karar kılma olasılığı (1/2) (1/2)=1/4, benzer şekilde bale temsiline gitme olasılığı da 1/4, yani beraberlik olasılığı da 1/4+1/4=1/2 olmaktadır.

Halbuki, ikinci durumda, yani konuşarak beraberce karar verilirse, birlikte ya boks, maçına veya bale temsiline gitmeleri kesinleşmiş olur (olasılık 1,00). Ancak bu durumda, boks ile bale seçenekleri arasında bir seçme uyuşmazlığı çıkabilir. Bu takdirde, erkek kazak ise boksa, kadın kazak ise baleye gidilir. Kazaklık gösterisi karşısında karşı taraf isyan edince, her iki taraf da kaybeder. Bu takdirde tartışma, bir yazı-turanın sonucuna razı olma ile sonuçlanırsa, iş tatlıya bağlanır. Yazı-turanın sonucuna göre, boks ya da baleye beraberce gidilir.

Bu basit oyunun incelenmesi, sıfır toplamlı olmayan oyunlarla, taraflar arasında iletişimin önemini ve iletişim olmadığı takdirde her iki tarafın zararlı, aksi halde kazançlı çıkacağını göstermektedir. Kuşkusuz iletişimin soğukkanlı, akılcı ve duygulardan arınmış olması gereği vardır. Aksi halde duygular, örneğin öfkeyi tatmin, yeni bir boyut olarak işin içine girince, oyun matrisindeki değer ölçüleri bile değişebilir.

Yukarıdaki tartışmalar, insanlar arasında etkin (soğukkanlı, akılcı, hatasız) bir iletişimin önem ve yararının sadece bir tek yönüne işaret etmektedir. Halbuki, insanlar arasında iletişimin önem ve yararı, daha geniş kapsamlı temel bir konudur. Örneğin, amaçları aynı olan insanlar, iletişim hatası yüzünden bunu anlayamazlar ve çatışırlar. Veya karşı tarafın değer ölçülerini iyi anlamamak yüzünden, yanlış yargılar ve yanlış kararlara varılır. Şimdi, sağduyu sahibi bir okucuyu haklı olarak, bu sonuca varmak için oyunlar kuramına ne gerek var diyecektir. Kuşkusuz doğru. Fakat bu bilimsel yaklaşım, daha bir inandırıcı ve kuşkuları giderici değil mi?