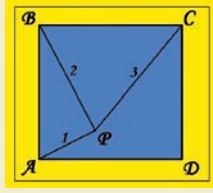




Açı Hesabı

ABCD ka-
resi içinde AP
= 1, BP = 2 ve
CP = 3 olacak
şekilde bir P



noktası alıyoruz. Verilen bu bilgilerin yar-
dımıyla APB açısını sizce bulabilir miyiz?

Problemin Kökü

Matematikçinin alabileceği en güzel haz-
lardan bir tanesi karmaşık gözükken bir yapı-
nın o berrak sadeliğini keşfedebilmektir. Bu
hazı tadabilmek için işte size bir fırsat: aşa-
ğıdaki karekök toplamlarına eşit olan A'nın
değeri nedir?

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} = A$$

Tekrarlı Sayılar

Şimdi üç basamaklı rasgele bir sayı düşü-
nelim, örneğin 479. Ardından tuttuğumuz sa-

yının bir kop-
yasını alıp
orijinalinin
yanına ekleyelim,
479479. İl-
ginçtir ki bu
şekilde elde ettiğimiz tüm tekrarlı sayılar her
zaman 91 ile tam bölünür, $479479 / 91 =$
 5269 . Bu bir rastlantı mıdır yoksa gerçekten
matematiksel bir ilişki mi vardır?



Çemberden Arta Kalan

En içteki
çemberin ya-
rıçapının r ol-
duğunu bili-
yoruz. Bu du-
rumda a) kır-
mızı alanlar
toplamı b)
mavi alanlar
toplamı c) turuncu alanlar toplamı acaba ne
olur?



Geçen Ayın Çözümleri

Sinema Problemi

Sorunun çözümü için akıllı bir algoritma
yardımıyla deneme yanılma yöntemini kullan-
mak yeterli olacaktır. Sağlamamız gereken
iki değer var: 1) seyirci sayısının 100 olması,
2) toplanan paranın 100 YTL olması. Örneğin
10 tam bilet satılsaydı 100 YTL'miz olurdu
ancak seyirci sayımız 100 olmazdı. Şimdi di-
ğer seçenekleri deneyelim. 9 tam 90 öğrenci
1 emekli satılırsa 99.5 YTL, 9 tam 89 öğrenci
2 emekli satılırsa 99.9 YTL, 9 tam 88 öğ-
renci 3 emekli satılırsa 100.3 YTL para topla-
nmış olur. Demek ki 9 tam bilet satılmış
olamaz. 8 tam bilet satılan durumları biraz in-
celediğimizde aradığımız sonucun 8 tam 65
öğrenci ve 27 emekli bilet olduğunu rahatlıkla
bulabiliriz.

Sayıardan Piramit

Piramidin ta-
banındaki sayıla-
rın dizilimini sı-
rasıyla a, b, c, d,
e, f şeklinde
gösterirsek zir-
vede $a + 5b +$

		200			
	89	111			
40	49	62			
17	23	26	36		
5	12	11	15	21	
1	4	8	3	12	9

$10c + 10d + 5e + f = 200$ toplamını elde ede-
riz. Artık yapmamız gereken 1, 3, 4, 8, 9 ve
12 sayılarını kullanarak bu eşitliği sağlamak.
Eşitlik simetrik olduğu için örneğin a'nın bu-
luğunda yerde kullanılan bir sayı f'nin oldu-
ğu yerde de kullanılabilir, bu durum eşitliği
bozmayacaktır. Aynı durum b ile e ve c ile d
arasında da geçerlidir. Bu kurala göre birden
fazla çözüm üretilebilir ancak burada biz 1
tanisini vereceğiz: a=1, b=4, c=8, d=3, e=12,
f=9. (Çözüm: M. Temel Korkmaz / BURSA)

Garanti mi?

5'li sayı dizimizi 3 ile bölünme özelliğine
göre 3 gruba ayırabiliriz: 3n, 3n+1, 3n+2 gru-
bu. Şimdi bize verilen 5 sayıyı bu gruplara
dağıtalım. Eğer herhangi bir grupta 3 veya
3'ten fazla eleman olursa bu gruptaki 3 ele-
manı seçerek toplamları 3'e bölünebilen bir
sayı elde edebiliriz. Ya da her grupta en az
bir eleman varsa yine her gruptan 1 eleman
seçerek toplamlarının 3'e bölünmesini sağla-
yabiliriz ($3n + (3n+1) + (3n+2) = 9n + 3 = 3k$).
Her koşulda bahsettiğimiz bu iki durum-
dan en az biri geçerli olacağına göre verilen
sayılardan bağımsız olarak seçeceğimiz 3 sa-
yının toplamının 3 ile bölünmesini garanti
edebiliriz.

Dakik Tren

Kondüktör saatine 8 km sonra baktığına
göre hareket saati ve dakikasından tam
 $\frac{8}{33} \times 60 = 14 \frac{6}{11}$ dakika geçmiş demektir. Bu
esnada akrep ile yelkovanın üst üste oldu-
ğunu biliyoruz. Akrep ile yelkovan 12:00 hari-
cinde 12 saatlik süre boyunca 11 defa daha
üst üste gelir. Yani $11 \times \frac{12}{60} = 65 \frac{5}{11}$ dakikada
bir akrep ile yelkovan birbirine kavuşur. Tren-
nin tam bir saat ve dakikada kalkmasını ayar-
lamak için $6/11$ dakikalık kısmı olan akrep
ile yelkovanın üst üste gelme süresini seçme-
miz gerekir. Bu da 10. kavuşma olan ve saat
12:00'den 10 saat $54 \frac{6}{11}$ dakika sonra gerçek-
leşecek kavuşmadır. Demek ki tren (10 saat
 $54 \frac{6}{11}$ dakika) - ($14 \frac{6}{11}$) = 10:40 veya
22:40'da hareket etmiştir.

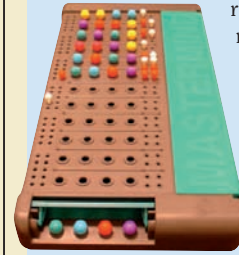
Matematığın Şaşırtan Yüzü

Renkli Toplar - 2

Bölümümüzü takip eden okuyucuları-
mız geçen ay sorduğumuz sorunun cevabını
bu aya bıraktığımızı hatırlayacaklardır.
Bu ayki yazımızda üç farklı renk içinden
seçilen iki topun rengi ve sırasını en az sa-
yıda tahminle bulmaya çalışacağız.

Topların farklı renkte olması gerekmedi-
ğinden 3 renk içinden iki topu 9 şekilde se-
çebiliriz. Eğer akıllı bir yönteminiz yoksa ve
şanslı gününüzdeyseniz 1 tahminde, şans-
sız gününüzdeyseniz 9 tahminde kesinlikle
sonucu bulursunuz. Yazıda bahsettiğimiz
"akıllı yöntem" sayesinde ise en fazla 4 tah-
minde doğru sonucu bulmak mümkün. Ye-
rimizin kısıtlı olması nedeniyle çözümün bazı
kısımlarını ne yazık ki sizin tamamlama-
nızı isteyeceğiz.

İlk olarak 3 renk içinden aynı renkte 2
top seçelim. Rakibimiz 4 puan verirse 1 tah-
minde doğru sonucu bulmuşuz demektir.
Öte yandan 0 ya da 2 puan da almış olabiliriz.
Şimdi 0 puan alma durumunu inceleyelim



(2 puan alma du-
rumunda yapılacakla-
rı araştırmayı seven
okuyucularımıza bı-
rakıyoruz). Böyle
bir durumda hangi
rengin kullanılmadığı
artık biliyoruz demektir.
Kalan 2 renkten bi-
rer top olarak
ikinci tahminimizi

yaparız. Bu durumda sadece 2 olasılık var-
dır: ya 4 puan alırız ve ikinci tahminde ka-
zanırız ya da 2 puan alırız ve oyuna devam
ederiz. 2 puan almamız 2 farklı sebepten
olabilir. Tahminimizdeki 2 topun yerleri so-
rulan sırayla ters olabilir ya da bulmamız
için aynı renkten 2 top seçilmiş olabilir. Bu
durumda üçüncü tahmin için ikinci tahmini-
mizdeki 1 topu sabit tutarız ve diğerini sa-
bit tuttuğumuzla aynı renkte olacak şekilde
seçeriz. 4 puan alırsak üç tahminde oyunu
bitirmişiz demektir. 2 puan alırsak ikinci
tahminde yaptığımız tahmindeki sıranın
ters çevrilmesi gerektiğini anlarız ve dör-
düncü tahminimizi bu şekilde yaparak kaza-
nırız. Üçüncü tahminde 0 puan alırsak çı-
kardığımız rengin doğru cevap olduğunu
anlarız ve dördüncü tahmini bu renkteki
toplarla yaparak oyunu yine kazanırız.

Peki birinci tahminimizde 2 puan almış
olsaydık ne olurdu? Bu durumu, anlattığı-
mız aynı yöntemle irdelerseniz yine en fazla
4 tahminde sonuca ulaşacağınızı görürsünüz.
Son derece zevkli olan mantık bağı
kurgusunu biraz da zorunlu olarak size bı-
rakıyoruz. Sonuç olarak algoritmamız saye-
sinde en şanssız günümüzde bile 4 tahmin-
de oyunu kazanabiliyoruz.