

Değerli okurlarımız, Eğlence Havuzu ve Olimpik Havuz köşelerinde yer alan problemlerden herhangi birinin doğru çözümünü gönderen ilk iki okuyucumuza TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları'ndan birer kitap hediye edeceğiz. Soruların yayımlandıkları ayın ilk 15 gününde, çözümlerinizi birlikte yazışma adresinizi de matematik.havuzu@tubitak.gov.tr adresine göndermeniz gerekiyor.

## Süs Havuzu

2 = 1

Kabul edelim ki	$a = b$ olsun
Her iki tarafı $a$ ile çarpalım	$a^2 = ab$
Her iki taraftan $b^2$ çıkaralım	$a^2 - b^2 = ab - b^2$
Çarpanlara ayıralım	$(a + b)(a - b) = b(a - b)$
$a - b$ ile sadeleştirelim	$a + b = b$
$a$ yerine $b$ yazalım	$2b = b$
$b$ ile sadeleştirelim	$2 = 1$

Beşinci satırda  $a-b=0$  ile sadeleştirme yapılmış olmasa, yanlış bir sonuç elde etmemize neden olmuştur.

31	asal
331	asal
3331	asal
33331	asal
333331	asal
3333331	asal
33333331	asal
333333331	asal
	$17 \times 19607843$

$1 \times 1 = 1$
$11 \times 11 = 121$
$111 \times 111 = 12321$
$1111 \times 1111 = 1234321$
$11111 \times 11111 = 123454321$
$111111 \times 111111 = 12345654321$
$1111111 \times 1111111 = 1234567654321$
$11111111 \times 11111111 = 123456787654321$
$111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$

### HEP Mİ 153

3'ün katı olan bir sayı alın. Her basamağının küpünü ayrı ayrı hesaplayıp bunları toplayın. Elde ettiğiniz yeni sayıya da aynı işlemi uygulayın. Bu şekilde devam ederseniz, eninde sonunda 153 ile karşılaşacaksınız. Örneğin tuttuğumuz sayı 24 olsun, ilk adımda  $2^3 + 4^3 = 72$  elde ederiz. İkinci adımda bulduğumuz sayı  $7^3 + 2^3 = 351$  olur. Sonraki adımda  $3^3 + 5^3 + 1^3 = 153$  sayısına ulaşırız. (Ayrıca  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 153$ ) (Hatta  $1! + 2! + 3! + 4! + 5! = 153$ )

## Kum Havuzu

Eylül ayında dört temel işlem, dört adet 7 ve bir adet 1 ile 100 sayısının nasıl elde edilebileceğini sormuş ve çözümünü geçen ay yayımlamıştık. Dört temel işlemin yanı sıra verilen sayıların yan yana yazılmasına da izin verilmiş olsa, ilginç ve sade bir çözüm yolu daha bulunabiliyor. Bilkent Üniversitesi Matematik Bölümü öğretim üyelerinden Ali Sinan Sertöz kendi deyimini bu "muzip" çözüme de dikkatimizi çekiyor:  $177 - 77 = 100$

### 24 SAYISININ GİZEMİ

3'ten büyük hangi asal sayıyı alırsanız alın, bu sayının karesinden 1 çıkarınca kalan sayı 24'e bölünür. Örnek olarak  $p = 11$  alırsak,  $11^2 - 1 = 120$  olur ve 120 sayısı 24 ile tam olarak bölünebilir. Bunun sebebini açıklayabilir misiniz?

### YİNE Mİ 24...

Aklınızdan bir sayı tutun. İki ile çarpın. 48 ekleyin. İkiye bölün. İlk tuttuğunuz sayıyı bundan çıkarın. Sonuç : 24 İsterseniz başka bir sayı tutarak tekrar deneyin. Yine 24. Sebebini açıklayabilir misiniz?



12 kg %25

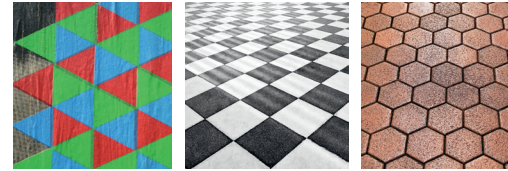
### SIVI GÜBRE KARIŞIMI

Eyüp ağaçları gübrelemek için 12 kg %25'lik sıvı gübre karışımı (%25 etkin madde, %75 su) kullanacak. Satılan hazır gübreler ya %15'lik ya da %30'luktur. 12 kg %25'lik sıvı gübre elde etmek isteyen Eyüp nasıl bir yol izlemelidir?

### DÜZLEMİ DÖŞEME

Düzlemin düzgün  $n$ -genlerle tamamen kaplanmasına döşeme adı verilir. Şekilde düzgün üçgenler, düzgün dörtgenler ve düzgün altıgenlerin kullanıldığı üç örnek verilmiştir.

Başka hangi düzgün çokgenler ile düzlemi tamamen kapatabileceğimizi belirleyiniz.



### OYLAMA

Bir yarışmada jüri üyelerinin herbiri Ateş, Güneş ve Toprak isimli yarışmacıları başarılarına göre gizli oylama ile sıralandırıyor. Sonuçlara bakıldığında çoğunluğun Ateş'i Güneş'e göre daha başarılı bulduğu ve gene çoğunluğun Güneş'i Toprak'tan daha başarılı bulduğu görülüyor.

Bu durumda oyları saymadan çoğunluğun Ateş'i Toprak'tan daha başarılı bulduğunu söyleyebilir miyiz?



## Eğlence Havuzu

### 100 ELDE ETME

Aşağıdaki sayıların (sırasını değiştirmeden) aralarına sadece +, -, ×, veya / sembollerini koyarak ve istediğiniz kadar parantez kullanarak 100 elde edebilir misiniz?

#### Örnekler:

5, 5, 9, 8 ve 3 sayıları kullanılırsa  
 $5/5 + 9 \times (8 + 3) = 100$  elde edilir.

7, 4, 3, 6 ve 2 sayıları kullanılırsa  
 $7 \times 4 + (36) \times 2 = 100$  elde edilir.

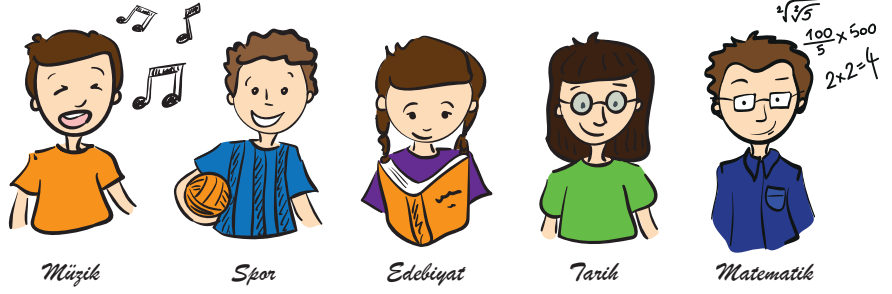
- 8 8 8 5 1 4
- 1 6 5 7 7 7
- 1 9 9 5 9 9
- 7 7 4 4 6 9 4
- 2 2 2 2 9 7 4
- 4 2 6 1 9 1 9

### ÇAKIŞAN DOĞUM GÜNLERİ

Bir yılda en fazla 366 gün olduğuna göre 367 kişilik bir toplulukta doğum günleri aynı güne denk gelen en az iki kişi bulunacağı aşikârdır. Sizce en az kaç kişilik bir toplulukta aynı doğum gününe sahip en az iki kişi bulunma olasılığı  $\frac{1}{2}$ 'den fazladır?

### EN BÜYÜK SAYI

Aritmetik işlemler ve işaretler kullanmadan sadece üç tane 9 kullanarak yazılabilecek en büyük sayı  $9^{9^9}$  dur. Üç tane 2 ile yazılabilen en büyük sayı nedir? Üç tane 3 ile? Üç tane dört ile? Dört tane 2 ile yazılabilen en büyük sayı nedir?



### TOPLANTILAR

Bir okuldaki öğrenciler matematik, edebiyat, tarih, spor ve müzik kulüpleri kurmuş. Matematikçiler gün aşırı, edebiyatçılar üç günde bir, tarihçiler dört günde bir, sporcular beş günde bir, müzikçiler de altı günde bir toplanıyor. Resmi tatil günlerinde de toplantılar yapılıyor. 31 Aralık 2012 tarihinde tüm grupların toplandığı biliniyor. 2013 yılı içinde tüm grupların toplandığı kaç gün vardır? 2013 yılı içinde hiç bir grubun toplanmadığı kaç gün vardır?

### HAVUZ TEMİZLİĞİ

Güneş, biri diğerinin iki katı büyüklüğünde iki yüzme havuzunun senelik temizliğini yapmak için küçük havuzda işe koyulur. Bir gün boyunca uğraştıktan sonra havuzun ancak bir kısmı tamamlanmıştır. Bunun üzerine arkadaşlarından yardım ister. Ertesi gün gelen arkadaşları ile iki eşit gruba ayrılıp çalışmaya koyulurlar. Günün yarısında öğle yemeği için ara verdiklerinde küçük havuz tamamlanmıştır. Öğleden sonra ise hepsi birden büyük havuzda çalışır ve akşama kadar işlerini tamamlarlar. Güneş'in yardımına kaç arkadaşı gelmiştir?



## Olimpik Havuz

### ÇÖZÜMSÜZ DENKLEM

$$\frac{x^{2000} - 1}{x - 1} = y^2 \text{ denkleminin}$$

pozitif tam sayı çözümleri olmadığını gösteriniz.

### ÇEMBERSELLİK

Bir ABC üçgeninde  $m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$  dir.

Bu üç-genin içinde  $m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{BOC}) = m(\widehat{COA})$  olacak şekilde bir O noktası alınıyor.

D ve E, sırasıyla AB ve AC kenarlarının orta noktaları ise,

A, D, O, E noktalarının çembersel olduğunu gösteriniz.



## GEÇEN SAYININ ÇÖZÜMLERİ

## Kum Havuzu

## SAÇ TELLERİ

En iyi, en kötü veya herhangi bir durumu değil de ortalama durumu konuşursak, bu gün başımızda bulunan saç telleri içinde bizi en son terk edecek olanların en genç, yani henüz bugün çıkmış saç telleri olduğunu kabul edebiliriz. Bu teller, diğer tüm tellerin dökülmesini bekleyeceğinden başımızda yaklaşık olarak

$$\frac{150.000}{3.000} = 50 \text{ ay kalacaktır.}$$

Sonuç olarak, bir saç teli başımızda ortalama olarak dört seneden biraz daha fazla kalmaktadır.

## HAFTALIK

Halil'in haftalığı 305 lira, fazla mesai ücreti 40 liradır.

## YAMAN'IN YAŞI

Dedesi Yaman'dan 50 yaş büyüktür.

## Eğlence Havuzu

## 100 ELDE ETME

1. 3 1 7 7 7:  $(3 - 1) + 7 \times (7 + 7) = 3 \times 17 + 7 \times 7$
2. 5 5 9 9 2:  $5 / 5 + 9 \times (9 + 2) = -5 / 5 + 99 + 2$
3. 5 8 3 9 5:  $58 + 3 \times (9 + 5) = 5 \times (8 + 3) + (9 \times 5)$
4. 9 9 6 6 5 3 5 2:  $99 + 6 - 6 + 53 - 52 = 99 + 6 - 6 + 5 + 3 - 5 - 2$
5. 5 6 6 9 6 9 2 2:  $5 \times 6 + (69 + 69 + 2) / 2 = 56 + 69 - (6 \times 9) / 2 + 2$
6. 9 9 2 3 6 5 8 6:  $9 - 9 + (2 + 3) \times 6 + 5 \times (8 + 6) = 9 + 9 \times 2 \times 3 - 6 - 5 + 6 \times 8$

(Doğru Çözenler: Ufuk Yıldırım, M.Utku Çakır, Tarık Özdemir, Elif Özer, Zeynel Abidin Emir, Mustafa Alperen Coşkun, Bulut Sargın)

## TELEFON NUMARASI

Azra'ya gelen numaranın hiç bir basamağının 4 olmamasının olasılığı

$$\left(\frac{9}{10}\right)^7 \approx 0,478, \text{ dolayısı ile numaranın en az bir basamağında}$$

4 olması olasılığı da 0,522'dir. Azra'ya sevmediği bir numaranın gelme olasılığı gelmeme olasılığından yüksektir.

(Not: Numara 6 basamaklı olsaydı, sevmediği bir numara gelme olasılığı daha düşük olacaktı.).

(Doğru Çözen: Zeynel Abidin Emir)

## KORSANLAR VE ALTINLAR

En kıdemlileri A olmak üzere, korsanları A, B, C, D ve E ile gösterelim. İlk üçünün önerisi kabul edilmeyip en sona iki korsan (D ve E) kalırsa, D ne önerirse önerin E kabul etmez ve 100 altını alarak D'yi öldürür. Üç korsanın kaldığı durumda ise C ne önerirse önerin, iki kişiye düşmemek için D her öneriyi kabul etmek zorundadır. Dolayısı ile C tüm altınları alır, D ve E elleri boş döner. Dört korsan kaldığında B 98 altın alıp D ve E'ye birer altın verdiğinde, çoğunluğun kabul edeceği bir öneri yapmış olur. O halde A'nın diğer korsanlardan ikisini ikna edebilmesi için C'ye 1, D'ye 2 altın önermesi yeterlidir. Geri kalan 97 altın da kendisinin olur.

## VASİYET

Romalı askerin vasiyet problemi tek çözüme sahip bir matematik problemi değil, matematiksel yanı olan ve yoruma açık bir hukuk problemidir. Savaşta hayatını kaybeden askerin, annenin kız çocuğa göre iki kat, erkek çocuğa göre yarım hisse almasını gözettiğini kabul edersek miras kız, anne, oğul arasında 1:2:4 oranında paylaşılmalıdır.

Bir başka yaklaşım olarak miras iki eşit parçaya bölünür, parçalardan biri anne ve oğul arasında 1:2 oranında, diğer parça anne ile kızı arasında 2:1 oranında paylaşılır. Sonuçta tüm miras kız, anne, oğul arasında 1:3:2 oranında paylaşılmış olur. Bir başka yaklaşım da şu olabilir. Annenin hissesi erkek çocuk doğduğunda 2/3, kız çocuk doğduğunda 1/3 oluyorsa hem erkek hem de kız çocuk doğduğunda ortalama olarak 1/2 hisse olmalıdır. Geri kalan miras ise, erkek çocuk kızın aldığı dört katını alacak şekilde paylaşılmalıdır. Bu durumda miras kız, anne, oğul arasında 1:5:4 oranında paylaşılmış olur.

(Doğru Çözenler: Emel Ertekin, Enes Erdoğan, Zeynel Abidin Emir, Berdin Turgut, Halil Atas)

## KARTALLAR

Balığın çıktığı noktanın uzun ağaca uzaklığını x ile gösterirsek bu ağaçtaki kartalın noktaya uzaklığı  $\sqrt{x^2 + 225}$  olur. Diğer kartalın noktaya uzaklığı da  $\sqrt{(25 - x)^2 + 100}$  dir. Kartalların hızının aynı olduğunu kabul edersek, balığa aynı anda ulaşabilmeleri için bu uzaklıkların eşit olması gerekir. Bu durumda da x = 10 metre olur.

(Doğru Çözenler: Armağan Ardoğan, Ece Bayır, Hamide Begel, Atay Durdabak, Enes Erdoğan, Serhan Çakmak, Ümit Yılmaz, Zeynel Abidin Emir, Mustafa Alperen Coşkun)

## KÖSTEBEK

Delikleri baştan sona doğru numaralandırılalım. Ziya, tuzağı sıra takip ederek 2, 3, 4, 4, 3 ve 2 numaralı deliklere kurmayı planlayarak en fazla 6 gün içinde köstebeği yakalamayı garantiler.

## Olimpik Havuz

## ÜSTEL İFADE

$n \cdot 2^{n+1} + 1 = k^2$  olsun. Buradan k tam sayısının tek olduğu görülür ve  $n \cdot 2^{n+1} = (k - 1)(k + 1)$  elde edilir. İki durumu ayrı ayrı inceleyelim:

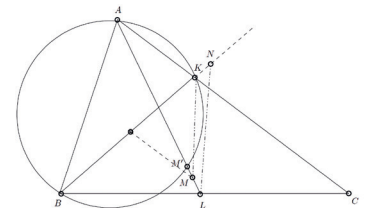
- 1)  $k - 1 = 2^n a$ ,  $k + 1 = 2b$ ,  $ab = n$  durumunda  $2^n \leq k - 1 = 2b - 2 \leq 2n - 2$  olduğundan çelişki elde ederiz.
- 2)  $k + 1 = 2^n a$ ,  $k - 1 = 2b$ ,  $ab = n$  durumunda  $2^n \leq k + 1 = 2b + 2 \leq 2n + 2$  olduğundan  $n \geq 4$  için çelişki elde ederiz.  $n = 1, 2, 3$  için deneyelim.  $n \cdot 2^{(n+1)} + 1$  ifadesi  $n = 1$  için 3,  $n = 2$  için 17,  $n = 3$  için 49 olduğundan cevap 3 olur.

(Doğru Çözenler: Hamide Begel, Tark Özdemir, Osman Akar, Ergün Erdoğan)

## AÇIORTAYLAR

$|AB| \neq |AK|$  olsun.  $ABK$  üçgeninin çevrel çemberi  $MA$  doğrusu ile ikinci kez  $M$  noktasında kesişsin.  $m(\angle MKB) = m(\angle MAB) = m(\angle MAK) = m(\angle MBK)$  olduğundan  $|MK| = |MB|$  olur.  $M'$  ve  $M$  iki farklı nokta olursa  $MM'[BK]$  doğru parçasının orta dikmesi olur ve  $|AB| = |AK|$  elde edilir. Ancak bu durum mümkün değildir. Yani  $M'$  ve  $M$  aynı noktadır.

$B, M, K$  ve  $A$  noktaları çembersel olduğundan  $m(\angle KBA) = m(\angle KMA) = m(\angle NLA)$  olur, yani  $B, A, N$  ve  $L$  noktaları da çemberseldir.  $BN$  açıortay olduğundan benzer şekilde  $|LN| = |NA|$  elde edilir.



## CANKURTARAN EKİBİ

Ali Doğanaksoy,  
Çetin Ürtiş,  
Enes Yılmaz,  
Fatih Sulak,  
Muhiddin Uğuz,  
Zülfükar Saygı.

