DUŞUNMEK YA DA DUŞUNMEMEKTE DİRENMEK

İki Parmaklı Sayılar

Dr. Herman Amato
Çizgiler : Ferruh Doğan

Goti - Gotay. Bernard Shaw'a böyle bir fıkra atfedilir: Bir arkadaşına GHOTİ kelimesini göstererek ingilizce nasıl okunduğunu sormuş. Arkadaşı: «Bu olsa olsa ya goti ya da gotay okunur» demiş. Bernard Shaw : «Değil! Doğrusu FİŞ'tir» diye açıklamış: «GH, ENOUGH (inaf) ta F gibi okunur; O, WOMEN (vuimen) de İ gibi okunur; Tİ, NATİON (neşın) da Ş gibi okunur; hepsi bir arada FİŞ olur».

Şimdi size birkaç kelime: BOY, AT, BUT, ANT, ART, CAN, NİNE, BAT.

Eğer ingilizce bilmiyorsanız, türkçe anlamlarını anlamışsınızdır. Eğer ingilizce biliyorsanız, bunların ingilizce olduklarını zannedebilirsiniz. Ama yanılmış da olabilirsiniz, çünkü bu kelimeler pek güzel türkçe de olabilir. Demek istiyorum ki bu kelimelerin hem Türkçe hem de İngilizce anlamları vardır. Aynı kelimeler değişik dillerde, değişik anlamlara gelebilir.

Bu örnekleri sizleri biraz hazırlamak için verdim. Şimdi söyliyeceklerim başınızı döndürmesin diye. 10 işaretini görünce derhal «on» demenizi istemiyorum. Bunun «iki» diye okunabileceğini söyleyince «Bu ne saçmalık!» demiyesiniz diye anlattım bunları.

10 + 10 dört eder. Bunu şu şekilde okumak lâzımdır: iki, iki daha dört eder. Yoksa sizden: «On artı on dört eder» demenizi beklemiyorum. Bunu tam yazarsak, 10 + 10 = 100 olur. Yani (iki) + (iki) = (dört). Bu yeni dilde iki, (10) şeklinde gösterildigi gibi, ikinin karesi dört, (100) şeklinde gösterilir. On temel rakama dayanan adi sayılar değil, iki temel rakama dayanan sayılar söz konusudur. «Bilim ve Teknik» te bu sayılarla ilgili bir yazı çıkmıştır (Sayı: 21, sayfa: 13). Alıştığımız bir işaretin başka anlama geldiğini görmek sizi şaşkınlığa uğratmamalı.

Eğer iki parmaklı olsaydık. Bildiğimiz 10 temel sayıya (0 dan 9'a kadar olan sayılar) dayanan adi sayıların, 10 parmaklı olduğumuz için doğduğuna inanılır. İnsanoğlu tıpkı ilk önce çocuklarda ve bazı vahşi kavimlerde olduğu gibi parmakları ile saymıya başlamış. Ama bu alışkanlık insanlara bazı zararlar da getirmedi değil. İlk elektronik beyin yapıldığı zaman, alışkanlıkla her basamak için on ayrı lamba kullanılmış. O kadar fazla lamba lâzım olmuş ki bu seferde bozulma ihtimali çok artmış. İkide bir, lambaların biri bozuluyor, alet çalışamıyordu. On yerine iki temel sayıya (0 ve 1) dayanan sayıları elektronik beyine tatbik edince, lamba ihtiyacı derhal düşmüş, çünkü bir lamba iki temel sayıyı göstermeye kâfi geliyordu: Cereyan geçmez 0 (sıfır), cereyan geçer 1 (bir). Böylece elektronik beyinler kullanılır hale gelmiş.

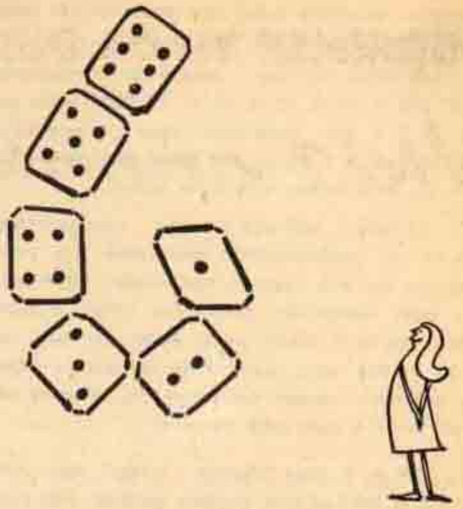
İkili sistem ve Mantık. Geçen yazılarımızın birinde (Bilim ve Teknik, sayı: 34, sayfa : 36), klasik mantıktaki tam yanlışın yerine 0 (sıfır) ın, tam doğrunun yerine 1 (bir) in kullanıldıgını anlatmıştık. Mantığı taklit eden elektrik devreleri yapılabilir: Cereyan geçmesi 1 (bir), geçmemesi 0 (sıfır) anlamına gelir. Yani sırasıyla doğru ve yanlış.

İki hüküm VE kelimesi ile bağlanırsa, bileşik hükmün doğru olması için her iki hükmün de doğru olması lâzımdır. VE ekinin yerini tutacak elektrikli devrede cereyanın geçmesi için her iki anahtarın (iki hüküm) da cereyanı geçirmesi lâzımdır. Devre o şekilde ayarlanır ki, anahtarların birinden cereyan geçmezse, devreden cereyan geçmez (arka arkaya bağlanmış iki anahtar). Eğer iki hüküm VEYA ile bağlanırsa, bileşik hükmün doğru olması için bunlardan, birinin VEYA öbürünün doğru olması yeter. VEYA nın yerini tutacak elektrik devresi o şekilde yapılır ki, anahtarlardan birinin VEYA öbürünün cereyanı geçirmesiyle devreden cereyan geçer. Buna benzer devreler elektronik beynin mantık birimlerini teşkil etmektedir.

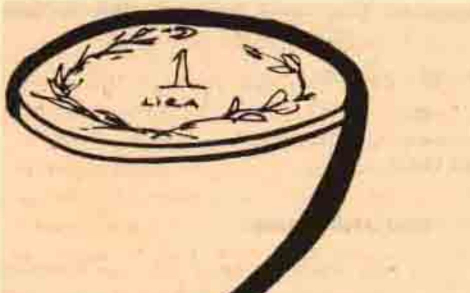
Çeşitli sayı sistemlerinin ortak özellikleri. Belirsiz durumlarda karar vermemizi, bazı fikirlerin insan alışkanlıkları ile bağdaşmaması güçleştirmektedir. Sayı sistemleri hakkında biraz bilgi bu güçlükleri birçok hallerde yenmemizi sağlar. Bildiğimiz adi sayıların özellikleri diğer sayı sistemlerinde de vardır. Bu özellikleri unutsak bile bildigimiz sayıları biraz inceliyerek yeniden hatırlıyabiliriz. Böylece bu özellikler kafamızda eskiden beri yerleşmiş bilgilere dayandırılmış olur. Ve hafızamızı boşu boşuna yüklemekten bizi kurtarır.

Bildiğimiz sayılar (on temel rakama dayanan sayı sistemi) milli piyangoda doğrudan doğruya uygulanır. Aynı özellikleri diğer sayı sistemlerine tatbik ederek milli piyango için elde ettiğimiz bir çözüm yolunu, Spor Toto, yazı ve tura, at yarışı, bilim ve iş hayatıyla ilgili kararlara uygulıyabiliriz.

Bütün sayı sistemleri birbirlerinden bir basamakta kullanılan temel sayıların adedi bakımından ayrılırlar. Bildiğimiz onlu sayı sisteminde her bir basamakta on temel sayı kullanılır (0 dan 9 a kadar olan sayılar). İkili sayı sisteminde her bir basamakta ancak iki rakam kullanabiliriz 0 ve 1 Üçlü sayı sisteminde ise 3 temel sayı vardır. İstediğimiz sayıda temel sayı kullanan sayı sistemi düşünebiliriz. Spor toto 3 lü sayı sisteminin, yazı ve tura ve elektronik beyin 2 li sayı sistemi-



Şekil 1. Zarda 6 (temel) sayısını atış adedi kadar defa kendi kendisiyle çarparak bu atışlarla kaç farklı durum elde edilebileceğini hesaplıyabiliriz. Örneğin 3 atışta $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$ farklı durum elde edilebilir.



Şekil 2. Yazı ve tura'da 2 (temel) sayısını atış adedi kadar defa kendi kendisiyle çarparak bu atışlarla kaç farklı durum elde edilebileceğini hesaplıyabiliriz. Örneğin 3 atışta $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ farklı durum elde edilebilir.

nin uygulanışına örnek olarak gösterilebilir.

Bütün sayı sistemlerinde şu ortak özellik vardır: Herhangi bir sayıya bir basamak eklemekle, o sayıdan, sayı sistemindeki temel sayılar kadar yeni sayılar türetebiliriz. Bir basamak eklemekle, onlu sayı sisteminde on yeni sayı, ikili sayı sisteminde 2 yeni sayı, 3 lü sayı sisteminde 3 yeni sayı türetebiliriz. Bunun sebebi açıktır: Onlu sayı sisteminde birbirlerinden ayırt edilebilen on farklı işaret kullanabiliyoruz (0 dan 9 a kadar sayılar). Bu işaretleri herhangi bir sayının yanına teker teker koymakla, bu sayıdan bir basamak daha büyük olan on adet farklı sayı türetebiliriz. Örneğin 3 ten, 0 dan 9 a kadar temel sayıların yardımıyle 30 dan 39 kadar olan 10 sayıyı türetebiliriz. Halbuki ikili sayı sisteminde ancak iki temel sayı kullanabiliyoruz (0 ve 1). Örneğin 11 den bu sayılar yardımıyla ancak iki sayı türetebiliriz (110, 111).

Herhangi bir sayı sisteminde yazabileceğimiz tek basamaklı sayılar, temel sayılar kadardır. İkinci bir basamak eklemekle, tek basamaklı sayıların her birinden gene temel sayı adedi kadar yeni sayılar türetebiliriz. Böylece 2 basamakla yazılabilecek sayılar, (temel sayı adedi) X (Temel sayı adedi) yani temel sayı adedinin karesi kadar olur. Aynı şekilde düşünerek 3 üncü basamakta, yazabileceğimiz 3 basamaklı bütün sayılar temel sayının küpü kadar olur. Ve bu böyle gider. Bir basamak eklemekle temel sayının kuvveti bir arter yani temel sayı ile bir kere çarpılır.

O halde onlu sayı sisteminde 4 basamakla 10^4 ($10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$) farklı sayı ve 2 li sayı sisteminde gene 4 basamakla 2^4 ($2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$) farklı sayı yazabiliriz. Bu sayılarda baştaki sıfırlar da sayılır.

O halde herhangi bir sayı sistemiyle kaç farklı sayı yazabileceğimizi hesaplamak için, yazacağımız sayılarda basamak adedi kadar, temel sayıyı kendi kendisi ile çarpmalıyız. Yani 3 basamaklı sayıların adedini merak ediyorsak, temel sayıyı 3 defa yazıp birbirleriyle çarpmalıyız. Eğer 6 basamaklı sayıları soruyorsak, bu sefer de temel sayıyı 6 defa yazıp çarparız.

Zar 6 lı sayı sistemine tekabül eder: Her atışta 6 farklı durum meydana gelebilir. Her yeni atış yeni bir basamak eklemiye karşılıktır. Üç atışın sonucunu 3 basamaklı sayılar halinde gösterebiliriz (642 gibi). Böylece 3 atışta $6^3 = 216$ farklı durum olabileceğini hemen hesaplarız. Bunlardan birinin çıkması ihtimali 1/216 dır.

Spor toto üçlü sayı sistemine girer (berabere 0, galip 1, galip 2), 13 basmaklı sayılar yazmaktayız, doldurulabilecek farklı biletler de 3^{13} tür (bir buçuk milyondan biraz fazla).

Yazı ve turaya ikili sayı sistemi uygulanabilir 3 atışta 2^3 yani 8 farklı durum vardır. Bunlardan birinin ihtimali 1/8 dir.

GEÇEN SAYIDA VERİLEN PROBLEMLER VE ÇÖZÜMLERİ

Geçen sayıda verilen iki problem arasındaki farkı, yeni başlıyanlar kolaylıkla ayıramazlar. Bu iki problemin çözüm yolu kendilerine aynı gibi görünür. Oysa bu iki problem arasında çok önemli bir fark vardır. İkisi de seçim ile ilgili problemlerdir. Ama birincisinde seçilen şahısların sıralanışı da önem kazanmıştır. İkincisinde ise seçilen şahıslar önemlidir. 6 değişik göreve göre 6 şahıs değişik şekilde sıralanabilir. Açıklamak için 2 li bir örnek verelim: Ahmedin Cumhur Başkanı ve Mehmedin Başbakan olması ile Mehmedin Cumhurbaşkanı ve Ahmedin Başbakan olması aynı şey değildir. Halbuki Ahmedle Mehmedin sinemaya gitmesi, Mehmedle Ahmedin sinemaya gitmesiyle aynı şeydir. Birinci problemin sonucu ikincisinden 6 kişinin yapabildiği sıraların sayısı ($6! = 720$) kadar fazla olacaktır.

1) 10 kişi içerisinde 6 değişik görev için 6 kişilik seçimler yapıyorsunuz. Bu seçimleri kaç farklı şekilde yapabilirsiniz?

Cevap: Sıraya da önem veren seçim formülünü ($\frac{n!}{(n-r)!}$) kullanıyoruz. Burada $n=10$, $r=6$ dır. Yerine koyarsak

$$\frac{10!}{(10-6)!} = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 151\,200$$

2) 10 kişi yolda 6 sinema bileti buluyor. Kaç farklı 6 lı grup sinemaya girebilir?

Cevap: Yalnız unsurlara önem veren seçim formülünü ($\frac{n!}{r!(n-r)!}$) kullanmak lâzımdır. Gene $n=10$, $r=6$ dır.

$$\frac{10!}{6!(10-6)!} = 210$$

YENİ PROBLEMLER

1) Bir elektronik beyin onlu sayı sistemine göre yapılmışsa, bin farklı durumu ifade etme kabiliyetinde olması için kaç lamba lâzımdır?

2) Yukardaki problemi 2 li sayı sistemine göre yapılmış bir elektronik beyin için çözünüz.

14 YAŞINDA İKEN

Ben 14 yaşında bir delikanlı iken babam o kadar cahildi ki, neredeyse ihtiyar adamın etrafımda bulunmasına bile dayanamazdım. 21 yaşına geldiğim zaman, bu arada geçen 7 yıl içinde onun ne kadar çok şey öğrenmiş olması beni hayretler içinde bırakmıştır.

Mark Twain