



Köşegene Bakın, İlginç Değil mi?

1963 senesinde Stanislaw Ulam, sıkıcı bir seminerde otururken, kareli defterine 1'den başlayarak sayıları spiral biçimde yazmaya başladı. Sonra da içlerinden asal olanları daire içine aldı.

Ah Bir Asal Bulsam!

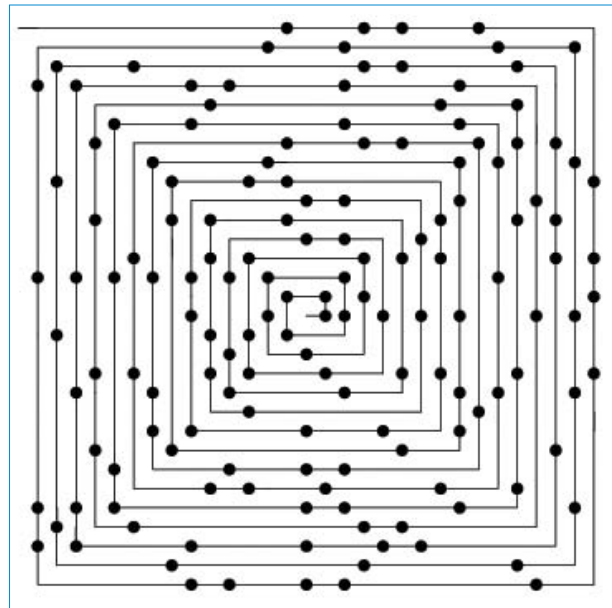
Elinize kareli bir kağıt alın. Kâğıdın hem enine hem boyuna en az 41 karesi olsun ama. Sayfanın en ortasındaki kareyi bulun. Kolay bu; yukarıdan aşağı ve sağdan sola 21. satır ve sütunun kesişim noktası. Bu kareye 41 yazın. Sonra sağındaki kareye 42, 42'nin üstündeki kareye 43, onun soluna 44, bir sola 45, 45'in altına 46, 46'nın altına 47. Şimdi tekrar sağa dönelim. Kafanız karışmasın, merkeze yazdığımız 41'in çevresinde saat yönünün tersine, sayıları sarmal biçimde sırayla yazıyoruz. Sabrınız ne kadar bilemem ama, 41 sayısından 20 sağa 19 sola gidene kadar devam edin. Ben de sabredemedim aslında. Ama birileri sabretmiş. Daire içine alınmış sayılara bakın; bunlar asal sayılar.

Sayılarla takılmayı sevenlerimizin çoğu asal sayılar tarafından büyülenirler. Sözü getireceğim yer de bu. Asla vazgeçilmez olan tutku, asal sayıları veren bir formül bulma sevdasıdır.

İlk verdiğim spiralde, köşegendeki sayılar, Euler'in asal üreten $p(x)=x^2-x+41$ polinomunun ürettiği asal sayılar. Orada tam 40 tane asal sayı var. $x=1$ verirsiniz $p(1)=41$, $p(2)=43$, $p(3)=47$, $p(4)=53...$ $p(11)=151$... $p(38)=1447$, $p(39)=1523$, $p(40)=1601$. Buraya kadar hep asal geldik. Ama $p(41)=1681=41.41$ asal değil.

Bütün bu sevimli spirale ve sayıların 40'a kadar şaşmadan gitmesine rağmen, büyük matematikçi Euler'in formülü 41'de bileşik sayıya tosluyor. Zaten formüle baktığımız anda $x=41$ 'in sorun yaratacağı görülüyor.

Grid of numbers with some cells circled, representing the Ulam spiral.



Euler'den önce asal sayı türeten bir formül bulmayı kafaya takmış büyük matematikçiler epeyce çok. 17. yüzyıla kadar 2^n-1 yapısındaki sayıların, n asal ise, asal olduğu sanılıyordu. $2^{11}-1=2047$ sayısının asal olmadığını göstermek, 1536'da Hudalricus Regius'a nasip oldu. Demek ki, sayılar biraz büyüyünce onları çarpanlara ayırmak, çok sıkıntılı bir işmiş eskiden. Hesap makinelerini bırakın, Hint-Arap sayı sistemi bile doğru dürüst bilinmiyor Avrupa'da.

Fermat'nın çağdaşı Mersenne, asal sayıların büyü- süne kapılmış bir keşişti. 2^n-1 yapısındaki sayıların sadece $n = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 67, 127$ ve 257 için asal olduğunu, 258'den küçük diğer bütün n'ler için bileşik sayı verdiğini ileri sürdü. Ancak bugün biliyoruz ki, doğru liste $n = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89, 107$ ve 127. şeklinde. Anlayın

bugün nasıl bir rahata kavuşmuşuz sayılarla oynayabilme açısından. Mersenne'in listesindeki hatalara rağmen, 2^n-1 yapısındaki sayılara Mersenne Asalları demek adet oldu.

Bunları anlatmamın nedeni var. Web sitemizdeki "Bir Buluşum Var" köşesine sürekli asal sayı üreten polinomlar gönderiliyor. Çoğu ne yazık ki ilk 10 sayıya bile dayanmadan bileşik sayı üretiyor. Bunu doğal karşılıyorum. Ne kadar çekici; neredeyse matematik tarihiyle denk bir geçmişe sahip, çözülememiş asal türetme işini çözmek!

İşte böyle. Asal sayı üreten polinomlara kafanızı takacaksanız, denize atlamadan, suyun sıcaklığı hakkında küçük bir ipucu: Ayak başparmağını suya sokalım istedim.

Okuyucu Mektubu

Merhabalar, Dicle Üniversitesi Matematik Öğretmenliği 2. sınıf öğrencisiyim. Bilim ve Teknik Dergisi'ni fırsat buldukça okurdum. Son zamanlardaysa elimden düşürmez hale geldim. Ülkemizde, bilime olan ilgiyi ve bilim alanındaki çalışmalarını yetersiz buluyorum. Bununla birlikte bu eksikliklerin sizler sayesinde giderildiğine ve sizlerden istifade edenler sayesinde de bu alanda büyük gelişmelerin sergileneceğine inanıyorum.

Bu mektubumda Bilim ve Teknik Dergisi'nin 479. sayısındaki kuzgun paradoksu hakkında düşüncelerimi sizlerle paylaşmak istiyorum. "Bütün kuzgunlar siyahtır" önermesi ile "siyah olmayanların hiçbiri kuzgun değildir" önermesinin aynı şey olmadığını düşünüyorum. "Siyah olmayanların hiçbiri kuzgun değildir" önermesi "bütün kuzgunlar siyahtır" önermesini doğrular niteliktedir. Lakin bu iki önermenin, birbirini doğrular nitelikte olması her ikisinin aynı şey olmasını gerektirmez. Bunun yanında, "siyah olmayanların hiçbiri kuzgun değildir" önermesi "bütün siyahlar kuzgundur" önermesiyle tamamıyla eşit ki, bu önermenin de "bütün kuzgunlar siyahtır" önermesiyle aynı şey olmadığı açıkça görülmektedir. Zira bütün siyahların kuzgun olması, siyah olmayanların kuzgun olmayacağını gerekli kılarken, bütün kuzgunların siyah olması siyah olupda kuzgun olmayan şeylerin olmaması anlamına gelmez. Dolayısıyla da bu önermeye göre kuzgun gözlemiş olmak siyah kuzgun gözlemiş olmakla aynı şeydir. Çünkü tüm kuzgunlar siyahtır. Ancak siyah bir şey gözlemiş olmakla kuzgun (siyah kuzgun) gözlemiş olmak farklı şeylerdir. Nitekim siyah olupda kuzgun olmayan şeyleri gözlemiş olmak olasıdır. Buradan siyah olmayan bir şeyi gözlemiş olmanın bütün kuzgunların siyah olmasıyla arasında bir ilişki olmadığının söylenmesi son derece olağan.

Bu denli okunmaya değer bir dergiyi bilim meraklılarına sunduğunuz için sizlere minnettarım.

saygılarımla

Yazarın Yanıtı

Size katılmıyorum.

Önce sembolik mantık kuralını tekrarlayalım:

$P \rightarrow Q \equiv Q' \rightarrow P'$

Önermelerimizi yazalım:

P= kuzgun

Q=siyah

P'=kuzgun değil

Q'=siyah değil.

Kuzgun ise siyahtır=siyah değil ise kuzgun değildir.

Sanırım buraya kadar anlaşılır.

Sorun nerede?

Bütün kuzgunlar siyahtır ile kuzgun ise siyahtır eş değil mi?

Siyah değil ise kuzgun değildir ile siyah olmayanların hiçbirisi kuzgun değildir arasında fark var mı?

Sonuncuyu, bütün siyah olmayanlar kuzgun değildir olarak da söyleyebiliriz. Türkçe söyleyişte eşit.

Şimdi siz siyah olmayanların hiçbiri kuzgun değildir önermesinin tersinin, bütün siyahlar kuzgundur olduğunu ileri sürüyor durumundasınız. Bunu sembolik olarak yazarsak:

p=bütün siyahlar

q= kuzgun

p'= bazı siyah olmayanlar

q'=kuzgun değildir.

$q' \rightarrow p'$ önermesi, bazı siyah olmayanlar kuzgun değildir şeklini almalıdır.

Özetle: bütün siyahlar kuzgun ise, bazı kuzgunların başka renk olması mümkündür. Kuzgunların rengine değil, siyah renge sınır koydunuz. O halde siyah olmayanların bazıları kuzgun bazıları başka bir şey olacaktır. "Bütün siyahların kuzgun olması, siyah olmayanların kuzgun olamayacağını gerekli kılar" tümcesi hatalı. Bütün siyahların kuzgun olması, siyah olmayanların hem kuzgun hem de başka şeylerden meydana geldiğini söylemiş olur. Burada sembolik olarak $p \rightarrow q \equiv p' \rightarrow q'$ iddiasındasınız. Bunun hatalı olduğu aşikar.