



Top 20

Haftalık bir müzik dergisinde her hafta, o haftanın en popüler 20 şarkısının sıralı listesi yayınlanıyor. Hiçbir zaman bir sonraki hafta liste tamamen (sıralarıyla birlikte) aynı kalmadığına ve düşmeye başlayan bir şarkı tekrar yüksemediğine göre en çok kaç hafta ilk 20'deki şarkılar listeye başka bir şarkı girmeden aynı kalabilir?



Edi ile Bütü

Bütü bir gün akından 5 farklı tamsayı tutar ve bu sayıların ikili toplamlarını bir kağıda yazarak Edi'ye verir: 2, 4, 5, 7, 7, 8, 10, 11, 12, 13. Edi'den tuttuğu 5 farklı sayıyı tahmin etmesini ister fakat listesindeki ilk üç ve son üç toplam hariç diğer toplamları yanlış yazmıştır. Yine de Edi bu durumu fark ederek 5 sayıyı da doğru tahmin etmeyi başarır. Acaba bu sayılar hangileridir?



Yarı Yarıya

Elimizdeki kapalı bir torbanın içinde ilk başta 10 adet beyaz top bulunuyor. Bu torbadan rasgele seçtiğimiz bir top beyaz ise, bu topu siyah bir top ile değiştirip torbaya siyah topu bırakıyoruz. Seçtiğimiz top zaten siyah ise topu torbaya geri iade ediyoruz. Bu şekilde en az kaç top seçmeliyiz ki torbada eşit sayıda siyah ve beyaz top olma olasılığı en az %50 olsun?

Kutu Krizi

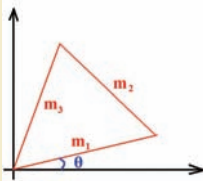
Ahşap ürünleri ihraç eden bir şirket, herbiri 1m x 1m x 4m ebatlarındaki kutularda yer alan 250 adet ürününü daha büyük bir dikdörtgenler prizması şeklindeki bir kutunun içine yerleştirip ihraç etmek istiyor. Büyük kutunun içerisinde hiç boş yer kalmaması koşuluyla, firma toplam yüzey alanı en küçük olan hangi ebatlarda bir kutuyu ürünlerini paketlemek için kullanabilir?



Geçen Ayın Çözümleri

Bu Ödül Kaçmaz

Eğer n. kişinin ödülü kazandığını kabul edersek, yarışma tamamlanmadan önce (n-1) tane farklı doğum günü oluşacaktır. N. kişinin kazanma olasılığı $W(n) = \frac{[(n-1) \cdot 365!]}{[(365-n+1) \cdot 365^n]}$ formülü yardımıyla hesaplanabilir. Amacımız $W(n)$ fonksiyonunu maksimize eden n sayısını bulmak. Bunun için $W(n)$ fonksiyonunun türevini alıp sıfıra eşitlemek ve ardından n değerini bulmak yeterli. Bu işlemler sonucunda n=20 olarak bulunur. Pastaneden 20. kişi olarak girerseniz kazanma olasılığımız %3.23 ile en yüksek olacaktır.



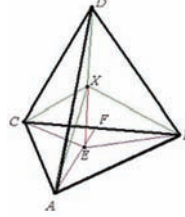
En Büyük Değer

Soruda istenen değer aslında her durumda -3 olacaktır. $m_1 = \tan(\theta)$, $m_2 = \tan(\theta+120^\circ) = \frac{\tan(\theta) + \tan(120^\circ)}{1 - \tan(\theta) \cdot \tan(120^\circ)}$, $m_3 = \tan(\theta+60^\circ) = \frac{\tan(\theta) + \tan(60^\circ)}{1 - \tan(\theta) \cdot \tan(60^\circ)}$. Gerekli sadeleştirmeler sonrasında $m_1 \cdot m_2 + m_2 \cdot m_3 + m_1 \cdot m_3$ değeri -3 olarak elde edilir.

Beşinci Küre

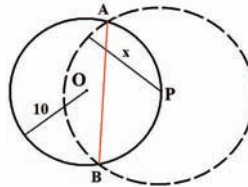
Şekilde A, B, C ve D noktaları büyük kürelerin merkezlerini, X ise küçük küre-

nin merkezini temsil ediyor. Büyük kürelerin yarıçapı 1 birim olduğundan $AB = BC = AC = AD = CD = BD = 2$ birim olur. Dik üçgenler ve Pisagor teoremi yardımıyla $AX = \frac{3}{\sqrt{6}}$ değerini bulduktan sonra yapmanız gereken büyük kürenin yarıçapı + küçük kürenin yarıçapına eşit olan AX değerinden büyük kürenin yarıçapı olan 1'i çıkarmak. Böylece küçük kürenin yarıçapı $\frac{3}{\sqrt{6}} - 1$ olarak bulunur.



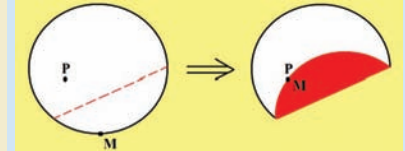
İp Uzunluğu

Çözüm AB kirişinin iki ayrı yakasındaki alanların toplamı olarak bulunabilir. O noktası çitli alanın merkezi, P ise keçinin çitlere bağlandığı noktadır. POA açısı t, APO açısı g olarak alırsa kosinüs teoreminden, $x^2 = 10^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cos(t)$ ve $10^2 = 10^2 + x^2 - 2 \cdot 10 \cdot x \cdot \cos(g)$ eşitlikleri yazılabilir. Çözüm ilgili denklemlerin doğrudan çözümü ile ulaşmak oldukça zordur. Bu sebeple iterasyon yöntemi kullanılabilir ve iterasyon yapıldığında keçi ipinin 11.59 m civarında olması gerektiği bulunur.

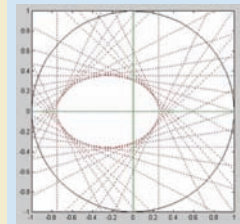


Matematiğin Şaşırtan Yüzü

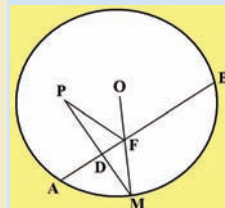
Origami kağıt katlama sanatı ile kuş, kurbağa gibi ilginç hayvanların oluşturulabildiğini biliyoruz. Peki katlama sanatının matematiksel şekilleri kusursuz bir şekilde elde etmeye de yarayabileceğini biliyor muydunuz?



Şimdi daire olarak kesilmiş bir kağıt parçasını alalım ve dairenin içinden merkeze denk gelmeyecek şekilde rasgele bir P noktası seçelim. Ardından dairenin çevresi üzerinden seçeceğimiz M noktası, tam P noktasının üzerine gelecek şekilde resimdeki gibi kağıdı katlayalım. Kağıdın katlandığı kirişi cetvel yardımıyla çizelim. Bu işlemi dairenin çevresindeki tüm M noktaları için tekrarlıyoruz. Oluşan şekil doğrusu bir şekil oluşturduğunu göreceksiniz (Acaba hangi şekil?). Evde dairesel bir kağıtla çözümü kolaylıkla bulabileceğiniz soruyu gelin MATLAB yazılımı yardımıyla cevaplayalım. İkinci şekilde, soruda tanımlanan olası kırışların MATLAB ile çizdirildiğini görüyoruz. Oluşan şekil doğrusu



bir elipsi andırıyor. Peki bu şekil gerçekten kusursuz bir elips mi? Sorunun matematiksel modellemesi bu noktada imdadımıza yetişiyor. Üçüncü şeklimizde AB kırışi kağıdın katlandığı yere karşılık geliyor. F noktası da çember içinde oluşan şeklin çevresinde gezinen bir nokta olacak. AB'nin PM'ye dik ve PD'nin DM'ye eşit olması nedeniyle Kenar-Açı-Kenar özelliğinden PDF üçgeni ile MDF üçgenlerinin eş üçgenler olduğunu söyleyebiliriz. O halde PF = FM olacaktır. Çözümüne bir adım daha yaklaştık. Son olarak yarıçapı şu şekilde tanımlayalım. $r = OM = OF + FM = OF + PF$. Eşitlikten de görüldüğü gibi hareketli olan F noktasının P ve O noktalarına uzaklıklarını toplamı her zaman eşit ve sabit. Bu durum tam olarak bir elipsin



tanımına karşılık geliyor! Demek ki gerçekten katlama yöntemi ile kusursuz bir elips elde etmişiz.