

## Zekâ Oyunları

Selçuk Alsan

### Mavi Sakal'ın Dört Evliliği



Mavi Sakal efsanesine göre Mavi Sakal 7 kere evlenmişti; eşlerinin hepsi matematikçiydi ve hepsi esrarengiz bir şekilde ontadan kaybolmuştu. Mavi sakal 5. eşi olacak genç Eudoxe'a şunları anlatıyordu:

"Benim ilk 4 evliliğim başarısız oldu. 1. eşim Artemise'e sen 4 yaşındayken rastlamıştım. 2., 3. ve 4. eşim sırasıyla Buxtehoude, Cunegonde ve Diane idiler. Diane'ı tanıdın; o dün gitti. Bu evliliklerden hiçbiri kenden önceki evlilikten daha kısa değildi. Bu 4 evlilik süresinin çarpımı 108 idi. Bu 4 evliliğinin sürelerini söyleyebilir misin?" Eudoxe bu süreleri hesaplayamadı. Eudoxe'un yaşı kaç? Eudoxe birden Mavi Sakal'ı 1 yıldan fazla bir süredir tanıdığını hatırladı. Mavi Sakal'ın yanında Yalnız Diane'ı görmüştü. Mavi Sakal'ın 2. evliliği ne zamandı?

### Yaş Hesabı

Cin Ruhi'nin yaşı kare bir sayıdır. Cin Ruhi'nin yaşının basamaklarının çarpımı eşinin yaşını veriyor. Ruhi'nin kızının yaşı, babasının yaşının basamakları toplamı kadardır. Ruhi'nin oğlunun yaşı annesinin yaşının basamakları toplamı kadardır. Bu cin ailesindeki her bireyin yaşını bulunuz.

### Nonagon

O merkezli bir daire içine düzgün bir dokuzgen (nonagon) çiziliyor. Dokuzgenin komşu iki kenarı AB ve BC olsun. M ve N noktalarından AB ve BC'nin orta dikmesini çikalım. OMN=30° olduğunu gösterin.

### Daire İçi Ongen

Bir dairenin çevresi 10 eşit parçaya ayrılmış ve daire içine düzgün bir ongen çizilmiştir. Daire üzerindeki 10 noktadan her üçüncüyü birleştirilen kirişler eşkenar yıldız ongen oluşturur. Bu iki ongenin kenarları arasındaki farkın dairenin yarıçapına eşit olduğunu gösterin.

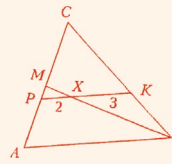
### Üç Ardışık Tek Sayı

Her biri 2 kare toplamı olan ardışık 2 veya 3 tek sayının olamayacağını gösterin.

### Tamsayıların İfadesi

3 sayısı 4 şekilde yazılabilir: 3, 1+2, 2+1 ve 1+1+1. Her pozitif tamsayının  $2^{n-1}$  şekilde gösterilebileceğini kanıtlayın.

### AB'yi Bulun



ABC üçgeninde BM kenarortayı ve AB'ye paralel PK doğrusu çizilmiştir. PK ve BM, X'de kesişiyor. PK=2 ve XK=3. AB'yi bulunuz.

### Fark=Bölüm

Öyle 2 sayı bulunuz ki farkları ve bölümleri 5 olsun.

### Eşkenar Üçgen

Bir üçgenin kenarları a, b, c ise ve  $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$  eşitliği varsa o üçgen eşkenardır. Kanıtlayınız.

### Alanların Oranı

Bir eşkenar üçgenle bir düzgün altıgenin çevreleri eşitse alanlarının oranı nedir?

### Üç Gizemli Kedi



İki anne kızlarıyla beraber evcil hayvan dükkanına geldi ve

her biri 1 kedi aldı. Dükkanında yalnız üç kedi vardı. Bu nasıl olur?

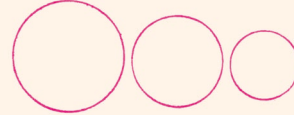
### Değerli Taşlar

Cin Ruhi, Sonsuz Solen ve Peri Perihan bir ormanda Bizanslılardan kalma bir hazine buldular. Ruhi 16 safir, Solen 10 zümrüt ve Perihan 8 elmas buldu. Her genç diğer iki gence elindeki değerli taştan 2 tane verdi. Bir de baktılar ki hepsinin elindeki değerli taşların toplamı para olarak birbirine eşit. Safir, zümrüt ve elmasın fiyatı neydi?

### Küreksiz Sandal

Bir ortaçağ şatosunda hapistiniz ve bir yolunu bulup kaçtınız. Şatonun etrafında içi suyla dolu çok derin ve çok geniş bir hendek var. Gözünüze bir sandal geliyor; işte bununla karşıya geçirim diyorsunuz; fakat bir de bakıyorsunuz ki sandalın kürekleri yok. Yüzme bilmiyorsunuz. Yine de sandalla (suya girmeden) karşıya geçebiliyorsunuz. Acaba nasıl?

### Çörekli Bilmecce



Bu üç daire 3 çöreği temsil ediyor. Bunları 4 çocuğa eşit pay düşecek şekilde paylaştınız. (Çapları  $r_1, r_2, r_3$  dersek  $r_1^2+r_2^2=r_3^2$ 'dir.)

### Kayak Elbiselerinin Rengi

Her yıl kayak yarışmasına 99 yarışmacı giriyor. Bunlara 1'den 99'a kadar numara veriliyor. İki yarışmacının numarasının toplamı 100 ise bu ikisi ayrı renkte kayak elbisesi giyiyor. İki yarışmacının numarasının toplamı veya farkı o kayak merkezinin uğur numarasıysa onlar da aynı renk elbise giyiyor. Val-de-Sète'de uğur numarası 7, Val-de-Huy'da 8'dir. Bu iki tepede kayakçılar kaç farklı renkten elbise giymişlerdir?

### Bir Konferans

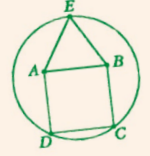
Cin Ruhi, bir lisede 60 dakika süren bir konferans verdi. Öğrencilerin %20'si konuşmanın tamamını dinledi; öğrencilerin %10'u konferans boyunca kalan öğrencilerin yarısı konuşmanın 1/3'ünü, diğer yarısı 2/3'ünü dinledi. Öğrencilerin ortalama dinleme zamanı kaç dakikaydı?

### Sıfır Puan

26 soru içeren bir sınav kağıdında, her doğru yanıt için 8 puan veriliyor, her yanlış yanıt için 5 puan düşülüyor. Bir öğrenci toplam sıfır puan aldı. Öğrencinin kaç yanıtı doğrudu?

### Bir Yarıçap

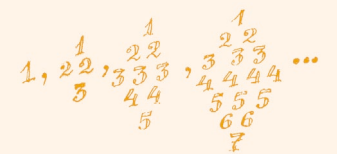
ABCD karesinin üzerine ABE eşkenar üçgeni çizilmiş. Karenin kenarı a ise C, D ve E'den geçen çemberin yarıçapı nedir?



### Zar

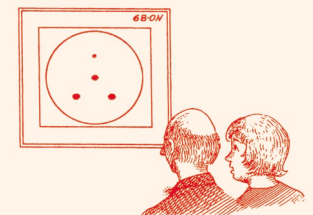
Bir zarın üstünde 0, 1, 2, 3, 4, 5 sayıları vardır. Zar 12 kezden fazla atılıyor. Bu şekilde en olası total toplam nedir?

### Sihirli Zincir



Bu yanyana dizilmiş eşkenar dikdörtgenlerden (romboid) herbirindeki sayıların toplamı belli bir düzen ortaya koyar. Bu düzeni bulmaya çalışın.

### Garip Şekil



Bu şekil nedir?

## Cinnoş Kaç Yaşında



Cinnoş'un yaşının dedesinin yaşına oranı X ise Cinnoş'un küçük kız kerdesi Minnoş'un yaşının Cinnoş'un yaşına oranı da X'tir. Minnoş 7 yaşından küçüktür ve Cinnoş'la dedesinin yaşlarını toplamı 84'tür. Cinnoş kaç kaşındadır?

## Geçen Ayın Çözümleri



### Pastanın Paylaşılması

$$\begin{aligned} 1. B \\ 5 - 2\sqrt{5} \\ 2\sqrt{5} - \sqrt{10} \\ \sqrt{10} \end{aligned}$$

### Çin Demiryolları

Bir çok diğer çözüm olabilir.

### 4 Adet 1

Sanıldığı gibi 1111 değil,  $11^{11}$ 'dir, bunun değeri 280 milyarı geçer.

### Askerler

Bir altıgenin her kenarına 5 asker dizilirse, köşelerdeki askerler iki kere sayıldığından 6 kenara 30 değil 24 asker sıralanabilir.

### 1988 = ?

$$\begin{aligned} 1988 &= 111(11 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) - 11 + 1 \\ &= 2222 - 222 - 2(2)(2) - 2(2) \\ &= (3 + 3)(333) - 3(3) - 3/3 \\ &= 4(444 + 44 + 4 + 4) + 4 \\ &= 555 + 555 + 555 + 55 + 55 + 55 + 55 + 55 - 5 - 5/5 - 5/5 \\ &= 666(6/6 + 6/6 + 6/6) - 66/6 + 6/6 \\ &= 777 + 777 + 77 + 77 + 77 + 77 + 77 + 7(7) \\ &= 888 + 888 + 88 + 88 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8/(8/8 + 8/8) \\ &= 999 + 999 - 9 - 9/9. \end{aligned}$$

### 1, 9, 8, 8 = Asal Sayılar

$$\begin{aligned} (-1 + 9 + 8)/8 &= 2 \\ 19 - 8 - 8 &= 3 \\ 1 + \sqrt{9} + 8/8 &= 5 \\ -1 + 9 - 8/8 &= 7 \\ 1 + 9 + 8/8 &= 11 \\ -1(\sqrt{9}) + 8 + 8 &= 13 \\ 1(9) + \sqrt{8} \cdot 8 &= 17 \\ 19 + 8 - 8 &= 19 \\ 1 + (\sqrt{9}) + 8 + 8 &= 23 \end{aligned}$$

## Tek Sayılar ve Küp

Tek sayılar 1'den itibaren şöyle yazılmış: (1), (3, 5), (7, 9, 11), (13, 15, 17, 19), ...

Tek sayılar ardışık yazılmış ve her parantezde terim sayısı 1 artıyor.

n. parantez içindeki terimlerin toplamı  $S_n$  ise  $S_n = n^3$  olduğunu kanıtlayınız.

## Dörtüzlü ve Küp

Bir küpü birbirini kesmeyen kaç dörtüzlüye (tetrahedron) ayırabilirsiniz?

## Bir Denklem

a, b ve c doğal sayılar.  $4(a+b+c) = ab+bc+cd$ 'yi çözünüz.

## Karpuz Dilimleme



Karpuz 3 keşişle 7 parçaya ayrıldı. Bu dilimler yenince masanın üzerinde 8 kabuk kaldı. 2. karpuz 4 keşişle 10 parçaya ayrıldı; bunlar yenince 12 kabuk kaldı. 3. karpuz 4 keşişle 15 parçaya ayrıldı. Bundan geriye kaç kabuk kalır?

## Garip Üçgen

ABC üçgeninde AB kenarına inen yükseklik AB kenarından inen yükseklik AB kenarından ve BC kenarına inen yükseklik BC kenarından daha kısa değildir. Bu üçgenin açıları nedir?

## Küp ve Üçgen

Küpün 8 köşesinden üçü rastgele seçilmiştir. Bu köşelerin birleştirilmesiyle daracılı üçgen oluşması olasılığı mı, diküçgen oluşma olasılığı mı daha fazladır?

### Otobüs Durağı

P otobüsünün saatleri: 10.09, 10.19, 10.29, 10.39, 10.49, 10.59 R otobüsünün saatleri: 10.10, 10.20, 10.30, 10.40, 10.50, 10.60 P ile R arasında 1, R ile P arasında 9 dakika var. Böylece yolcunun P otobüsüne rastlama olasılığı R otobüsüne rastlama olasılığının 9 katıdır.

### Pisagor ve Aritmetik Seri

Tek cevap şudur: 3r, 4r, 5r. 3,4 ve 5 bir aritmetik seridir ve  $3^2 + 4^2 = 5^2$  dir. Bu üç sayıyı r gibi herhangi bir doğal sayıyla çarparsanız hem Pisagor üçlüsü elde edersiniz; hem de kenarlar aritmetik dizi yapar. Örneğin r = 6 alalım. Kenarlar (3 x 6), (4 x 6) ve (5 x 6), yani 18, 24 ve 30 gibi bir aritmetik seridir.  $18^2 + 24^2 = 30^2$ .

### Asal Sayı Dizisi

$1 + m!$ ,  $1 + 2m!$ ,  $1 + 3m!$ , ...,  $1 + m.m!$   
Örneğin m = 3 olsun.  $m! = 1 \times 2 \times 3 = 6$ .

$1 + 6 = 7$ ,  $1 + 2.6 = 13$ ,  $1 + 3.6 = 19$ ,  $1 + 4.6 = 25$ , ...  
7 ve 13, 19 ve 25 aralarında asaldır ve 7, 13, 19, 25, ... bir aritmetik dizidir.

### Garip Bir Seri

Serinin terimlerini yazalım: 7, 14, 17, 20, 5, 8, 11, 5... 5 - 8 - 11 üçlüsü sonsuza kadar tekrarlıyor. 1000'den ilk 4 terimi çıkaralım (onlar devirli değil):  $1000 - 4 = 996$ .  $996/3 = 332$ . İlk 4 terimden sonra, 332 kere 5 - 8 - 11 triosu tekrarlamış; o halde 1000. terim 11.

### Notlar

7 ile 20 arasında 14 not olabilir. Toplam 30 not vardır. Her iki öğrenci aynı notu alsın  $14 \times 2 = 28$  not yapar. Demek ki en az 3 öğrenci aynı notu almıştır.

### 11'in Sırrı

1) Bu n sayının herbirini 11 ile bölüp kalanları yazalım. Kalanlar 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ve 10 sayıları olsun. Bu kalanları veren sayılar  $k_0, k_1, k_2,$

...,  $k_{10}$  ise  $k_0 + k_1 + k_2 + \dots + k_{10}$  daima 11 ile bölünür. Örnek: 11 ile bölününce 0, 1, 2, ..., 10 kalanını veren sayılar 22, 23, 24, 25, ..., 33 olsun. Bunların toplamı 330'dur ve 330, 11 ile tam bölünür.

2) Şu sayıları yazalım. 1, 11, 111, 1111, ..., 111 ... 111. Bunlardan ikisi  $11n + 1$  kere ile bölününce aynı kalanı verir. Bu iki sayının farkı yalnız 0'lar ve 1'ler içerir. Örnek n = 4 olsun.  $1111/4 = 277$  ve kalan 3 ve  $111/4 = 27$  ve kalan 3.  $1111 - 111 = 1000$ .

### Kare Çizmek

A) Kenarı AB = a olan kareyi çizmek için:

1) Merkezi A, yarıçapı a olan  $C_0$  dairelerini çizim.

2) Sonra merkezi B, yarıçapı a olan daireyi çizim. Bu daire  $C_0$ '1 C'de kessin.

3) Sonra C merkezli a yarıçaplı daireyi çizim. Bu daire  $C_0$ '1 D'de kessin.

4) Sonra D merkezli a yarıçaplı daireyi çizim. Bu daire  $C_0$ '1 E'de kessin.

5) E noktası  $C_0$  üzerinde B noktasının karşısındadır.

B) B merkezli ve BD yarıçaplı dairelerle E merkezli ve EC = BD yarıçaplı dairelerin keşişme noktası F'dir.

C) B merkezli ve AF yarıçaplı,  $C_0$ '1 H'da keser.

D) B merkezli ve a yarıçaplı daire, H merkezli ve a yarıçaplı daireyi G'de keser.

### Ardışık Sayı

$n(n+1) + (n+2) + (n+3) = P^2$  olsun.  
 $n(n+3) = 2x$  çift bir sayıdır. Benzer olarak  $(n+1) + (n+2) = 2y$  çift bir sayıdır. Buradan  $y = x + 1$  ve  $p = 2q$  alırsak  $x(x-1) = q^2$  bulunur. Bu denklemin tamsayı çözümü yoktur; ardışık 4 sayının çarpımı bir kare olamaz.

### Kare İçi Üçgenler

5 x 5 karelik bir ağ sisteminde toplam  $C_3^{25}$  üçgen vardır. Daraçılı üç-

genleri ekarte edelim:

Ağın aynı hizada 5 nokta içeren 12

doğrusundan elde edilen  $12 \times C_3^5$  üçgen aynı hizada 4 nokta içeren 4

doğrudan elde edilen  $4 \times C_3^4$  ve aynı hizada 3 nokta içeren 4 doğrudan elde edilen  $16 \times C_3^3$  üçgen.

Aranan yanıt:

$$C_3^{25} - \left[ (12 \times C_3^5) - 4(C_3^4) - 16C_3^3 \right] = 2148$$

### Danseden Çiftler

Herkes herkesle dansetseydi

$C_2^{39} = 39.38/2 = 741$  dans olurdu.

Bekar erkekler bekar kızlarla ikinci kez dansettiğinden bu sayıya  $12.10 = 120$  eklemeliyiz:  $741 + 120 = 861$ . Evli erkekler yalnız eşleriyle dansettiklerinden bundan  $6.7 = 42$ 'yi çıkarmalıyız Erkek erkeğe dans olmadığından

$C_2^{19} 19.18/2 = 171$ 'i çıkarmalıyız (19 erkek var). Dullar birbirleriyle dans-

mediklerinden  $C_2^3 = 3.2/2 = 3$ 'ü çıkarmalıyız. Toplamı  $42 + 171 + 3 = 216$  dansı çıkartmamız gerekir.  $861 - 216 = 645$  dans yapılmıştır.

### Eğik Tarama

Şekilde görüldüğü gibi büyük karenin alanı 26 küçük kare alanına eşittir. Genel olarak karenin kenarları n eşit parçaya bölünmüşse küçük kare büyük kare oranı =  $1/n^2 + 1$ 'dir. Burada n = 5 ve oranı 1/26.

### Sempatik Sayılar

•  $N = a^2 + b^2$  ve  $M = c^2 + d^2$  ise  $NM = (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2$

• N çiftse  $N^2$ , 4'ün katıdır. N tekse,  $M = 2k + 1$  ve  $M^2 = 4(k^2 + k) + 1$ . Görülüyor ki  $M^2$ , bir sayının 4 katından 1 fazladır. O halde  $a^2 + b^2$ , 4'ün bir katı olabilir (a ve b çift); bir sayının 4 katının 1 fazlası olabilir (biri çift, biri tek); bir sayının 4katının 2 fazlası olabilir (iki tek sayı); fakat asla bir sayının 4 katının 3 fazlası olamaz.