Bir Buluşum Var

Mükemmel Sayı Problemi

Ben Nevşehir'den yazıyorum. Selçuk Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü 3. sınıf öğrencisiyim. Mükemmel sayı sorusundaki buluşumu değerlendirmenizi istiyorum.

$A = x^a.y^b.z^c...$ şeklinde (x, y, z asal sayılar) yazarsak; A'nın pozitif bölenlerinin toplamı (T ile gösterelim)

$$T = \frac{x^{a+1}-1}{x-1}.\frac{y^{b+1}-1}{y-1}.\frac{z^{c+1}-1}{z-1}...$$

şeklinde bulunur

Mükemmel Sayı: Kendisi hariç tüm pozitif bölenlerinin toplamı kendisine eşit olan sayılardır veya pozitif bölenlerinin toplamı sayının 2 katı ise yine mükemmel sayıdır. Örneğin 6, 28, 496, 8128 mükemmel sayılardır:

$A = 6 = 2^1.3^1 \qquad T = 12$

$A = 28 = 2^2.7 \qquad T = 56$

$A = 496 = 2^4.31 \qquad T = 992$

$A = 8128 = 2^6.127 \qquad T = 16256$

T-A=A→A mükemmel sayı veya
T=2A →A mükemmel sayı

T=2A ya da $\frac{T}{A} = 2$ formülünü kullanırsak

$$\frac{x^{a+1}-1}{x-1}.\frac{y^{b+1}-1}{y-1} = 2.x^a.y^b \text{ ya da}$$

$$\frac{x^{a+1}-1}{x^a(x-1)}.\frac{y^{b+1}-1}{y^b(y-1)} = 2 \text{ olur.}$$

Bu formülü mükemmel sayılar için deneyelim:

$6 = 2.3 \quad \frac{T}{A} = 2 \; olmalı$

$$\frac{x^{a+1}-1}{x^a(x-1)}.\frac{y^{b+1}-1}{y^b(y-1)} = 2$$

$$\frac{2^2-1}{2(2-1)}.\frac{3^2-1}{3(3-1)} = 2$$

$$\frac{\cancel{3}}{2}.\frac{8}{\cancel{3}.2} = 2$$

sağladı

$28 = 2^2.7 \quad \frac{T}{A} = 2 \; olmalı$

$$\frac{2^3-1}{2^2(2-1)}.\frac{7^2-1}{7(7-1)} = 2$$

$$\frac{\cancel{7}}{4}.\frac{48}{\cancel{7}.6} = 2$$

sağladı

$496 = 2^4.31 \quad \frac{T}{A} = 2 \; olmalı$

$$\frac{2^5-1}{2^4(2-1)}.\frac{31^2-1}{31(31-1)} = 2$$

$$\frac{\cancel{31}}{16}.\frac{960}{\cancel{31}.30} = 2$$

sağladı

$8128 = 2^6.127 \quad \frac{T}{A} = 2 \; olmalı$

$$\frac{2^7-1}{2^6(2-1)}.\frac{(127)^2-1}{127(127-1)} = 2$$

$$\frac{\cancel{127}}{64}.\frac{16128}{\cancel{127}.126} = 2$$

sağladı

Görüldüğü gibi mükemmel sayıların hepsi çifttir. Acaba hem mükemmel hem de tek olan sayı var mıdır?

mükemmel oaln çift sayılarda $\frac{T}{A} = 2$ formülünde her zaman $x^{a+1}-1 = y^b$ oluyor ve bu iki sayı birbirini sadeleştiriyor. x, y, z asallarının hepsinin tek dolayısıyla A'nın tek ve mükemmel olduğunu düşünelim.

$A = x^a.y^b.z^c...$

$$\frac{x^{a+1}-1}{x^a(x-1)}.\frac{y^{b+1}-1}{y^b(y-1)} = 2$$

mükemmel olan çift sayıların hepsinde $x^{a+1}-1 = y^b$ kuralı olduğu görülüyor. Bu kuralın mükemmel tek sayılarda da olması gerekir.

Yani $x^{a+1}-1 = y^b$ olmalı

x tek olduğundan $x^{a+1}-1$ çift olur. y tek olduğundan y^b de tek olur. Çift ≠ tek olduğundan birbirini sadeleştiremez dolayısıyla $\frac{T}{A}$ oranı 2 olamaz.(Hatta bu oranın tamsayı olduğuna da rastlamadım)

$\frac{T}{A} = 2$ oranında tek sayılar içerisinde 2'ye en yakın oranı

A=3.5.7.11=

$1155 \rightarrow T=2304 \rightarrow \frac{T}{A} = \frac{2304}{1155} = 1{,}9948051948$

A= 3³.5.7=

$945 \rightarrow T=1920 \rightarrow \frac{T}{A} = \frac{1920}{945} = 2{,}03174603174$

sayılarında yakaladım.

Salih Akşahin/Nevşehir

Salih arkadaşımıza buluşunu bizlerle paylaştığı için teşekkür ediyoruz. Hatırlarsanız geçen ay yine pozitif çarpanların toplamıyla ilgili bir buluşumuz vardı. Bu toplam sayılar kuramında oldukça popüler. Arkadaşımız mükemmel sayının tanımını yapmış.

Bugüne kadar bulunan tüm mükemmel sayılar çift ve henüz bir tek mükemmel sayının varlığı bilinmiyor. Yoksa bile (ki zaten genel kanı olmadığı yönünde) bu konu henüz bir ispata kavuşmadı. Salih arkadaşımızın çalışması bu durumu ispatlamaya yönelik ama ispatı kabul etmemiz mümkün değil. Durumun doğruluğunu gösterir birkaç somut örnekle birşeyin doğru olduğunu ispatlayamazsınız. Bu durumu en fazla doğru düşünceye ulaşmak için bir yol olarak kullanırsınız. Her zaman ispatı en genel durum için yapmanız gerekir. Salih arkadaşımız ispatında bu hatayı yapmış. 4 tane mükemmel sayı için belirttiği kurallar geçerli olduğundan tüm mükemmel sayılar için de geçerlidir demek hatasına düşmüş. Oysaki bu belirtilen kuralların ispatlanması gerekirdi. Bu durumun bizi kimi zaman hataya düşürmesini şu örnekle ispatlayabiliriz. İnsanlar kısa bir süre n asalsa 2^n-1 ifadesinin de asal olacağına inanmış gerçekten de n=2,3,5,7 için ifade doğru gitmiş ama 11 de tıkanmış: 2^{11}-1 = 2047=23 x 89. Salih'in örnekleri tıkanmayabilir ama yine de sonsuz örnek veremeyeceğine göre genel durum için bir ispat yapılırsa bu yüzyıllardır çözülmeyen soru çözüme kavuşmuş olacaktır.

Nilüfer Karadağ Özdem
karadagnilufer@yahoo.com

Eğer siz de kaydettiğiniz önemli bir bulgu olduğunu düşünüyorsanız dergimize gönderin ve onu sizin için değerlendirelim. Adresimiz:

TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi, Buluşumu Değerlendirin Köşesi, Atatürk Bulvarı No:221 Kavaklıdere-ANKARA