ARİTMETİKTE KESTİRME YOLLAR

Hesap yaparken kestirme bir yol bulmak insana zaman kazandırır. Herhangi bir problemin çözümü 30 dakika yerine 30 saniyede bulunursa, herhalde kestirme metod ötekinden daha iyidir.

Bu konuda ünlü matematikçi Karl Gauss'a ait çok hoş bir örnek vardır. Bu hikâyeye göre küçük Karl 4 cü sınıfta iken bir gün öğretmeni hesap dersinde öğrencilere 1 den 100'e kadar bütün rakamları toplamalarını ve bunu 10 dakika içinde bitirmeğe çalışmalarını söyler.

Küçükler derhal kalemlerini sivriltirler ve 1 den başlayarak bütün sayıları uzun sütunlar halinde toplamağa başlarlar. Tam o sırada Karl'ın parmağı kalkar ve örğetmenin dikkatini çekmek için sallanır durur.

«Ne var Karl, ne oldu ? Problemi anlamadın mı ?», der örğetmen.

«Anladım efendim, cevabını bile buldum da !»

Öğretmen şaşırır:

«Bu imkânsız, der, sen daha bütün sayıları bile yazmamışsın ki !»

«Evet, diye Karl cevap verir, fakat onları yazmağa lüzum yok ki !» ve sonra küçük bir dahinin, kafası ağır işleyen bir büyüğe anlatacağı şekilde meseleyi açıklar:

İlk sayı (1), son sayı olan (100) le toplanırsa, toplam 101 eder. İkinci sayı (2) ile sondan ikinci olan (99) da birbiriyle toplanırsa toplam gene 101 eder. Bütün öteki benzer çiftlerde toplanırsa, hepsinin toplamı (101) dir. 101 eden bu ikişer sayılar ise 50 çifttir. Böylece 101, 5 ile çarpılır ve önüne bir sıfır konursa, istenilen çözüm bulunmuş olur: 5050.

Şaşkınlığı bir türlü geçmeyen öğretmenin buna ne cevap verdiği bilinmiyor. Yalnız hikâyenin öğrettiği ders oldukça açık seçiktir. Karşılaşılan herhangi bir problemin çözümünde ilk ve en önemli adımı onu analiz etmektir.

Bazan bir sıra tek sayıları toplamanın en çabuk yolu onları hiç toplamamaktır, çünkü toplam derhal çarpmakla bulunabilir.

Örneğin, $1+3+5+7+9$, normal olarak toplanırsa, toplam 25'tir. Bununla beraber bu sırada arka arkaya 5 tek sayı bulunduğunu göz önünde tutarsak, basitçe 5'i kendisiyle çarpar, yani 5'in karesini alırız ve sonuç bir anda bulunur: 25. Daha uzun bir sırada, örneğin arka arkaya 10 tek sayının toplanmasında cevap gene $10 \times 10 = 100$ dür. $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19 = 100 = 10 \times 10$.

Kısacası birbirini izleyen tek rakamların toplamı, daima 1'le başlamak şartıyla, kaç rakam olursa olsun, sırada bulunan sayıların sayısının kendisiyle çarpımına, ya da karesine eşittir. Eğer onlar 20 lik bir sırada iseler toplamları $20 \times 20 = 400$ dür.

Bununla daha başka ilginç bir prensibe gelmiş oluruz.

Birbirini izleyen tek sayıları gruplamak suretiyle, her grubun değerini başka şekilde bir çarpma ile bulabiliriz, örneğin onun yukarıda gördüğümüz gibi karesini alacak yerde küpünü almak suretiyle. Bu bir sayıyı kendisiyle iki kere çarpmak demektir. $2 \times 2 = 4$ yerine $2 \times 2 = 8$.

Şimdi aynı şeyi bir misal üzerinde görelim, alacağımız sayılar tek ve birbirini izleyen gruplar olacaktır.

Açıklaması bir parça karışık görünmekle beraber, vereceğimiz misal ile durum kolayca anlaşılacaktır.

$$\begin{array}{lr}
1 & = 1 \times 1 \times 1 = 1 \\
3+5 & = 2 \times 2 \times 2 = 8 \\
7+9+11 & = 3 \times 3 \times 3 = 27 \\
13+15+17+19 & = 4 \times 4 \times 4 = 64 \\
21+23+25+27+29 & = 5 \times 5 \times 5 = 125 \\
31+33+35+37+39+41 & = 6 \times 6 \times 6 = 216
\end{array}$$

ve bu böylece devam eder gider.

Yukarıdaki sayılara dikkat edilirse, tek sayıların düzenli bir surette birbirini izlediği görülür. Her grupta bir öncekine oranla bir sayı fazladır. Birinci grup da bir sayı vardır, toplamı da 1'in küpüdür. İkinci grupta 2 sayı vardır, toplamı, 2'nin küpüdür, üçüncü grupta 3 sayı vardır, toplamı da 3'ün küpüdür.

Şu anda ortaya çıkan bu matematiksel ilişki üniversel bir kanundur, düşünebileceğiniz kadar tek sayıların hepsi bu kanuna tâbidir. Acaba küçük Karl Grauss'a bu hoş kanun da malûm muydu, bilmiyoruz. Fakat bu her halde onun da hoşuna gidecekti.

Science Digest'ten