

KUM HAVUZU

LİSTE

Aşağıdaki listede yer alan 21 sayıyı yazdığınız bir kâğıdı sayılar gözükmeyecek şekilde masanın üzerine koyup arkadaşınızdan başka bir kâğıda 1 ile 100 arasında 21 farklı sayı yazmasını isteyin. Sonra kapalı duran kâğıdı, arkadaşınızın listesinde yer alan sayılardan en az bir tanesinin bulunduğunu iddia ederek açın. İddiayı kazanma olasılığınız % 99'dan daha büyüktür.

4 13 15 32 49 52 54 55 57 60 61 63 65 67 68 74 77 82 90 96 97

Bu sayıların çok önemli bir özelliği var. Sizce bu özellik ne olabilir?

SU TOPU TURNUVASI

Bir su topu turnuvasında, değiştirilmiş oyun kurallarına göre her karşılaşma sonunda galip olan takıma 10 puan, beraberlik durumunda iki takıma da 5'er puan veriliyor. Ayrıca her durumda, sonuçtan bağımsız olarak her takıma attığı gol sayısı kadar puan ilave ediliyor. Üç takım arasında oynanan bazı karşılaşmalar sonunda Türiş 14, Gıyas 9 ve Lukas 8 puana ulaşmıştır. Oynanan maçları ve maçların sonuçlarını belirleyebilir misiniz?



thinkstock

EĞLENCE HAVUZU



thinkstock

SALATALIĞIN SUYU

Bir manav tezgâhındaki taze salatalıkların su oranı % 99'dur. Akşama kadar hiç salatalık satılmamış, sıcak havanın tesiriyle bu oran biraz azalarak % 98'e düşmüştür. Salatalıkların sabah 20 kg olan toplam ağırlığı akşam ne olmuştur? (Evde denemeyiniz)



thinkstock



thinkstock

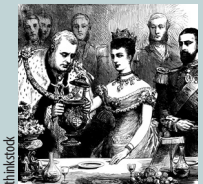
TRIELLO

Anlaşmazlıkların kaba kuvvet ve ateşli silahların yardımı ile çözülmeye çalışıldığı ilkel bir toplumda bir mesele yüzünden birbirlerine düşen Asron, Bortek ve Cimbel karşılıklı tabanca atışları ile bir fikir mücadelesi yapmak üzere karşı karşıya gelir. Her atışında Asron % 50, Bortek ise % 80 olasılıkla isabet kaydetmektedir. Cimbel ise her atışında hedefini tutturmaktadır. Sırası gelen, istediği gibi nişan alarak bir kez ateş etme hakkına sahiptir. İlk atış hakkı verilen Asron nereye nişan alarak ateş etmelidir?

İNCİLİ PRENSES

Stramboşe ülkesinin kralı, prensesle evlenmek isteyen prense 100 tane beyaz, 100 tane de siyah inci verir. Prens, incilerin tümünü içindekileri göstermeyen iki vazoya istediği gibi dağıtacak, yan odadan gelen prenses bu iki vazodan birini rastgele seçip içine bakmaksızın bu vazodan rastgele bir inci alacaktır. İnci beyaz ise prens muradına erecek, siyah ise sürgüne gönderilecektir. Sizce prens muradına erme şansını en yükseğe çıkarmak için tüm incileri vazolara nasıl dağıtmalıdır?

GENELLEME Kral, karar verme sürecine kraliçenin de dâhil olmasını ister. Bu kez yan odada, prensesin yanında kraliçe de beklemektedir. Prenses inciyi alıp elinde tutarken kraliçe gelir, o da rastgele bir vazodan da rastgele bir inci seçer. Kraliçenin ve prensesin çektikleri inciler aynı renkteyse prens muradına erecektir. Prens incileri nasıl dağıtırsa muradına erme şansı en yüksek değerine ulaşır?



thinkstock

OLİMPİK HAVUZ

TAM KARE BÖLEN

$n^2 | (2^n + 1)$ şartını sağlayan tüm n pozitif tam sayılarını bulunuz.

DAR AÇILI ÜÇGENDE NOKTALAR

Dar açılı ABC üçgeninde $2|AB|=|AC|+|BC|$ dir. $[AC]$ ve $[BC]$ kenarlarının orta noktalarının, üçgenin çevrel çember merkezinin ve içteğet çemberinin merkezinin aynı çember üzerinde bulunduğunu ispat ediniz.

GEÇEN AYIN ÇÖZÜMLERİ

Zehirli Havuz

Bir önceki sayıda 1000 havuzdan bir tanesinin suyuna kimyasal madde karışmış olması durumunda, testin 10 kez uygulanarak kirlenmiş havuzun nasıl belirlenebileceğini görmüştük. Havuzlardan ikisinin kirlenmiş olması durumunda ise, önce testin 10 kez uygulanması ile havuzlardan birini, sonra da testin ikinci sefer 10 kez uygulanması ile diğerini bulabiliriz.

Deneme sayısını azaltıp azaltamayacağımızı anlamak için sistemin karmaşıklığına bakabiliriz. 1000 havuzdan ikisi $C(1000,2)=499500$ farklı şekilde seçilebilir. Bu durumda sistemin karmaşıklığının (entropisinin) $\log 499500$ ve gerekli deneme sayısının $\frac{\log 499500}{\log 2} \approx 18,93$ olduğu anlaşılır. Bu gözlem, test sayısının en az 19 olması gerektiğini söyler. Öte yandan, biraz daha detaylı bir inceleme ile 19 denemenin yeterli olmayacağı gösterilebilir. Sonuç olarak, deneme sayısı 20'den az olamaz.

(Not: Sistemin karmaşıklığı (entropi) kavramı için *Bilim ve Teknik* dergisinin geçen sayısındaki Matematik Havuzu'na girebilirsiniz.)

Havuz Yapımı

İnşaatta çalışacak en az birer usta, kalfa ve çırak olduğunu kabul edelim. Usta sayısını u , kalfa sayısını k , çırak sayısını c ile gösterelim. Bu durumda $u+k+c=100$ ve $500u+100k+5c=10.000$ denklemleri elde edilir. Birinci denklemden elde edilen $k=100-c-u$ ifadesini ikinci denkleme yerine koyarak $500u+100(100-c-u)+5c=10.000$ veya $400u-95c=0$ denklemini buluruz. Bu denklemi $19c=80u$ şeklinde yazdığımızda c ve u sayılarının sırası ile 80'in ve 19'un katları olduğu anlaşılır. Sayılar pozitif ve 100'den küçük oldukları için $c=80$, $u=19$ ve dolayısı ile $k=1$ sonucuna ulaşılır.

Sihirli Yıldız

Sayıları, aynı doğru üzerindeki dört sayının toplamı hep aynı S sayısına eşit olacak şekilde yerleştirdiğimizi düşünelim. Yıldız şekli beş farklı doğruyan oluşur. Bu doğrular üzerindeki sayılar toplandığında her sayı iki defa işleme gireceğinden $5S=2(1+2+\dots+10)=110$ olur, yani $S=22$ 'dir. Aşağıdaki üç adımda, sayıların istenilen şekilde yerleştirilemeyeceğini göreceğiz:

- 1 sayısının üzerinde bulunduğu iki doğruyu düşünelim. Bu doğrular üzerindeki, 1 dışındaki altı sayının toplamı 42 olmalıdır. $9+8+7+6+5+4=39 < 42$ olduğundan 1 ile 10 aynı doğru üzerindedir.
- 1 ile 10 sayılarını üzerinde bulduran doğruya L_1 'den geçen diğer doğruya L_2 diyelim. Bu durumda L_1 doğrusu üzerindeki diğer iki sayı (2,9), (3,8), (4,7) veya (5,6) olabilir. Bu ikililer göz önüne alındığında L_1 ve L_2 doğrularının üzerindeki sayılar şu şekildedir:
- Yıldız üzerindeki herhangi iki doğrunun birer kesişim noktası vardır. Fakat yukarıdaki seçeneklerde L_1 ve L_2 doğrularının üzerindeki sayıların kesişimi yoktur. Dolayısıyla sayıları istenilen şekilde yerleştirmek mümkün değildir.

L	L_1	L_2
1,10,2,9	1,6,7,8	10,5,4,3
1,10,3,8	1,5,7,9	10,6,4,2
1,10,5,6	1,4,8,9	10,7,3,2
1,10,4,7	X	X

$\{1,2,3,\dots,12\}$ kümesinden 10 farklı sayı, doğrular üzerindeki toplamlar 24 olacak şekilde örnekteki gibi yerleştirilebilir.

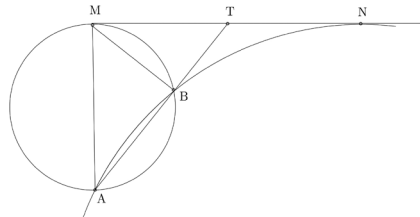
Zehirli Varil

5 gönüllü yeterlidir. Gönüllüleri 1'den 5'e kadar, fıçılardan 1'den 240'a kadar tam sayılarla numaralandıralım. Her fıçının üzerine numarasının 3 tabanındaki gösterimini taşıyan bir etiket yapıştırıralım. Örneğin 146 numaralı fıçının etiketi [12102] olacaktır. İlk aşamada birinci gönüllüye (sağdan başlayarak), birinci basamağında 2 olan tüm fıçılardan birer damla su alarak oluşturduğumuz karışımı verelim. Diğer gönüllülerin içeceği karışımları da benzer şekilde hazırlayalım. 12 saat sonra hasta olan gönüllüler gözlenerek, zehirli varilin üzerindeki etiketin hangi basamaklarında 2 olduğu bulunur. Diğer basamakların sayı değerini (1 veya 0) bulmak için ikinci aşamaya geçebiliriz. Bu aşamada sağlam kalan gönüllülere, sıra numaralarına karşılık gelen basamağında 1 olan varillerden alınan örneklerle oluşturulan karışımı verelim. 24 saat sonra hastalanan gönüllüler gözlemlenerek etiketteki 1'lerin konumları bulunur ve böylece zehirli varil belirlenmiş olur. Örneğin ilk aşamanın sonunda 1 ve 4, ikinci aşamanın sonunda 3 ve 5 numaralı gönüllüler hastalanmış ise zehirli varilin etiketi [12102] olacaktır. Bir başka deyişle, 146 numaralı fıçıda suyun zehirli olduğu anlaşılacaktır.

Şimdi 5'ten az gönüllü ile problemi çözemeyeceğimizi gösterelim. Her gönüllü, sistemin karmaşıklığını 3 azaltır. $\frac{\log 240}{\log 3} \approx 4,987$ olduğu için en az 5 gönüllü gereklidir.

Çemberde Aç

T , çemberlerin kuvvet eksenini üzerinde olduğundan $|TM|^2=|TN|^2=|TB|\cdot|TA|$ ve dolayısı ile $|TM|=|TN|=\frac{1}{2}|MN|=|MA|$ elde edilir. $MA \perp MT$ olduğu göz önünde bulundurulduğunda MAT nin ikizkenar dik üçgen olduğu ve $m(\widehat{MAT})=45^\circ$ olduğu görülür. k_1 çemberinde $[MA]$ çap olduğundan, $m(\widehat{ABM})=90^\circ$ ve $m(\widehat{BMA})=45^\circ$ bulunur. Sonuç olarak $m(\widehat{NMB})=45^\circ$ elde edilir.



CANKURTARAN EKİBİ

Ali Doğanaksoy,
Çetin Ürtiş,
Enes Yılmaz,
Fatih Sulak,
Muhiddin Uğuz,
Zülfükar Saygı.

