ve kenarlar a, b ve c ise $abc/a+b+c \geq 4r^2$ olduğunu kanıtlayınız. Üçgenin alanının $S \geq 3\sqrt{3}r^2$ olduğunu gösteriniz. (Matematik Dünyasından 5(2):26, 1995)

Rasyonel Dik Açılı Üçgenler

Pisagor teoreminde $3^2+4^2=5^2$ ifadesini hepiniz tanırsınız. Tabii bu şöyle de ifade edilebilir: Öyle iki tam sayı bulunuz ki karelerinin toplamı bir tam sayının karesi olsun. Peki, Pisagor teoremine uyan böyle üç sayıyı nasıl bulursunuz? Bir yöntem bulabilir misiniz? Ne zaman hipotenüs-bir dik kenar=1 olur? Ne zaman iki dik kenar farkı 1 olur?

Kediyle Fare

Fare duvardaki delikten 20 adım uzakta. Kedi fareden 5 sıçrayış uzakta. Kedinin bir sıçrayışında fare 3 adım atabiliyor. Kedinin bir sıçrayışı 10 fare adımı kadar. Kedi fareyi yakalayabilir mi?

Dörtyüzlü ve Küreler

Dörtyüzlü (tetrahedron) biçimi bir kap içine konulabilecek eşit çaplı kürelerin veya dörtyüzlü yapacak biçimde yığılmış eşit çaplı karpuzların sayısını verebilecek bir formül bulabilir misiniz?

Düzgün Yirmidörtgen Tarla

Kafaboş'a dedesinden düzgün yirmidörtgen biçimi bir tarla miras kalmıştı. İşe bakınki Kafaboş'un bu mirasa konması şarta bağlıydı; dedesi şöyle vasiyet etmişti: "Bu vasiyet iki matematikçi huzurunda açılacak ve torunum onların huzurunda alanı 182 m^2 olan bu tarlanın bir kenarını en geç 10 dakikada hesaplamaya çalışacaktır; ancak bunu başarabilirse tarla onun olacaktır. Aksi halde tarlayı Bilimsel Araştırma Vakfı'na bağışlıyorum". Kafaboş ne yaptıysa problemi çözemedi; ona yardımcı olur musunuz?

Üç Boyutlu Hayal Gücü

Resimde 9 dikdörtgen görüyorsunuz. Her dikdörtgenin içinde birbirinden farklı biçimde 3 delik var. Her dikdörtgen için öyle bir geometrik şekil bulunuz ki her üç delikten de geçsin.

Satranç

Özgür Tek

AEGON Satranç Turnuvası

Size bu ay da insan ve bilgisayarların karşılaştığı Aegon turnuvası oyunlarından örnekler veriyoruz. Aşağıdaki ilk iki oyun turnuva öncesi yapılan gösteri maçından. Anand bilgisayarlara karşı 4-2 lik bir başarı elde ederken Timman 2-4 le kaybediyordu.

Anand, V-Genius

1. e4 e5 2. Ac3 Ac6 3. Fc4 Af6 4. d3 Fb4 5. Fg5 h6 6. Fxf6 Vxf6 7. Ae2 Aa5 8. O-O Axc4 9. dxc4 c6 10. Vd3 O-O 11. Kad1 Kd8 12. Şh1 d6 13. a3 Fa5 14. Ag3 Fe6 15. Ace2 Vg5 16. f4 exf4 17. Axf4 Fg4 18. Kb1 Fc7 19. Vd2 Kd7 20.Vf2 Fb6 21. Vd2 Ke8 22. Ve3 Kde7 23. h3 Vh4 24. Şh2 a6 25. Ad3 Vg5 26. Af4 Fc8 27. Kf3 f5 28. Agh5 Kf7 29. Kg3 Ve7 30. Ke1 Ff2 0-1

Genius-Timman,J

1. d4 Af6 2. c4 e6 3. Ac3 Fb4 4. Af3 c5 5. e3 b6 6. Vc2 Fb7 7. Fd3 O-O 8. dxc5 bxc5 9. e4 d6 10. Ff4 Ac6 11. O-O Fxc3 12. Vxc3 e5 13. Fg5 h6 14. Fh4 Ad4 15. Axd4 exd4 16. Ve1 Ke8 17. f3 a5 18. Kd1 Fc6 19. Vf2 Kb8 20. Kd2 Ve7 21. Kb1 Ve6 22. b3 Ad7 23. Fc2 a4 24. Fg3 axb3 25. axb3 Ka8 26. Kdd1 Ka2 27. e5 dxe5 28. Fh7+ Şxh7 29. Vxa2 f5 30. b4 Ka8 31. Ve2 Vf6 32. b5 Fb7 33. Ka1 Ke8 34. Ka7 Fc8 35. Kda1 e4 36. fxe4 fxe4 37. Vh5 Ve6 38. b6 Axb6 39. Vxc5 d3 40. Vd4 Ad7 41. c5 Af6 42. Kf1 Şg6 43. Fh4 Fa6 44. Kxg7+ 1-0

CHESSICA-Paul Boersma

1. c4 b6 2. d4 e6 3. Ad2 c5 4. Agf3 Fb7 5. e4 cxd4 6. Axd4 Ae7 7. Fe2 Ag6 8. O-O a6 9. b3 Fe7 10. Fb2 Vc7 11. Vc2 O-O 12. Kad1 Af4 13. Ff3 d6 14. g3 Ag6 15. Fh1 Ac6 16. f4 Axd4 17. Fxd4 e5 18. Fe3 exf4 19. gxf4 f5 20. exf5 Ah4 21. Fxb7 Vxb7 22. Ve4 Kab8 23. Ff2 Axf5 24. Ve6+ Şh8 25. Ae4 Kbe8 26. Kd5 Ah4 27. Axd6 Fxd6 28. Vxd6 Af3+ 29. Şg2 Ad2 30. Ke1 Va8 31. Kxe8 Kxe8 32. Vxb6 h6 33. Fd4 Şh7 34. Fe5 Ae4 35. Fxg7 1-0

Lex Jongsma-MEPHISTO MILANO PRO

1. Ac3 Af6 2. e4 e5 3. g3 Fb4 4. Fg2 O-O 5. Age2 Ke8 6. O-O c6 7. d4 exd4 8. Vxd4 Va5 9. Ff4 Fc5 10. Vd2 Ah5 11. Fd6 Fxd6 12. Vxd6 Ke6 13. Vd3 b6 14. Kfe1 Fa6 15. Vd2 Af6 16. Ad4 Ke8 17. f4 Fc4 18. Kad1 d5 19. b3 Fa6 20. exd5 Kxe1+ 21. Vxe1 c5 22. Ac6 Axc6 23. dxc6 Ke8 24. Vd2 Fc8 25. a4 Fg4 26. Ke1 Kxe1+ 27. Vxe1 Şf8 28. Şf2 Fe6 29. h3 Ae8 30. Ve5 g6 31. g4 f6 32. Ve3 h6 33. Fd5 Fc8 34. Vd3 f5 35. Fe4 a6 36. Vd5 Şe7 37. Ve5+ Şf8 38. Vh8+ Şe7 39. Ad5+ Şe6 1-0

ZUGZWANG-Yona Kosashvili

1. e4 c6 2. d4 d5 3. exd5 cxd5 4. c4 Af6 5. Ac3 e6 6. Af3 Fb4 7. cxd5 Axd5 8. Fd2 Ac6 9. Fd3 Fe7 10. O-O O-O 11. a3 Ff6 12. Ve2 g6 13. Fe3 Fg7 14. Kac1 Axc3 15. bxc3 Vd6 16. Va4 Fd7 17. Vb3 Kfc8 18. Ad2 Aa5 19. Vb4 Vc7 20. Ae4 Fc6 21. f3 Fd5 22. a4 Fc4 23. Fxc4 Axc4 24. Ff2 b6 25. Fg3 Vc6 26. Kfe1 Vd5 27. Fh4 Kc7 28. Fg3 Kd7 29. Fh4 Kc8 30. Ked1 Ad6 31. Axd6 Kxd6 32. Ke3 Kdc6 33. Fe1 Kc4 34. Vb5 Kd8 35. Va6 Kd7 36. Vb5 h6 37. Fd2 Vc6 38. Kee1 Kd5 39. Vxc6 Kxc6 40. Kb1 e5 41. Kb5 Kxb5 42. axb5 Kd6 43. Şf1 exd4 44. cxd4 Kxd4 45. Ke8+ Şh7 46. Fe1 Kd7 47. h3 Ff6 48. Ka8 Şg7 49. Fb4 h5 50. Ff8+ Şh7 51. Şe2 Fe3 52. Fa3 f6 53. Kc8 Fe5 54. Ka8 g5 55. g4 h4 56. Şe3 Şg6 57. Kg8+ Şf7 58. Ka8 Şe6 59. Şe4 Kd4+ 60. Şe3 Ka4 61. Ff8 Şd5 62. Kc8 Ka5 63. Ka8 Kxb5 64. Kxa7 Kb3+ 65. Şe2 Kb2+ 66. Şd3 0-1

Gennadi Timoshchenco-REBEL

1. d4 d5 2. Af3 c5 3. dxc5 e6 4. e3 Fxc5 5. a3 Af6 6. c4 O-O 7. b4 Fb6 8. Fb2 a5 9. b5 Abd7 10. Abd2 Ac5 11. Vc2 Fd7 12. Fe2 Kc8 13. O-O Ae8 14. a4 Ad6 15. Vc3 f6 16. Va3 Ve7 17. cxd5 exd5 18. Fd4 Kc7 19. Kac1 Kfc8 20. Kc3 Af5 21. Kfc1 Axa4 22. Vxe7 Axe7 23. Kxc7 Kxc7 24. Ka1 Fxd4 25. Axd4 Ac3 26. Fd3 b6 27. Şf1 g6 28. Şe1 Af5 29. Fxf5 Fxf5 30. Axf5 gxf5 31. Af1 Axb5 32. Kb1 Kc5 33. Ag3 f4 34. Ah5 fxe3 35. fxe3 Şf7 36. Af4 a4 37. Ad3 Kc3 38. Kxb5 Kxd3 39. Kxb6 Kxe3+ 40. Şf2 Kd3 41. Kb7+ Şg6 42. Şe2 Kb3 43. Kd7 Kb2+ 44. Şf3 Kb5 45. Ka7 Kb3+ 46. Şf4 a3 47. Ka5 d4 48. Ka4 d3 49. Şe3 h5 50. g3 Şf5 51. Ka6 Şg5 52. Ka4 f5 53. h4+ Şf6 54. Ka6+ Şe5 55. Ka5+ Şe6 56. Şd2 Şf6 57. Şe3 d2+ 58. Şxd2 Kxg3 59. Ka6+ Şe5 60. Ka5+ Şe4 61. Ka4+ Şd5 62. Ka5+ Şc4 63. Şc2 Kf3 64. Ka8 Kc3+ 65. Şb1 f4 66. Kh8 f3 67. Kxh5 Şd3 68. Kf5 Şe2 69. h5 f2 0-1

Geçen Ayın Çözümleri

Cin Ruhi'nin Kısmeti Açılıyor

Kız A'dan olsaydı, B ve C'nin de birer kafaları olduğundan ve ayak sayısı kafa sayısının 3 katı olduğundan 9 ayak olması gerekirdi. Kızın 4 ayağı olduğundan (resimden) B ve C'nin ayak sayılarının toplamı 5 olurdu. Fakat B ve C'nin ayak sayısının farkı 2 olmalıydı. Bu ise çelişki doğururdu (x+y=5 ve x-y=2'den x= 3.5 ve y= 1.5 bulunur). O halde kız A'dan değil. Kız B'den olsaydı C'nin kol sayısı, B'den 2 fazla olacağından 4+6=10 olurdu; oysa toplam 8 kol olması gerekiyor. Demek ki kız C (Cygnus) yıldızındandı. Tabii Ruhi gerdeğe girmemek için Andromeda dedi ve kayınpederinden bir Sopalos-Mortos (öldürücü sopa) dayağı yiyerek derhal yıldız dışı edildi. Sonradan Ruhi'ye Afroditos-Mortos'un mezarlığa bakan bir uzay manastırına kapanıp her gün ağladığı anlatıldı. Rivayete göre, günde 10 000 kere "Ruhi, Ruhi, Ruhi ...\Benim aşkım sahi,\Amoros-Mortos'da herkes aptal,\Sen tanıdığım tek dâhi." diyerek wolfram tesbihi çekiyormuş. (Dünyalılar "o tesbih değil sevda çekiyor" diye Ruhi'yle alay ediyorlar).

7 ile Bölünebilme

Son basamak 2 ile çarpılıp sayıdan çıkarılır ve bu işleme sayı 2 basamak kalana kadar devam edilip elde edilen iki basamaklı sayının 7 ile bölünüp bölünmediğine bakılır. Örneğin 4751 sayısını ele alalım. 475 - (2).1=473.

47 - (2).3= 41. 41 sayısı 7 ile bölünemez, o halde 4751 de 7 ile bölünemez.

19 veya 13 ile Bölünebilme

Sayının son basamağı 2 ile çarpılıp son basamak atıldıktan sonra kalan sayıya eklenir, elde edilen sayıda aynı işlem tekrarlanır.
Örnek: 10279, 19 ile bölünebilir mi?
1027 +(2).9= 1027+18=1045
104+(2).5= 104+10=114
11 + (2).4= 11+8= 19
Demek ki 10279 sayısı 19 a bölünebilir.
13 ile bölünebilmede 2 yerine 4 kullanılır.
10279: 19= 541.

Bir Cinayet Soruşturması

Oturma odasında yalnız Crumpet, Britches veya Splutter olabilirdi. (Villadakileri başharfleriyle vereceğiz). S oturma odasında ise C mutfakta olurdu. O zaman B yemek odasında, L kütüphanede, U banyoda ve P kilerde olmak zorundaydı. Oturma odasında B olsaydı, yalnız C'nin mutfakta olduğu sonucuna varırdık (B hem oturma odasında hem de mufakda olamayacağından) ve usa vurmamızı daha uzatamazdık. Oturma odasında C olsaydı usa vurma yapamazdık ve kimin hangi odada olduğu asla belli olmazdı. Colombo şöyle düşündü: Kendisinin bildiklerini katil de biliyordu; yani katil Colombo'nun nasıl bir usa vurma yapacağını tahmin edebilirdi. Oturma odasında B, S veya C vardı; bu üçünden biri katil olabilirdi. Fakat oturma odasında S'nin bulunduğunu varsayarsak hangi odada kimin olduğu derhal bulunabiliyordu; bu durumda S dışındaki herkes "ben oturma odasında değildim" diyerek (alibi kullanarak) kendini kurtarabilirdi. Bu nedenle cinayeti S'nin işlemesi çok aptalca olurdu. Demek ki katil S değildir. Katil B olsaydı, usa vurum yalnızca C'nin mutfakta olduğunu ortaya koyardı ve daha ileri gidemezdi. Katil C olsaydı usa vurum hiçbir sonuç veremezdi. Bu nedenle katil B veya C idi.C'nin elleri soğan kokuyordu; o halde C mutfakda idi. Katil B idi.

Biraz Coğrafya

1- Ekvatorda. 2- Vardır. Güneş bütün yıl günün 12 saati ufkun üstünde olmasına rağmen, ufuktan maksimum yüksekliği mevsimlere göre değişir.

3-Ekvator'da 21 Mart ve 23 Eylül'de (ilkbahar ve sonbahar ekinonoksu= gece gündüz eşitliği) Güneş 12 saat tam tepede durur; bunlar yılın en sıcak günleridir.

4- Ekvator'da 22 Haziran'da Güneş'in ufuktan yüksekliği, diğer günlere göre minimaldir.

Maksimum Çarpım

N= (A/n).(A/n).(A/n)...(A/n) çarpımı maksimumdur.

Örneğin;1+9=2+8=3+7=4+6=5+5. Çarpımlar: 1.9=9; 2.8=16; 3.7=21 ve 5.5=25. Görülüyor ki, A/2.A/2 maksimum sonuç veriyor. Bunu kanıtlayalım; sayının iki parçası [(A/2)+x] ve [(A/2) -x] olsun. (A/2+x) (A/2-x)= $(A^2/4)-x^2$. Bu çarpımın maksimim olması için x sıfır olmalıdır.

Kanıtlanabilir ki toplamı A yapan 3 sayıdan çarpımı maksimum olan A/3, A/3 ve A/3 dür; 4 sayının çarpımı A/4.A/4.A/4.A/4 iken; n sayının çarpımı A/n.A/n.A/n ...A/n iken maksimumdur. Örnek; A=20 ve n=10 ise maksimum çarpım = (20/10) . (20/10)...(20/10) $=2^{10}$.

Tamamı 10 adet

Teğetler Dörtgeni

AB+CD=AD+BC. $DD_4=DD_1$, $CC_1=CC_4$, $BB_1=BB_4$, $AA_1=AA_4$. O halde;
$D_4C_1+A_1B_4=D_1A_4+C_4B_1$, $D_4C_1=D_2C_3$, $A_1B_4=A_3B_2$, $D_1A_4=D_3A_2$, $C_4B_1=C_2B_3$ (ortak dış teğet).
$D_3A_2+C_2B_3=D_2C_3+A_3B_2$. $D_5D_3=D_5D_2$, $C_5C_3=C_5C_2$, $B_5B_3=B_5B_2$, $A_5A_3=A_5A_2$ olduğundan $D_5A_5+C_5B_5=D_5C_5+A_5B_5$ olur. Buradan $A_5B_5C_5D_5$ dörtgeninin teğetler dörtgeni olduğu ortaya çıkar.

El Sıkışanlar

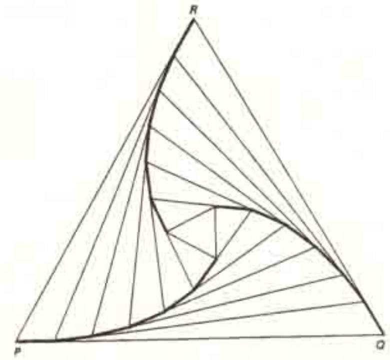
Davete n kişi geldiyse, herkes (n-1) kişinin elini sıkar; o halde n (n-1)/2 el sıkış olur. p konuk gidince (n-p) konuk kalır; davetin sonunda (n-p)(n-p-1)/2 el sıkış yapılmıştır.

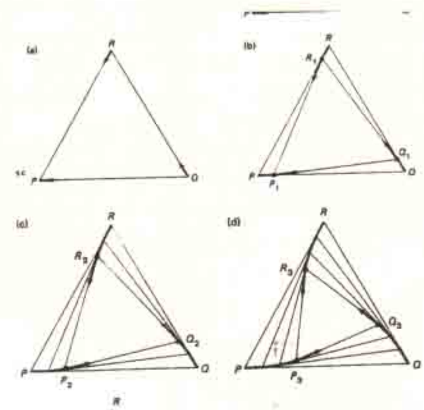
n(n-1)/2 - (n-p) (n-p-1)/2=76 dır.

Buradan $2np-p^2-p=152$. $p(2n-p-1)=152=2^3x19$. p=1 olamaz. p=2 ve p=4 tam sayı çözüm veremez. O halde çözüm p=8 dir; buradan n=14 bulunur. 14 konuk vardır; bunlardan 8'i davetin ortasında gitmiştir. Davetin başında (14.13)/2=91 el sıkışma, davetin sonunda (6.5)/2=15 el sıkışma olmuştur; 91-15=76.

Güdümlü Füzeler

Otomobili takip eden köpekte olduğu gibi, füzelerin izleyecekleri yol parça parça oluşturulur. P,Q'ye, Q, R'ye ve R, P'ye yönelmiştir. Füzeleri her keresinde 1 cm. ilerletelim. Füzeler daima saatin tersi yönde dönmekte olan bir eşkenar dörtgenin köşelerinde olacaktır. P, Q ve R'dan 1 cm. alarak P_1, Q_1 ve R_1 bulunur. Sonra yeni doğrultuda P_2,





Q_2 ve R_2 noktaları (P_1, Q_1 ve R_1 den 1 cm. uzaklıkta) saptanır vb. Füzeler tabii merkezde buluşur ve patlarlar.

1/n'in Desimal İfadesi

1/19 u desimal olarak yazmak istiyoruz. Paydada n olsun. Paydaya 1 ekler ve sonucu 2'ye böleriz; burada m=(1/2) (n+1) diyebiliriz. m çiftse yine 2'ye böleriz; m tekse 1 ekler ve sonra ikiye böleriz ve bunları tekrarlayan sayılar belli olana kadar tekrarlarız: Örnek: 1/19= ? . (19+1)/2= 10.

Tekrarlayan sayı altı çizilendir.

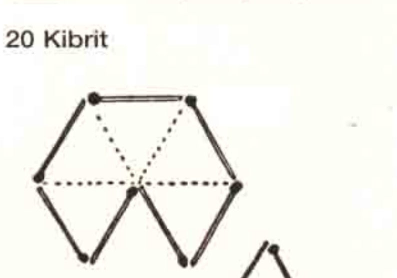
20/19=1,052631578...

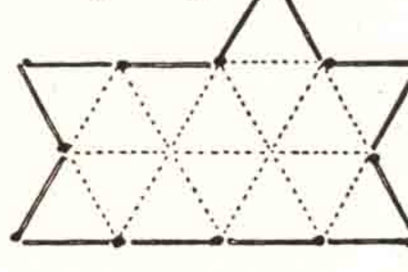
10/19=0,52631578

Bir diğer örnek: 1/47=? 48/47= 1,02127...

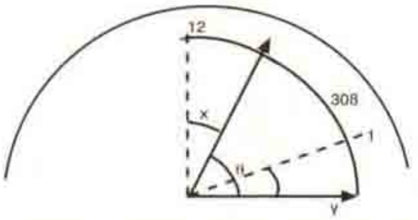
24/47=.51063, 12/47= 0,25531 ve 6/47=0,12765...Tekrarlayan ondalığı 48'i üç kez 2'ye bölerek bulduk. Bunun yerine 48'i 8'e de bölebilirdik. 48/8=6 ve 6/47= 0,12765.. Tekrarlayan sayı altı çizilendir.

20 Kibrit





Cin Saati



Akrep x derece dönerse yelkovan 12x derece döner. Akrep ile yelkovan arası açı 12x-x= 11x dir. Bu açıya θ diyelim. θ =11x. Yelkovan 12'den 360+x derece uzaklaşırsa akrep 1'den x/12 derece uzaklaşır (yelkovan 360° döndüğünde akrep 1'e gelmiştir). Şekilden belli ki x+θ=30+y. θ=11x ve y=x/12 koyalım: x+11x=30+x/12. Buradan x=360/143 derece bulunur. Yelkovan 1° yi 1/6 dakikada aldığından 360/143 derece 60/143 dakikaya karşılıktır. x= 60/143 dakika olunca y=x/12=5/143 dakika olur.

O halde 12'yi 5 60/143 geçe ile 1'i 5/143 geçeyi ayırt edemeyiz.

Sürpriz Sayılar

a) $\sqrt{49}= 4 + \sqrt{9} = 9- \sqrt{4}$; $\sqrt{169}= 16 - \sqrt{9}= \sqrt{16+9}$

$\sqrt{256} = (2x5)+6$; $\sqrt{324}=3x\ (2+4)$; $\sqrt{11881}=118-8-1$; $\sqrt{1936}=-1+9+36$.

b) 9+9 = 18 ve 9 x9= 81; 47+2= 49 ve 47x2=94; 497+2=499 ve 497 x 2=994.

c) $3^3+7^3+1^3= 371$.

37 Oyunu

Birinci oyuncu (A) oyuna 4 ile başlarsa ve oyun boyunca sırasıyla 11, 17, 24, 30 ve 37 puanlarını elde ederse, oyunu daima kazanır. B tabii onun 11, 17, 24, 30 ve 37 yapmasını önlemeye çalışır, ama başaramaz.

1.oyun A	1.oyun B	2.oyun A	2.oyun B		3.oyun A	3.oyun B
4	1(a)	4	1		4	1
3	1(b)	3	1		3	4
(11)2	1	(11)	23	(d)	(17)	5
1						
(17)5	1(c)	5	1		3	4
3	2	(24)	43	(e)	(30)	5(f) 1
(24)1	2	5	1		3	1
(30)4	1	(37)	4		(37)	2
3	2					
(37)1						

a) Yoksa A gelecek hamle 11 der. b) A'nın gelecek hamle 11 veya 17 demesini önler c) A'nın hemen 24 demesini önler. d) A'nın 17 demesini önlüyor,fakat 24 demesini önleyemiyor. e) A'nın 30 demesini önlüyor, fakat 37 demesini önleyemiyor. f) Son oyunda olduğu gibi A daima 24 veya bu oyunda olduğu gibi 30 diyebilir ve her iki yolla 37 demeye gider.

Kolay Sorular

1) At arabalarının ön tekerleği arka tekerleğe göre daha küçük olduğundan arkaya göre daha fazla dönüş yapar; bu nedenle ön dingil arkadan daha çabuk eskir.

2) Demirin yoğunluğu kurşununkinden daha az olduğu için 1 kilo demirin hacmi 1 kilo kurşundan daha büyüktür. Suyun kaldırma kuvveti hacimle doğru orantılı olduğundan demir daha fazla yukarı itilir; demir yükselir, kurşun alçalır. Bu yöntemle A cisminin yoğunluğunun B'den daha az mı, daha çok mu veya onunla aynı mı olup olmadığı hemen anlaşılır.

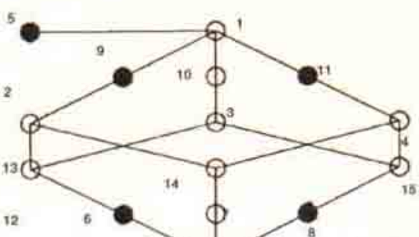
3) a) Bunun için yalnızca 23 kişi yeterlidir. Artık yılları saymazsak aynı günde doğan iki kişinin bulunmaması olasılığı % 50 den azdır.

$(365x364x363x...x343)/365^{23}=$ 0.493. Bu, % 50 den az olduğundan, iki kişinin aynı günde doğma olasılığı % 50 den büyüktür.

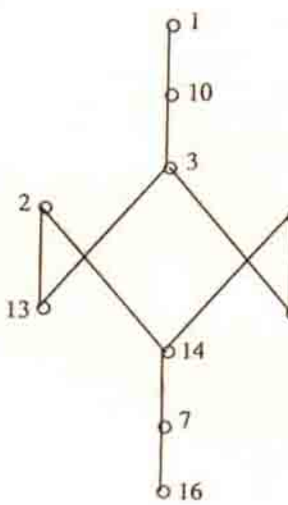
b) Artık yılları saymazsak 366 kişi, artık yıllarda 367 kişi. Şu nedenle: En kötü olasılıkla 365 kişinin her biri yılın farklı günlerinde doğmuş olabilir. 366. kişinin doğum günü, bu 365 kişiden birinin doğum gününün tekrarı olmak zorundadır. Aynı mantık artık yıllar için geçerlidir.

d) İki. Her yüzde bir tane. Plaklarda konsantrik (ortak merkezli iç içe) daireler değil, her yüzde çok uzun tek bir spiral söz konusudur.

Üç Problem ve Graf Teorisi



Şekil 1



Şekil 2

İkinci problem: Kurt= R, Adam=A, Lahana=L ve Kuzu=K olsun.

Olası durumlar: 1)ALKR/-; 2)ALK/R; 3)ALR/K; 4)AKR/L; 5)LKR/A; 6)AL/KR; 7)AK/LR; 8)AR/LK; 9)LKR/A; 10)LR/AK; 11)KR/AL; 12)A/LKR; 13)L/AKR; 14)K/ALR; 15) R/ALK; 16)-/ALKR. Başlangıç konumu: 1; varılmak istenen durum: 16. istenmeyen durumlar: 5,6,8,9,11 ve 12. Konumlar arası geçiş tablosu:

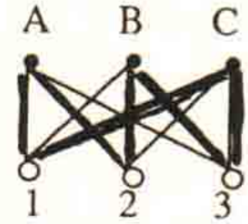
1→5,9,10,11; 2→9,13,14; 3→10,13,15; 4→11,14,15; 5→1; 6→13,16; 7→14,16; 8→15,16; 9→1,2; 10→1,3; 11→1,4; 12→16; 13→2,3,6; 14→2,4,7; 15→3,4,8; 16→6,7,8,12.

Bütün bunları şekil 1'deki graf'la gösterelim. Olanaksız durumlar siyahla işaretlidir. Siyahları bırakıp şekil 2'deki yeni graf'ı oluşturalım. Şimdi iki çözüm görülmektedir:

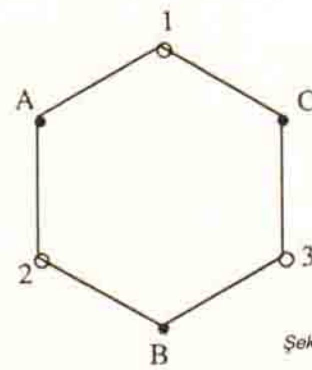
1→10→3→13→2→14→7→16.
1→10→3→15→4→14→7→16.

Üçüncü problem:

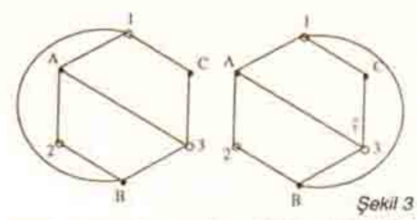
3 ev üç siyah nokta ve 3 kuyu 3 beyaz nokta olsun (şekil 1). Evlere A,B,C, kuyulara 1,2,3 diyelim. Düğüm ve kirişleri nerede ve



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

nasıl çizersek çizelim, (1,A), (A,2),(2,B), (B,3),(3,C), (C,1) kirişleri art arda gelecek ve kapalı bir eğri oluşturacaktır. Bu kapalı eğriyi şekil 2'deki gibi çizelim. Görülüyor ki bu altıgen, şekil 1'e uymaktadır, A 1 ve 2, B 2 ve 3, C 1 ve 3 ile bağlantılıdır. Şimdi birbirini kesmeden (A,3), (B,1) ve (C,2) kirişlerini çizebilecek miyiz? Şekil 3'ten görülüyorki (A, 3) içten, (B,1) dıştan birleştirilince bunları kesmeden (C,2) kirişini çizmek olanaksızdır. O halde problem çözümsüzdür. Burada öğrendiklerimizi özetliyoruz: 1) Bir şekli kağıttan el kaldırmadan ve aynı çizgi üzerinden bir defadan fazla geçmeden, başladığımız noktaya geri dönmek şartıyla çizebilmek için, bütün düğümlerin çift olması gerekir ve yeter. Böyle hepsi çift düğümlerden oluşan bir grafa "Euler grafı" denir. 2) Bağlantılı bir grafta sadece iki düğüm tek dereceli, diğerleri çift dereceli ise, tek dereceli düğümlerin birinde başlayıp diğerinde bitecek şekilde bir dolaşım vardır.

Moda Değil Mod Önemli

$1^{1991}\equiv 11^{1991}\equiv 21^{1991}\equiv 31^{1991}...1981^{1991}\equiv 1991^{1991}\equiv 1$ (mod 10).

$3^{1991}\equiv 13^{1991}\equiv 23^{1991}\equiv 33^{1991}\equiv ...\equiv 1983^{1991}\equiv 7$ (mod 10).

$5^{1991}\equiv 15^{1991}\equiv 25^{1991}\equiv 35^{1991}\equiv ...\equiv 1985^{1991}\equiv 5$ (mod 10).

$7^{1991}\equiv 17^{1991}\equiv 27^{1991}\equiv ...1987^{1991}\equiv 3$ (mod 10).

$9^{1991}\equiv 19^{1991}\equiv ...\equiv 1989^{1991}\equiv 9$ (mod 10).

Birinci ifade 200 tekrardan, diğerleri 199 tekrardan ibarettir.

$1^{1991}+3^{1991}+5^{1991}+7^{1991}+...+1991^{1991}\equiv 200.1+199.7+199.5+199.3+199.9\equiv 1+199(1+7+5+3+9)-1+(199.25)=4976.4976\equiv 6$ (mod 10) olur. Sayının birler basamağı 6 dır.

Sayı Bilmecesi

	A	B	C	D	E
A	7	4	9	5	5
B	3	1	5		8
C	4	1		3	3
D	4		2	1	2
E	1	3	7	5	