

Ayın Sorusu

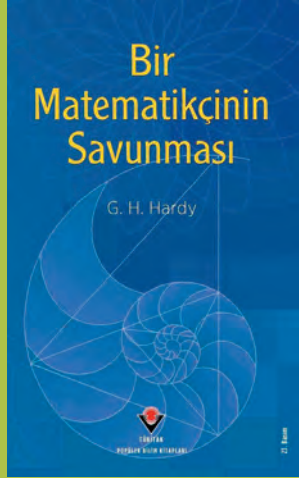
Prof. Dr. Azer Kerimov [bteknik@tubitak.gov.tr

Bilkent Üniversitesi Fen Fakültesi
Matematik Bölümü

Soruyu çözüp cevabı ad, soyad, adres ve telefon bilgileri ile birlikte bteknik@tubitak.gov.tr adresine gönderenler arasında çekilişle belirlenecek beş kişiye TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları Yayınları'ndan bir kitap hediye edeceğiz:

Bu ay:

Bir Matematikçinin Savunması



Çözümü ile birlikte gönderilmeyen cevaplar değerlendirilmeye alınmayacaktır.

Doğru çözüm ve çekiliş sonuçları dergimizin sosyal medya hesaplarından (facebook ve X) önümüzdeki ayın ilk haftasında duyurulacak.

Renkleri Doğru Tahmin Edilen Toplam Kavuk Sayısı



Keloğlan 77 cücenin yaşadığı bir çiftliği ziyaret eder ve bir akşam onlara ertesi gün oynayacakları bir oyunun kurallarını anlatır. Oyunun kurallarına göre, sabah Keloğlan çiftlikteki tüm cüceleri avluya toplayacak ve her cücenin kafasına kırmızı, beyaz, yeşil, mavi, siyah, sarı ve kahverengi renklerdeki kavuklardan birini takacaktır. Keloğlan cücelere kendisinde bu 7 rengin her birinden 77 tane kavuk bulunduğunu ve dolayısıyla her cücenin kafasına istediği renkten kavuk takabileceğini söyler.

Oyunun kurallarına göre, Keloğlan her renkten en az bir kavuk kullanmak zorunda değildir ve cücelerin kafalarına taktığı kavukların tümünün aynı renkte olma olasılığı da vardır. Yine kurallara göre, sabah çiftliğin avlusunda toplanan cücelerin kendi aralarında konuşmaları ve birbirlerine herhangi bir şekilde herhangi bir bilgi iletmeleri yasaktır. Keloğlan istediği renkten 77 kavuğu cücelerin kafasına taktıktan sonra her cüce diğer 76 cücenin kafasındaki kavuğun hangi renkte olduğunu görecektir fakat kendi kafasındaki kavuğun hangi renkte olduğunu göremeyecektir.

Ardından Keloğlan herhangi bir cüceyi seçerek, ondan kendi kafasındaki kavuğun rengini söylemesini isteyecek ve seçilen cücenin cevabını tüm cüceler duyacaktır. Bundan sonraki süreç benzer şekilde devam edecektir. Tüm cüceler Keloğlanın belirlediği bir sırayla kendi kafalarındaki kavuğun rengini bulmayı deneyecek ve sıradaki cücenin cevabını herkes duyacaktır. Cücelerden her biri kendi kavuğunun rengini bulmayı denedikten sonra, kavuğunun rengini doğru tahmin edemeyen her cüce kafasındaki kavuğu Keloğlan'a iade edecektir fakat kavuğunun rengini doğru tahmin eden her cücenin kafasındaki kavuk kendisinde kalacaktır.

Hepsi birbiriyle sıkı arkadaş olan çiftlikteki cücelerin tek amacı, Keloğlan'a mümkün olduğu kadar az sayıda kavuğu iade etmektir. Bir başka deyişle cüceler, Keloğlan'a iade edilmeyecek kavukların sayısının mümkün olduğunca fazla olmasını sağlamak istemektedir. Oyunun kurallarına göre, Keloğlan kuralları anlattıktan sonra sabaha kadar cüceler kendi aralarında istedikleri kadar konuşarak oyun sırasında kullanacakları stratejiyi belirleyebileceklerdir.

Keloğlan oyunda kavukları nasıl dağıtırsa dağıtsın ve cüceleri cevap vermek için hangi sırayla seçerse seçsin, 77 cüce önceden mümkün olan en iyi stratejiyi geliştirerek toplamda en fazla N kavuğun Keloğlan'a iade edileceğini garantileyebiliyorsa, N sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır? Cücelerin Keloğlan'a en fazla N tane kavuğun iade edilmesini nasıl garantileyebileceklerini ve bulduğunuz N sayısının neden daha küçük olamayacağını açıklayın.