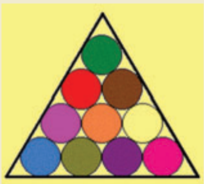
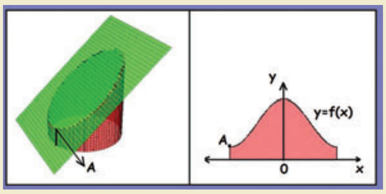
Engin Tokkaş
matematik_kulesi@yahoo.com

Boşa Koysam Dolmuyor



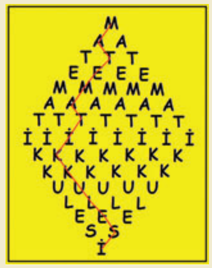
Kenar uzunluğu 1 birim olan bir eşkenar üçgenin içine istediğiniz yarıçapta ve istediğiniz sayıda daire yerleştirerek üçgenin alanının en çok yüzde kaçını örtebilirsiniz? (Dairelerin hepsinin yarıçapı aynı olmalı ve üst üste gelmemeli.)

Silindir Kesmece



Elinize yarıçapı 1 birim olan, kâğıttan yapılmış, bir silindir alın. Sonra onu şekildeki gibi 45°lik açıyla kesin. Altta kalan parçanın üzerindeki A noktasından düşey olarak kâğıdı keserek şeklin ikinci bölümündeki gibi silindir parçasını düzlemsel bir hale getirin. Bu durumda kâğıdın üst sınırını tanımlayan y = f(x) fonksiyonunun neye karşılık geldiğini bulabilir misiniz?

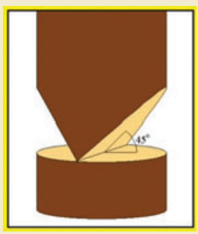
Sözcük Sarmalı



Sürekli sağ aşağıya ya da sol aşağıya doğru ilerleyerek, en üstten başlayıp en altta bitirmek koşuluyla, kaç farklı yoldan “MATEMATİKKULESİ” yazabilirsiniz? (Örnek bir çözüm şekil üzerinde yer alıyor.)

Ağaç Katliamı

Çapı 20 cm olan, şekildeki güzelim ağacı kesmek için vurulmuş 4 balta darbesi sonucu (2’si yatay düzlemde, 2’si de 45°lik açıyla) ağaç gövdesinden iki parça ayrılıyor. Bu iki parçanın toplam hacmini bulabilir misiniz?

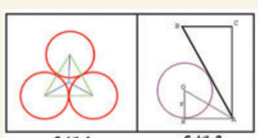


Geçen Ayın Çözümleri

Kapan Kapana

Yanıt 1/2. Eğer uçak 2 kişilik olsaydı, uçağa ilk binen kişi rasgele bir yere oturacağı için son kişinin kendi yerine oturma olasılığı 1/2 olurdu. Uçak n kişilik olsaydı, uçağa ilk binen kişi 1/n olasılıkla kendi yerine oturacaktı. Böylece son kişi de yerine kavuşabilecek, 1/n olasılıkla son kişinin yerine oturacak ve son kişinin kendi yerine oturma şansı kalmayacak ya da (n-2)/n olasılıkla başka bir yere oturacaktı. Başka bir yere oturması durumunda soru (n-1) kişinin (n-1) adet koltuğa oturması problemine döner (önceki problemle tümüyle aynı). Sonuç olarak son kişinin kendi yerine oturma olasılığı : 1.(1/n) + 0.(1/n) + (1/2).[(n-2)/n] = 1/2.

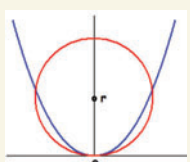
Arada Kalmak



Şekil-1 Şekil-2

Konilerin üstten görünümünün yer aldığı Şekil-1’deki bir kenarı 2 birim olan eşkenar üçgen yardımıyla mavi çizgilerin her birinin uzunluğu 2/√3 olarak bulunur. Bu aynı zamanda Şekil-2’deki AR uzunluğuna karşılık gelir. Soruda verilen değerler ve trigonometrik eşitlikler yardımıyla
tan(BAR) = 2, 2(OAR) = (BAR) ve
tan(OAR) = (√5-1)/2
eşitlikleri elde edilir. O halde kürenin yarıçapı r = AR.tan(AOR) = (2/√3).(√5-1)/2 = (√5-1)/√3
olarak bulunur.

En Büyük Çember



Şekildeki gibi merkezi (0, r) koordinatına yerleştirilen $x^2 + (y-r)^2 = r^2$ çemberi, $y = x^2$ eğrisiyle y(y+1-2r)=0 eşitliği sağlandığında kesişir. Bu da y=x=0 ve y=(2r-1), x= ± (2r-1) noktalarına karşılık gelir. Soruda aslında bu üç farklı noktanın çakıştığı an soruluyor. İşte tam o anda 2r-1=0 olur ve yarıçap r=1/2 olarak bulunur.

En Küçük Değer

$x^{2003} + 1$ değerini, $x^{2003} + 1 = (x + 1)(x^{2002} - x^{2001} + ... + x^2 - x + 1)$ olarak yazabiliriz. Dikkat ederseniz ikinci parantezde 2003 adet terim olduğu için parantez içindeki değer tek bir sayıya karşılık gelecektir. 2^{168} sayısının bu sayıyı bölebilmesi ancak (x+1) sayısının 2^{168} sayısına tam bölünmesiyle olanaklıdır. En küçük değer sorulduğu için de $x = 2^{168} - 1$ olacaktır.

Matematiğin Şaşırtan Yüzü

Olanaksız mı? (2)

(Bu ayki yazıda, geçen ay “Matematiğin Şaşırtan Yüzü” bölümünde yer alan sorunun yanıtını veriyoruz.)

Sorunun çözümü, içinde saat bulunmayan ve iletişim kurulmasına izin verilmeyen bir oda için gerçekten de olanaksız. Ancak odadaki saat sayesinde bu olanaksız sorunun güzel bir çözümü bulunuyor. Çözümü daha rahat anlayabilmek için ilk olarak en basit durumu ele alalım: A matematikçisine 1 sayısı, B matematikçisine de 2 sayısı verilsin. A matematikçisi kendilerine pozitif tamsayılar verildiğini bildiği için ilk gongda hemen B matematikçisinde 2 sayısının bulunduğunu açıklayacaktır. Çünkü kendi sayısının ardışığı daha küçük bir sayı yoktur. Şimdi de A matematikçisine 2, B matematikçisine de 3 sayısı atansın. A matematikçisi B matematikçisinde ya 1 ya da 3 sayısının bulunduğunu bilir. A, ilk gongda B’nin herhangi bir açıklama yapıp yapmayacağına bakar. Bilir ki eğer B’de 1 sayısı varsa ilk gongda B, A’nın sayısının 2 olduğunu açıklayacaktır. Eğer ilk gongda B’den herhangi bir ses çıkmazsa bu kez A artık B’nin sayısının 3 olduğunu anlar ve ikinci gongda yanıtını söyler.

Artık tümevarım için hazırız. İlk olarak verilen sayıların m ve m+1 olduğu durumda, m sayısının atandığı matematikçinin m. gongun çalmasıyla yanıtı doğru açıkladığını varsayalım (yazının başındaki örnekler de zaten bunun olabilirliğini gösteriyor). Bu varsayımı kabul ettikten sonra atanan sayıları m+1 ve m+2 olarak değiştirelim. Böyle bir durumda m+1’in atandığı matematikçi, öteki matematikçideki sayının ya m ya da m+2 olduğunu bilir. Eğer m ise, kabul ettiğimiz varsayım nedeniyle öteki matematikçi m. gongda yanıtını açıklayacaktır. Eğer açıklamazsa, geriye tek bir seçenek kalır ve bu tek seçeneği (m+1). gongda m+1 sayısının atandığı matematikçi kendinden emin bir şekilde açıklar.

Sonuç olarak iki akıllı matematikçiyle soru her durumda çözülebiliyor.