Geçen Ayın Çözümleri

Zeka Oyunları

Kral Kuzenimdir
Kralın 12 ikiz, 12 üçüz, 12 dördüz ve 17 tek çocuk olarak 53 çocuğu vardır.

Köylünün Tarlası
x (100 + x) = (3 x + y) 3x/2'den 7 x + 3 y = 200 bulunur. Tek uygun çözüm: x = 17 ve y = 27 (x = tarlanın eni, y = yamuğun üst kenarı). Aille'in tarlasının eni 17 m, boyu 117 m ve alanı 17 x 117 = 1989 m^2. Yamuğun tabanı ve yüksekliği 51 m, alanı 1989 m^2, üst kenarı 27 m.

Kule Kaç Katlı
N + (N + 1) + (N+2) + ... + (N+x) = 1989 ve aritmetik dizi toplam formülün den N (x + 1) + $\frac{x(x+1)}{2}$ = 1989.
Buradan (x + 1) (2 N + x) = 3978. Kulelerin yapımına en erken 1939'da başlanmış olabilir. 1989 - 1939 = 50 olduğundan x = 50 civarında olmalıdır. Kolayca görülür ki 3978/51 = 78 dir. Böylece x + 1 = 51 ve 2 N + x = 78 den x = 50 ve n = 14 bulunur. İlk kule 14 katlıdır ve 1989'da yapılan en son kule 64 katlıdır. 14'den 64'e kadar olan doğal sayıların toplamı 1989'dur.

Acelesi Olan Adam
Paul, 110 km/saat gitmekle yolu t zamanda almış olsun. 90 km/saat hız yapsaydı yolu t' zamanda alacaktı, t = 90 t'/110'dur (1). Paul 40 dakika zaman kazandı (800: 20 = 40). O halde t = t' - 40 (2). 1 ve 2'den: 90 t'/110 = t' - 40 ve 2 t'/11 = 40. Buradan t' = 220 dakika bulunur. 90 km/saat hesabıyla 220 dakika 330 km yapar.

Küplerden Baraj
En alt sıra (15. sıra) 987 no'lu küple başlar ve 1989 no'lu küple biter. En alt sırada 1989 - 986 = 1003 küp vardır. [Sıralardaki küp sayısı 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 ... Her sayı, kendinden önceki iki sayının toplamına eşit; bu sayılara Fibonacci sayıları denir; 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 + 34 + 55 + 89 + 144 + 223 + 377 = 986. Fibonacci sayılarını bir başka problemde açıklayacağız. Şimdilik şunu belirtelim: bir Fibonacci serisinde ilk n terimin toplamı, (n + 2). terimden 2. terimi çıkararak bulunur. F_{14} = 377 ve F_{16} = 987 olduğundan toplam F_{16} - F_2 = 987 - 1 = 986' dır.

Ormanda
Başlangıçta 4 otomobil, iki köşegeni yollar olan bir dörtgenin köşelerinde olmalıdır: 4 otomobil 3, 8, 6 ve 10'dadır. Citroen ya 6'dadır ve 9'a gider (oradan 3 ve 10'u görür, 8'i göremez); ya da 8'dedir ve 4'e gider (oradan 3 ve 10'u görür, 6'yı göremez). Fakat bu sonuncu durumda Volkswagen, yalnız Citroen'i görebilecek gibi bir hareket yapamaz. O halde Citroen 6'dan 9'a gitmiştir. Volkswagen 3'dedir ve 1'e veya 3'e gider. O halde Renault 8'dedir ve 3'e gider; buradan 9'daki Citroen'i, 1 veya 2'deki Volkswagen'i ve 10'daki Fiat'ı görür. Fiat, Citroen'i 9'da, Renault'yu 3'te ve Volkswagen'i 2'de görmektedir (1'de Volkswagen Renault tarafından saklanırdı). Yeni pozisyonlar: Citroen 9'da, Fiat 6'da, Renault 3'te ve Volkswagen 2'dedir.

Muz Yığınları
1. 1! + 2.2! + 3.3! + ... + 10. 10! = (10 + 1) ! - 1'dir.
[Genel formül: 1.1! + 2.2! + ... + n.n! = (n + 1) ! -1]. Buna göre istenen sayı (10 + 1) ! - 1 = 11! - 1 = 39916799'dur. Ruhi 1'den 10'a kadar olan sayıların faktöryellerini ezbere biliyordu, bu nedenle10! = 3628800'i 11 ile çarptı: (11 ile çarpma kuralı: Örneğin: 1293'ü 11 ile çarpalım: 3 aynen alınır; 9 + 3 = 12, 12'nin 2'si yazılır, elde var 1; 9 + 2 = 11 + elde var 1 = 12, 12'nin 2'si yazılır, elde var 1; 2 + 1 + elde var 1 = 4; 1 aynen yazılır: sonuç: 14223). Sonuç: 1.1! + 2.2! + 3.3! + ... + 10.10! = (10 + 1) ! - 1 = 39916799.
Daha genel bir formül:

$$s \geq 1 \text{ için } \sum_{k=1}^{n} \left((k!)^s\right)\left[(k+1)^s - 1\right] = \left[(n+1)!\right]^s - 1.$$

Romeo ve Jülyet

Garip Bir Kanıtlama
Bertrand Russell ile Papa'yı bir odaya birlikte koyalım. Birisi soruyor: "İçerde kaç kişi var?" Siz "İki kişi" diyorsunuz. Fakat 2 = 1. O halde içerde 1 kişi var, o da Papa Bertrand Russell.

Bu Eşitlik Doğru Mu?
Hayır. Doğru değil. Eşitliğin sol tarafı konverjant (yakınsak) bir sonsuz seridir, sonuç belli bir sayıdır. Buna karşı sağdaki parantezlerin herbiri diverjant (ıraksak) sonsuz serilerdir, yani bu toplamların sonuçları belli bir sayı değil, sonsuzdur. Sonsuz-sonsuz anlamsız olacağından bu eşitlik yanlıştır. Eşitliğin solu "şartlı konverjant" bir seridir. Bir serinin konverjantlığı terimlerinin sırasına bağımlı ise o seriye "şartlı konverjant seri" denir. Bunun karşıtı "mutlak konverjant" seridir (Sağdaki serilere benzer olarak 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + ... serisi de, konverjant gibi görünse de diverjanttır). 19. yüzyıl başlarında Abel ve Cauchy bir serinin konverjant olup olmadığının nasıl test edileceğini ortaya koydu. Bundan sonra serilerin konverjans testi yıldırım hızıyla büyüdü.
1 - 1/2 + 1/3 - 1/4 ... + $(-1)^{n-1}$/n + ... gibi bir seriye "alterne eden seri" denir; bu serilerde terimlerin işaretleri alterne ederek + ve -'dir. Böyle bir seri,her terim kendinden önceki terime eşitse veya ondan küçükse ve n. terim n → ∞ iken sıfırsa konverjant'tır. Buna göre az yukarıdaki seri konverjant'tır. Bu yeterli şarttır, fakat gerekli değildir. Örneğin 1 - 1/2 + 1/3 - 1/4 + 1/9 - 1/8 + 1/27 - 1/16 + ... serisi yukarki şarta uymadığı halde konverjanttır. Biri + terimli, biri - terimli iki serinin ((1 + 1/3 + 1/9 + 1/27 + ...) ve $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+...\right)$ toplanmasıyla elde edilmiş bu seri alterne eden konverjant bir seridir.
Yakınsayan bir serinin tarifi: Bir serinin ilk n teriminin toplamına o serinin kısmi toplamı (S_n) denir. n → ∞ iken S_n = S gibi belli bir limiti varsa, o seri yakınsayan (yakınsak) bir seridir. Limit yoksa, seri ıraksayandır (ıraksak). Örneğin: 1 + 1/2 + 1/4 + ... + $1/2^n$ + ... serisi (1. seri) bir geometrik seri olup $S_n = \frac{1-(1/2)^n}{1-(1/2)} = 2 - \frac{2}{2^n}$ dir.$\lim_{n\to\infty}$ Sn= 2'dir. O halde seri yakınsak ve toplamı S = 2'dir. Buna karşı 1 + 2 + 3 + ... + $n = \frac{n(n+1)}{2}$ (2. seri) olup $\lim_{n\to\infty}$ Sn = ∞'dur ve seri ıraksaktır. Yakınsaklık için gerekli şart: Serinin genel terimine U_n dersek, yakınsak bir seride $\lim_{n\to\infty} U_n$= 0'dır. Örneğin yukardaki 1. seride Un=$1/2^n$ ve $\lim_{n\to\infty} 1/2^n$= 0'dır (yakınsak). Buna karşı 2. seride $\lim_{n\to\infty}$ Un = $\frac{n(n+1)}{2}$ = ∞'dur (ıraksak). U_n= 0 yakınsaklık için gerekli olmakla birlikte yeterli değildir. Yani $\lim_{n\to\infty} U_n$ = 0 olmasına rağmen seri ıraksak olabilir. Örnek:
$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{n}+...\right)$ serisi $\lim_{n\to\infty} 1/n$ =0 olmasına rağmen ıraksaktır. Un=ar^{n-1} (a ≠ 0) şeklindeki bir geometrik seri |r| ≥ 1 halinde ıraksak (|r| ≥ 1 ise U_n $\lim_{n\to\infty}$ = ∞ olur). |r| < 1 halinde yakınsak ve toplamı a/(1-r)'dir.
Cauchy entegral testi: Sonsuz serinin genel terimini f (n) olarak ifade ettiğimizde:
$\int_1^{\infty} f(n)\,dn$ entegrali mevcut ise seri konverjanttır, mevcut değilse diverjanttır. Örnek: ($\sum_{n=1}^{\infty}$ $1/n^P$=1+$1/2^P$+$1/3^P$ +...+$1/n^P$+...) (p serisi). $\int_1^{\infty} n^{-p}\,dn = \frac{n^{1-p}}{(1-p)}\Big|_1^{\infty}$ (p ≠ 1 şartıyla):
p = 1 ise $\int_1^{\infty} n^{-1}\,dn = \ln n\Big|_1^{\infty}$ $\lim_{n\to\infty} \ln n = \infty$; p > 1 ise
$\lim_{n\to\infty} \frac{n^{1-p}}{1-p}$ = 0 ve p < 1 ise $\lim_{n\to\infty} \frac{n^{1-p}}{1-p} = \infty$.
O halde p serisi p>1 için konverjant, p≤ 1 için diverjanttır (p=1 durumunda seri harmonik olur, harmonik seri ıraksaktır).
Cauchy'nin oran testi: 1 + 1/2! + 1/3! + ... + 1/n! + ... sonsuz serisini alalım. n. terimin (n - 1). terime oranını bulalım: 1/n! / [1 / (n - 1) !] = 1/n. $\lim_{n\to\infty}$ 1/n = 0. Şimdi kuralı verelim: Bir sonsuz seride n. terimin (n - 1). terime oranı, n→∞ iken < 1 ise seri konverjant, > 1 ise diverjanttır; 1'e eşitse birşey söylenemez. Örneğin 1 + 1/2 + 1/3 + ... + 1/n + ... sonsuz serisinde (1/n) / [1/n (n - 1)] = (n - 1) / n ve $\lim_{n\to\infty}$ (n -1) /n = 1 olduğundan karar verilemez. Fakat bu seriyi şöyle yazalım: 1 + 1/2 + (1/3 + 1/4) + (1/5 + 1/6 + 1/7 + 1/8) +... Burada her grup ≥ 1/2 olduğundan seri diverjanttır. Bir diğer örnek: 1 + 1/10 + 2!/10^2 + 3!/10^3+...serisini alalım. U_n=n!/10^n.U_{n+1} / U_n= (n + 1) ! / 10^{n+1}. $\frac{10^n}{n!}$ =(n+1)/10.
$\lim_{n\to\infty}$(n+1)/10→∞ ıraksak.
d'Alembert oran testi (Genel Oran Testi): Bir seride n. terimin (n - 1). Terime oranının mutlak değeri < 1 ise seri konverjant, > 1 ise diverjanttır.
Karşılaştırma testi: Bir serinin her teriminin mutlak değeri, pozitif terimli bir konverjant serinin karşılık olan terimine eşit veya ondan küçükse o seri konverjanttır.
Bir serinin her terimin mutlak değeri, pozitif terimli bir diverjant serinin karşılık olan terimine eşit veya ondan büyükse seri diverjanttır.
Cauchy Kök Alma Kuralı: U_1+U_2 +...+U_n+... pozitif terimli serisi verilmiş. $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{U_n}$ = R olsun. R < 1 ise seri yakınsak, R > 1 ise seri ıraksak, R = 1 ise birşey söylenemez. Örnek U_n = 1/ (log n)^n ise $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{U_n}$ =$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\log n}$ =0<1. Bu seri yakınsaktır.

Ralli
Rusça öğrencisi kimyacının, İtalyanca öğrencisi matematikçinin önündedir. Eric, her 3 dil öğrencisinin önünde olduğuna göre 1 no'lu otodadır. Eric bilim yaptığına göre fizikçi olmalıdır (Çünkü kimyacı ve matematikçi, dilcilerin gerisindedir). Rusça öğrencisi Bruno ve kimyacı 2 - 3 - 4 veya 3 - 4 - 5 no'lu otolarda olmalıdır. Fakat 3 - 4 - 5 durumunda Bruno İngilizce öğrencisi olurdu (Çünkü no: 6 matematikçidir); bu durumda 3 dil öğrencisi birbirini izlerdi. Bunun olamayacağını söylemiştik.
O halde 2'de Rusça öğrencisi, 3'de Bruno ve 4'de kimyacı var. İtalyanca öğrencisinin arkasında iki kişi var. İtalyanca öğrencisi ancak No: 3'deki Bruno olabilir. O halde İngilizce öğrencisi No: 5'dedir. No: 6'da matematik öğrencisi vardır, bu Denis olmalıdır. Albert No: 4'de, Franck No: 5'de ve Charles No: 2'dedir. 1- Eric, Fizikçi; 2- Charles, Rusça öğrencisi; 3- Bruno, İtalyanca öğrencisi; 4- Albert, Kimyacı; 5- Franck, İngilizce öğrencisi; 6- Denis, Matematik öğrencisi.

İvan İvanoviç'in Saç Rengi
(T + N) - (P + V) = 40
(T + P) - (N + V) = 20
II + T + 3P = V + 3N
II = V + 3N - T - 3P = (T + N) - (P + V) - 2 [(T + P) - (N + V)] = 40 - 2.20 = 0.
İvan İvanoviç saçsızdır.

Çatalın Fiyatı
D) 11 F. Bıçak 7 F, Kaşık 3 F, Çatal 11 F.

Kare
Üç çözüm var: 36, 2500, 4900. 36 + 1989 = 2025 ve büyük karenin kenarı = 45 olmalıdır ($\sqrt{2025}$ = 45). 2500 + 1989 = 4489 ve $\sqrt{4489}$ = 67. 4900 + 1989 = 6889 ve $\sqrt{6889}$ = 83.

Düşündürücü Karakökler
$\sqrt{100} = 10 + 0$
$\sqrt{121} = 12 - 1 = \sqrt{11^2}$
$\sqrt{144} = 14 - \sqrt{4} = 4 \times (4-1) = (4-1)! \times \sqrt{4}$
$\sqrt{169} = 19 - 6 = 16 - \sqrt{9} = \sqrt{16} + 9$
$\sqrt{196} = 9 + 6 - 1$
$\sqrt{225}$ Bulunamıyor
$\sqrt{256} = 2.5 + 6$
$\sqrt{289} = (\sqrt{9})^2 + 8 = \sqrt{8}^2 + 9 = \sqrt{(8+9)^2}$
$\sqrt{324} = 3 \times (2+4) = 24 - 3! = \sqrt{3^4} \times 2 =$
$= 3^2 \times \sqrt{4} = 4! - 3.2 = 3! + \frac{4!}{2}$
$\sqrt{361} = 3 \times 6 + 1 = 13 + 6 = 16 + 3$
$\sqrt{400}$ Bulunamıyor
$\sqrt{441} = 4! - 4 + 1$
$\sqrt{484} = 4! - 8 : 4$
$\sqrt{529} = 5 + (2 \times 9) = 2^5 - 9 = P_2^5 + \sqrt{9}$
$\sqrt{576} = (5 - 7 + 6)!$
$\sqrt{625} = 5^{\sqrt{6-2}}$
$\sqrt{676}$ Bulunamıyor
$\sqrt{729} = (7+2)\sqrt{9} = (\sqrt{7+2}) \times 9$
$\sqrt{784} = 7(8-4) = (7 \times 8) : \sqrt{4} = 7\sqrt{8}\sqrt{\sqrt{4}}$
$\sqrt{841}$ Bulunamıyor
$\sqrt{900}$ Bulunamıyor
$\sqrt{961}$ Bulunamıyor

Matematik

Makas Kullanmayınız ve de Sinirlenmeyiniz!
Çok üzgünüm ki çözümün tümünü size aktarmayı istemiyorum. Çözüm yerine önce abartılı olarak şekli bir kez daha çizeceğim: İkinci ve üçüncü ipuçları olarak da şunları söylemeliyim: İplerin bileklere bağlandığı yerlerde boşluklar var, ayrıca parmaklarınız da bomboş durmasın!

Olağandışı Bir Sayı
x = 142857
2x = 285714
3x = 428571
4x = 571428
5x = 714285
6x = 857142

Bölünebilmeler
(a) a^{2n} - b^{2n}'nin açılımını yaparsak a + b çarpanını elde edebiliriz. 3^{6n} - 2^{6n} = 27^{2n} - 8^{2n} olduğuna göre 3^{6n} - 2^{6n}'nin bir çarpanı 27 + 8 = 35 olur. Böylece35 | (3^{6n} - 2^{6n}) çıkar. (b) n^5 - $5n^3$ + 4n = n (n^4 - $5n^2$ + 4) = (n - 2) (n - 1) n (n + 1) (n + 2) olduğuna özen gösterirsek yukardaki ifade ardışık 5 tane doğal sayının çarpımına eşittir. Bu çarpanlar içinde biri 5'e, en az biri de 3'e bölünebilirdir. Ayrıca en kötü olasılıkta bile çarpanlar içinde 8 sayısı vardır. (Örneğin sayılarımız 2k - 1, 2k, 2k + 1, 2k + 2, 2k + 3 biçiminde olsalardı, 8 | (2k . (2k + 2)) olurdu!) O halde verilen ifade her n ≥ 1 için 5 . 3 . 8 = 120 sayısına tam olarak bölünebilir.

Sıfırları Sayar mısınız?
100! doğal sayısını asal çarpanlarına ayırdığımızda 2'nin üstündeki sayı hiç kuşkusuz 5'in üstündeki sayıdan daha büyüktür. 10=5 . 2 olduğuna göre 100! sayısının sağ yanındaki 0'ların sayısı, 100!'i asal çarpanlarına ayırdığımızda 5'in üstünde oluşan sayıya eşit olacaktır. 100! içinde 5'in katı olan 20 sayı vardır. O halde 100!'in sağ yanında toplam 20 tane sıfır vardır.

Onlar ve Onbirler
$11^{10} - 1 = 11^{10} - 1^{10}$
$= (11-1)(11^9 + 11^8 + ... + 11^1 + 1)$
10' tane sonu 1 ile biten sayı.

Tamsayısal Denklemlerle Aranız Nasıl!
x, y, z doğal sayılarından en az biri 4'den küçük olmalıdır. (Tersine x ≥ 4, y ≥ 4, z ≥ 4 olsaydı, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{4}$ bulunurdu). O halde x = z ya da x = 3 olabilir.
1. Durum: x = 2 olsun. $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$ → (y - 2) (z - 2) = 4 bulunur. Buradan

$y-2=2,\ z-2=2 \Rightarrow y=4,\ z=4$
$y-2=1,\ z-2=4 \Rightarrow y=3,\ z=6$
elde edilir.

2. Durum: x= 3 olsun. $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{2}{3} \Rightarrow (2y-3)(2z-3)=9$ bulunur. $y \geq x = 3$ olduğundan $2y-3 \geq 3$, $2z-3 \geq 3 \Rightarrow 2y-3=3$, $2z-3=3 \Rightarrow y=3$, $z=3$ çıkar. O halde aranan çözümler şunlardır:

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1,\ \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1,\ \frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=1$

Tümevarımla Eşitsizliklerin Kanıtı

(1) k üzerinde tümevarım uygulayacağız.

1. Adım: $k=1$ için $(n \geq k)$

$1+\frac{1}{n}=\left(1+\frac{1}{n}\right)^1<1+\frac{1}{n}+\frac{1^2}{n^2}$ olduğu açıktır.

2. Adım: k için verilen eşitsizlikler doğru olsun. Böylece $(k \leq n)$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^{k+1}=\left(1+\frac{1}{n}\right)^k\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right) \geq \left(1+\frac{k}{n}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right) \geq 1+\frac{k+1}{n}$$

ve

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^{k+1}=\left(1+\frac{1}{n}\right)^k\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right) < \left(1+\frac{k}{n}+\frac{k^2}{n^2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right) \leq 1+\frac{k+1}{n}+\frac{(k+1)^2}{n^2}$$

elde edilir.

O halde her $n \geq 1$, $k \leq n$ için

$1+\frac{k}{n} \leq \left(1+\frac{1}{n}\right)^k < 1+\frac{k}{n}+\frac{k^2}{n^2}$ bulunur.

(2) Yukarıda $k=n$ alınırsa her $n \geq 1$ için

$2=1+\frac{n}{n} \leq \left(1+\frac{1}{n}\right)^n < 1+\frac{n}{n}+\frac{n^2}{n^2}=3$ çıkar.

İçiçe Geçmiş Şekiller

n. adımda oluşan çemberin yarıçapı

$R_n=\cos\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{4}\cdot\cos\frac{\pi}{5}\cdots\cos\frac{\pi}{n+2}$ olur (Ayrıntıları siz elde ediniz!). $n \to \infty$ iken limit ise

$\lim_{n\to\infty} R_n=\cos\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{4}\cdot\cos\frac{\pi}{5}\cdots\cos\frac{\pi}{n+2}\cdots$

sonsuz çarpımı olup değeri O değildir (Bunu görmek için görsel nedenler bulabilir misiniz?).

Fizik

I. a) Burada enerjinin korunumunu kullanabiliriz. Potansiyel enerjideki değişme, kinetik enerjideki değişmeye eşit olmalıdır. Kabın su yüzeyindeki hava basıncı ve delikteki hava basıncının birbirine eşit olduğu düşünülürse, hava basıncı ile ilgili terimler ihmal edilir. O halde, $\Delta PE = \Delta KE$ suyun delikten akış hızı v, kapta aşağı iniş hızı v', suyun kütlesi m ise $mgH - mgh = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv'^2$ dır.

Delik küçük olduğuna göre v, v' ne göre çok büyüktür. O zaman eşitliğin sağ tarafındaki $\frac{1}{2}mv'^2$ terimi ihmal edilebilir.

$mg(H-h)=\frac{1}{2}mv^2$. Diğer taraftan $H-h=h_1$ dır.

$mgh_1=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow gh_1=\frac{1}{2}v^2$

$v=\sqrt{2gh_1}$ bulunur. Bu hız yatay doğrultudadır.

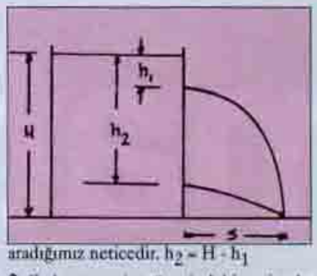
b. Suyun yere değmesi için geçen zaman

$h=\frac{1}{2}gt^2$ den bulunabilir. $t=\sqrt{2h/g}$ dir. Su, bu zaman süresince yatay doğrultuda v hızı ile ilerleyecektir.

$S_1=vt=\sqrt{2gh_1}\cdot\sqrt{2h_2/g}=2\sqrt{(H-h_1)h_1}$, $S_1=2\sqrt{(H-h_1)h_1}$

c. Bu şartı sağlayan ikinci bir delik açılabilir. $S=S_1=S_2$ olmalıdır. O halde, $2\times\sqrt{(H-h_1)h_1}=2\times\sqrt{(H-h_2)h_2}$ her iki tarafın karesini alalım $(H-h_1)h_1=(H-h_2)h_2 \Rightarrow h_2^2-Hh_2-(Hh_1-h_1^2)=0$

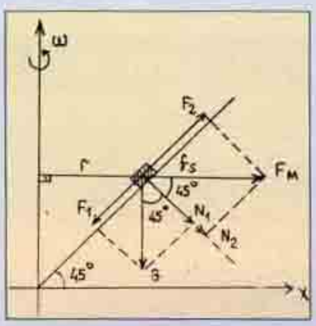
Bu denklemin kökleri $h_2=h_1$ ve $h_2=H-h_1$ birinci kök birinci deliktir. İkinci kök



aradığımız neticedir. $h_2=H-h_1$

2. Sarkacın yerin yüzeyindeki periyodu T olsun. Buna göre $T=2\pi\sqrt{l/g}$ dir. Periyod'un $T'=2T$ olduğu yerde $g'=g/4$ olacaktır. Çünkü; $2T=2\pi\sqrt{l/g'}$, $T=2\pi\sqrt{l/g}$ taraf tarafa bölünürse $2=\sqrt{g/g'} \Rightarrow 4=g/g'$ ve $g'=g/4$ bulunur. Yerin (g) çekim alanı Newton'un genel çekim kanununa göre; $g=\frac{G.M}{r^2}$ dir ve sadece yerin merkezinden olan uzaklık karesi ile ters orantılıdır. g'nin 4 kez azalması için $r=2R$ olmalıdır ve sarkacın çıkarıldığı noktanın deniz seviyesinden yüksekliği R kadar olmalıdır.

3. $F_M=m\,w^2r$ merkez kaç kuvvetinin bileşenleri



$F_2=F_M$ Sin 45
$N_2=F_M$ Cos 45
G = mg ağırlığının bileşenleri
F_1 = mg. Sin 45
N_1 = mg. Cos 45

Sürtünme kuvveti $f_s=k\,N=k.(N_1+N_2)$

Cismin aşağıya kaymaması için denge koşulu, $F_1=F_2+f_s$ dir.

mg. Sin 45 = m w^2r . Sin 45 + k (mg Cos 45 + m w^2r. Cos 45)

Sin 45 = Cos 45 olduğundan gerekli sadeleştirme yapılırsa

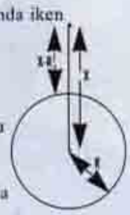
$g=w^2r+k(g+w^2r)$
$g=w^2r+kg+k\,w^2r$
$g-kg=w^2(r+kr)$

$\frac{g(1-k)}{r(1+k)}=w^2$

$w=\sqrt{\frac{g(1-k)}{r(1+k)}}=\sqrt{\frac{1000(1-0,1)}{10\cdot(1+0,1)}}=\sqrt{\frac{100.0,9}{1,1}}=\sqrt{\frac{900}{11}}$

w = 9 rad/sn bulunur.

4. a) Cisim X uzaklığında iken sahip olduğu potansiyel enerji $\frac{GmM}{x}$ dır.



Yerin yüzeyine ulaştığında sahip olduğu kinetik enerji $\frac{1}{2}mv^2$ ve $P.E=\frac{-GmM}{R}$ dir.

Enerji Korunum Kanuna göre:

$-\frac{GmM}{x}=\frac{1}{2}mv^2-\frac{GmM}{R}$

$V^2=2GM\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{x}\right);\ \frac{GM}{R^2}=g$

olduğuna göre:

$V^2=2gR^2\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{x}\right)$ elde edilir.

b) $x=\infty$ alınırsa $1/x=0$ olacağından.

$V^2=2gR \Rightarrow V=\sqrt{2gR}=\sqrt{2\times10\times6,4\times10^6}$

$V=\sqrt{128\times10^6}=11,3\times10^3$ m/s $=11,3$ km/s

Biyoloji

1. Chargaff kuralına göre A:T, G:C ile eşleşir.

X bakterisi için: A:16 ise T:16 olur. A+T = 32 ise G-C: 100-32 = 68'dir. 68/2=34, G ve C'nin miktarlarıdır.

Y bakterisi için aynı işlemlerle: A:34 ise T:34 G:16 C:16 bulunur.

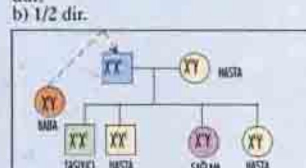
Guanin sitozin arası üç hidrojen bağı olduğu için, bu çifti çok olan X bakterisi bu sıcaklıkta yaşayabilir. Sıcaklık artışı ile bazlar arası hidrojen bağları açılır, adenin ile timin arasında ise iki hidrojen bağı bulunur ve DNA'da bu baz çifti çoksa, DNA daha kolay ve hızlı açılır. G:C çifti fazla olan DNA bu nedenle sıcaklığa daha dayanıklıdır.

2. Lizin, arjinin ve histidin gibi bazik amino asitler bol bulunur. Bu nedenle histonlar fizyolojik pH' (7.0)'larda protonlanıp (+) yük kazanırlar. DNA molekülleri ise aynı pH'larda kuvvetli asidik olup (-) yüklüdürler. Bu negatif yükün sebebi, yapılarındaki $PO_4^{=}$ gruplarıdır.

DNA çift sarmalının (-) yükleri ile histon proteinlerinin (+) yükleri arasında elektrostatik çekim neticesinde DNA-Histon Kompleksi oluşur.

3. a) 1/4 dür. Bu gen için homozigot olma olasılığı 1/2, kız çocuğu olma olasılığı ise yine 1/2 dir. 1/2 x 1/2 = 1/4 dür.

b) 1/2 dir.



4. Enzim-substrat kompleksi tek enzime kıyasla sıcaklık artışına daha dayanıklıdır. Biyoteknolojik üretimlerde tutuklanmış enzimler (sevdiği bir destek moleküle bağlamak) bu nedenle tercih edilir.

Temmuz Ayı Ödüllü Bulmaca Yanıtı

1994 Haziran ayı dergisinde çıkan "Ödüllü Bulmaca" yı doğru yanıtlayarak, çekiliş sonucu kitap kazananlar:

İsmail Koca, Mustafa Kemal Paşa/Bursa
K.İlhan Gündüz, Kuşadası/Aydın
Selma Yılmaz, Almanya
Ayşe Özcan, Sivas
Muhsin Akçay, Çanakkale
Bora Güneş Doğan, Gemlik/Bursa
Cavit Nur, Karabük/Zonguldak
Hakan Güven, Çanakkale
Taner Akgün, Bursa
İlhan Zencirci, Kilis/Gaziantep
Burcu Seven, Kula/Manisa
Haydar Fersoy, Demre/Antalya
Ahmet Murat Denli, İzmir
Ayşe Maraloğlu, İçel
Rıza Oytun Karaçal, Bahçelievler/Ankara

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	A	L	E	X	A	N	D	E	R	G	R	A	H	A	M	B	E	L	L	■
2	K	A	Z	E	V	İ	■	B	■	U	S	K	U	N	D	U	R	A	■	K
3	R	U	A	■	A	K	A	R	E	T	■	İ	M	A	■	N	A	H	I	R
4	O	B	N	İ	N	S	K	■	R	■	■	M	A	T	■	G	R	A	D	O
5	M	A	■	A	G	A	L	A	K	S	İ	■	R	O	■	A	D	N	A	N
6	A	L	İ	Ş	A	R	■	S	E	A	N	S	■	M	İ	L	■	A	A	■
7	T	İ	N	E	R	■	L	U	T	R	■	A	■	İ	K	O	N	■	■	M
8	O	■	T	■	T	K	■	R	E	P	L	İ	K	■	A	V	■	A	Y	A
9	P	L	A	N	■	A	S	B	■	A	İ	■	A	A	R	■	A	S	O	R
10	S	E	N	B	E	R	N	A	R	■	B	H	■	S	O	R	G	U	N	■
11	İ	N	İ	■	K	A	■	N	E	B	İ	■	H	İ	S	A	R	■	T	A
12	■	G	■	T	O	K	S	İ	N	■	D	O	■	T	■	N	A	T	U	K
13	K	Ü	R	■	S	A	■	P	O	L	O	■	M	A	L	A	M	A	■	R
14	S	İ	N	■	İ	R	N	A	■	İ	■	İ	■	N	İ	■	A	■	C	A
15	A	S	■	İ	S	A	■	L	İ	E	C	H	T	E	N	S	T	E	İ	N
16	T	T	K	■	T	■	A	■	A	D	A	L	E	■	İ	R	İ	■	L	■
17	R	İ	A	Y	E	T	K	A	R	■	V	A	T	A	N	■	Z	A	A	F
18	İ	K	D	A	M	■	K	İ	■	T	C	■	R	Y	■	E	M	■	V	O
19	Y	■	İ	F	■	H	A	D	■	K	A	R	A	Ş	İ	N	■	S	U	R
20	A	N	T	A	N	A	N	A	R	İ	V	O	■	E	R	E	T	İ	Z	M

Düzelti:

319. sayıda, 34. sayfadaki çerçeve yazısında "10-15 adet aktif çekirdek" ifadesi "10^{15} adet aktif çekirdek" olacaktır.

320. sayıda, 26. sayfada sol üst köşedeki resmin alt yazısı Australopithecus afarensis (Lucy) değil, Homo erectus olacaktır.