

# VE ile VEYA' yı karıştırmamak Bütün mesele burada !

TÜRKİYE  
BİLİMSEL ve TEKNİK  
ARAŞTIRMA KURUMU  
KÜTÜPHANESİ

Herman AMATO

Çizgiler : Ferruh DOĞAN

**S**akin aklınıza fare gelmesin. Bir fıkra ile başlayalım. Adamın biri hekime gider. Hekim ilâcı yazar. Ama faydalanması için bir şart sürer : «Bu ilâcı içerken fareyi aklına getirmeyeceksin!». Adam ilâcı içmek ister ama ne mümkün kaşığı eline aldıkça hep fare aklına gelir.

Şimdi ben diyorum ki VE ile VEYA'yı iyice ayırabildiniz mi, karada ölüm yok. Bütün vereceğim problemleri kolaylıkla çözeceksiniz. Ama bakalım VE ile VEYA'yı kolaylıkla ayırabilecek misiniz? Bu iki kelimeyi ayırmak belki basit zannedilebilir. Fakat bu iş o kadar basit değildir. Acemi bir erin sağ ile solu ayırabilmesi gibi bir şeydir. Herkes sağa dönerken bakarsınız acemi er sola döner. Şimdi diyeceksiniz ki: «Karıştırma dediniz diye karıştırıyruz. Nitekim öğretmenlerimiz, anne ve babalarımız neyi karıştırma demişlerse hep karıştırmışızdır». Bu genel olarak doğru olabilir. Bana da hocalarım neyi karıştırma demişlerse hep karıştırmışımızdır. Ama bu sefer durum böyle değil, karıştırmayın desem de,

karıştırmayın desem de hep VE ile VEYA'yı karıştıracaksınız. Bu karıştırma duygusu içinizden geliyor. Karıştırmamanız için bol bol alıştırmaya yapmalısınız.

**Bir İngiliz ve bir kitap.** Ben VE ile VEYA'yı karıştırmamayı bir kitaptan öğrendim. İsmi «Introduction to probability», yazarı Boyd Earl, bir eğitimci ile bir psikolog uygulanan programın editörlüğünü yapmışlar. Kitabı görürseniz en az benim kadar korkacaksınız. Gündüzle gece yanyana peş peşe dizilmiş, Beyaz kısımlar yanında alacakaranlık çizgiler. Bu gri çizgiler cevapları kolaylıkla okuyamamız için konmuş. Ama ne cevapları! Siz «şış» derken bakıyorsunuz o «beş» diyor. İşin kötüsü yanılan hep siz oluyorsunuz. Kitabı gördükten sonra : «Ben olsa olsa bunu beş senede haklarım» diye düşündüm. Arkadaşlara sordum : «Sen zeki bir adama benziyorsun, beş sene bize uzun görünüyor, senin için bir iki sene yeter» dediler. Teşekkür ettim. Bir de önsözü okuyayım dedim (bazan ön sözleri okurum): Ze-



Ve ile veyayı ayırabilirseniz, artık size karada ölüm yok demektir

ki öğrenciler kitabı 14 saatte haklarını, ortalamaya öğrenciler 20 saatte, en aptalları da (aptal demiyor da yavaşları diyor, ne de olsa editör psikolog) otuz iki saatte. İşte bu kitabı bizde staj yapmaya gelen bir İngilizce verdim. Çok çalışkan bir çocuktur. Beş dakika sonra kitabı geri getirdi: «Vakit nakittir, ben bu kitapla vaktimi kaybedemem. Amerikan kitapları ruhuma uygun gelmiyor». Üç defa kitabı okusun diye verdim. Üç defa okumadan geri getirdi. Çaresiz mağlup oldum Aynı konuda «Lady Luck» verdim. Warren Weaver tarafından neş'eli bir şekilde yazılmış olan bu kitabı elinden bırakmak istemedi. Biraz probabilitte öğrendiği için yanımdan çok mutlu ayrıldı. Birinci kitap ekler dışında 244 sayfa tutuyordu ve içinde 1019 soru ve cevap vardı. Bunlarla ne anlatılmak isteniyordu dersiniz? Bir tek formül ve onu çıkarmak için gerekli formüller. Hepsini yarım sayfayı zor tutuyordu. Bu kitabın yarısını teşkil eden dört formülün ikisini VE kelimesine diğer ikisini VEYA kelimesine bağladım, böylece bu formülleri unutmaz oldum. Bu formülleri öğrenmekle 244 sayfalık kitabın yarısını yapmış olacaksınız. Bu formüller niye mi yazıyordu? Daha basit ihtimallerin yardımı ile, daha karışık durumlarda ihtimalleri hesaplamaya. Ama siz ihtimalin ne olduğunu daha bilmiyorsunuz ki.

**Her İhtimal bir orantıdır.** Geçen yazımızda zarların, karşılaşma sayılarını hesaplamanın, bazı durumlarda karar vermemize nasıl yardımcı olabileceğini gördük: İki zarla 7 toplamı 6 şekilde elde edilebiliyordu, 5 toplamı ise 4 şekilde. Daha kolaylıkla karşımıza çıkması muhtemel olan yedi toplamını tercih etmek daha avantajlı idi, Daha kolay anlaşılabilir diye piyango biletlerine benzetelim: Yedi toplamını seçerken 6 bilet (16, 61, 25, 52, 34, 43 numaralı biletler) ve 5 toplamını seçerken 4 bilet (14, 41, 32, 23) satın almış durumuna düşüyorduk. Parantez içindeki sayıların iki değişik zarın yüzlerini iki basamakta temsil ettiğini ve örneğin 16'nın kırmızı zar (1), yeşil zar (6) anlamına geldiğini unutmayın. Bunun gibi 61, kırmızı zar (6), yeşil zar (1) anlamına gelmektedir. Birinci parantez içindeki sayıların iki basamağını toplamının 7'ye eşit ve ikinci parantezde bu toplamın 5'e eşit olduğuna dikkat edin. Bilet adedimiz arttıkça kazanma şansımız artıyor. Ama bu için her zaman bu kadar kolay olacağını zannetmeyin. Elimizdeki bilet adedi her zaman kazanma şansımızı göstermez. Örneğin sizin elinizde 3 bilet bulunsun, benim

elimde de 3 bilet. Biletlerin cinsleri değişik olsun, diyelim ki sizin piyangozunda kurayla çıkabilecek bütün biletlerin sayısı 10 dur. Benim piyangozunda ise bu sayı yüz olsun. Sizin kazanma şansınız 3/10 olmasına mukabil, benim kazanma şansım 3/100'dür. Her iki halde eşit değerlerde tek bir ikramiye kabul ediyoruz. Demek ki kazanma şansınızı hesaplayabilmek için kurada çıkabilecek bütün biletlerin sayısını bilmeliyiz. Her ihtimal bir orantıdır: Elimizdeki imkânların, aynı sınıftan çıkabilecek bütün imkânlara oranı, İki zar atmakla kaç farklı durum ifade edebiliriz? Tüm olarak 36, bu durumları yukarıdaki gibi iki basamaklı sayılarla şöyle gösterebiliriz: 11, 12, 13, 14, 15, 16; 22, 23, 24, 25, 26; 31, 32, 33, 34, 35, 36; 41, 42, 43, 44, 45, 46; 51, 52, 53, 54, 55, 56; 61, 62, 63, 64, 65, 66.

Bu sayıların birinci basamaklarına hayalî-nizden kırmızı bir zar, ikinci basamaklarına yeşil bir zar koyarak, zarların yüzlerini yukarıdaki sayıları elde edecek şekilde değiştirin.

Demek ki iki zarla 36 farklı durum elde ediliyor, bunların 6'sı 7 toplamını ve 4'ü 5 toplamını veriyor. İsterseniz sayın. O halde 7 toplamı elde etme ihtimali  $6/36 = 1/6$  ve toplamı elde etme ihtimali  $4/36 = 1/9$  dur. Bundan sonra ihtimalleri genel olarak p ile göstereceğiz ve farklı ihtimalleri P(A), P(B) şeklinde ayıracacağız.

**Bir demir halkası ve bir testere:** Büyük ve uzun bir O ya benzeyen bir demir halka alalım. Bunu testere ile ikiye bölelim. Şöyleki üst kısımdan tersine bir U (yani  $\cap$ ) ve alt kısımdan bir U elde edelim. Kestiniz mi? Böylece matematikte VE ile VEYA yerine kullanılan semboller elde etmiş oldunuz. Tersine U ( $\cap$ ) matematikte VE yerine kullanılan semboldür. Normal U da VEYA yerine kullanılır. Aklınızdan zincir halkasının üstüne VE yazın altına da VEYA, ve bunu hiç unutmamaya bakın. Niçin mi kestim? Matematikte tersine U'ya kesişim, normal U ya birleşim derler. (Bunu şimdilik unutabilirsiniz).

**VE ile ilgili iki formül:** Alistığımız dilde VE toplama anlamına gelir: İki elma ve üç elma derssek bunları toplarız. Burada somut şeylerden bahsediyoruz. İmkânlardan bahsederek VE kelimesini kullandığımız anda çarpma aklımıza gelir. Örneğin tek zarla 6 VE 5 elde etmek ihtimali, zarı iki defa atarak, önce 6 VE sonra 5 elde etmek ihtimali demektir. Tek zarla 6 elde etme ihtimali  $1/6$  dir. Çünkü zarın 6 yüzü vardır ve «6» yazılı yüz bunlardan biridir. Gene aynı se-



bepten tek zarla 5 elde etme ihtimali  $1/6$  dir. İki atışta önce 6 sonra 5 elde etme ihtimali  $1/6 \times 1/6 = 1/36$  dir. Evvelâ tek zarı iki defa atmakla, iki zarı bir defa atmanın aynı sonucunu sağladığına kanaat getirin. Birinci halde atış sırası değişmektedir, ikinci halde zarlar değişmektedir. Fakat her iki halde iki farklı atış vardır. Bu kanaati edindikten sonra yukarıdaki 36 farklı karşılaşma içinde 65 halinin bir defa karşımıza çıktığına dikkat edin. O halde Ve ile ilgili kaidelerden birini şöyle özetleyebiliriz. Birbirini etkilemeyen iki olayın aynı anda meydana gelmesi (örneğin iki zarla aynı anda 6 ve 5 in gelmesi) Veya bunların birbirlerini takip etmesi (örneğin önce 6 sonra 5'in tek zarla elde edilmesi) ihtimali, bu olayların ihtimallerinin çarpılmasıyla bulunur. Olayın biri A diğeri B ise, A ve B,  $A \cap B$  şeklinde gösterilir: Böylece çarpma ile ilgili ilk formülü bulmuş oluruz:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Burada iki atış birbirinden müstakildir. Diğer formül olaydan biri diğerini etkilerse kullanılır. Eğer bir olay diğerini etkiliyerek onun ihtimalini değiştirirse, kulanacağımız ihtimal bu yeni şartlara uymalıdır.

**VE ile ilgili ikinci formül ve karidesli Makarna.** Herhangi bir lokantaya gidersem, karidesli makarna bulmam ihtimali zayıftır. Eğer Çin lokantasına gidersem bu ihtimal artar. Eğer A olayı Çin lokantasına gitmek ve B olayı karidesli makarna bulma keyfiyeti ise, B ihtimalini bu yeni şartlar altında uygulamalıyız. A olayının B olayını etkilediği ve B nin bu yeni şartlara göre seçildiği, kısaca  $B|A$  şeklinde gösterilir. (Bu dik bir çizgidir bölüm çizgisi değildir). Böylece yukardaki formül:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$

şeklini alır. Bu şartlı ihtimalle ilgili formüldür. Daha geneldir, yukardaki formülü de özel bir hal şeklinde kapsar. Diğer bir örnek, Bir apartmandan çıkacak ilk insanın % 50 kadın, % 50 erkek olması ihtimali vardır. Fakat kışın önünde veya kadınlar hamamının önünde aynı şekilde düşünmek tuhaf kaçır.

**VEYA ile ilgili iki formül.** Veya kelimesi seçim imkânlarımızı artırmak istediğimiz zaman kullanılır. Omega marka saat almak istersim, seçim imkânım daralır. Ya Omega veya Longine desem bu imkânım artar. Veya halinde imkânlar toplanır. Örneğin iki zarla yınadığım zaman, zarlar renksiz ise 65 halini 56 halinden ayıramam. Halbuki iki renkli zarlar veya tek zarın



**Ve ile veyayı birçokları gibi sizde karıştıracaksınız.**

iki defa atılmasında bu halleri ayırabilirim (kırmızı 6, yeşil zar 5; Kırmızı 5, yeşil 6 vb.). Beyaz zar kullanırken seçim imkânlarım genişliyor, bu iki halden ya birini veya öbürünü eşdeğer kabul ediyorum, 65 veya 56 hallerinin ihtimallerini bu takdirde toplamalıyım. 65 haline A, 56 haline B desem, A veya B hallerinin ihtimalini, A ile B nin ihtimalini toplayarak bulurum. Böylece birinci formül:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

İki zarla atışta ya 65 hal gelir ya da 56 hal. Bu iki hal birlikte gelemmezler. Bunlara birleşemiyen olaylar diyoruz. Bunun gibi tek zarın iki yüzü birleşemezler. Gece ve Gündüz, Hayat ve Ölüm birleşemezler.

Buna karşılık birleşebilen olaylar vardır. Bu birleşebilen olayların bir kısmı aynı anda meydana gelebilir ve bu kısım VE bahsinde öğrendiğimiz formülle hesaplanabilir. Örneğin bir çocuk hem kızamık hem de nezle olabilir. Bir insan hem siyah saçlı hem de mavi gözlü olabilir. Eğer siyah saçlıları bir grupta ve mavi gözlüleri bir grupta toplarsak 2 grup çocuğun toplamı mevcut çocuklardan fazla olacaktır. Çünkü mavi gözlü ve siyah saçlı çocuklar her iki gruba girdiğinden iki defa sayılacaktır. O halde ihtimalleri hesaplarken bunlara ait ihtimali VE bahsine göre hesaplayıp toplamdan düşürmeliyiz. Böylece Veya ile ilgili ikinci formül