MATEMATİK TARİHİNE BİR BAKIŞ

Dr. Selçuk ALSAN

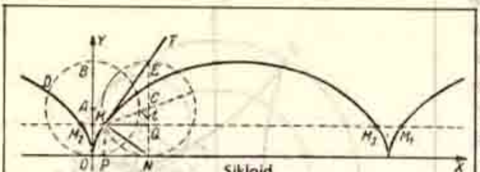
(Geçen sayının devamı)

Kenarların orta noktalarına O_1, O_2, O_3 diyelim, kenar ortayları ve kenar orta dikmelerini çizelim, kenar ortayların kesişme noktasına G, kenar orta dikmelerin kesişme noktasına O diyelim. HA_1, HA_2 ve HA_3'ün orta noktalarını bularak bunlara da C_1, C_2, C_3 diyelim. Şimdi şu şaşırtıcı gerçekleri ifade edebiliriz: 1. O_1 O_2 O_3 C_1 C_2 C_3 H_1 H_2 H_3 aynı daire üzerindedir, buna 9 nokta veya Euler dairesi denir. 2. Bu dairenin merkezi F, OH çizgisi üzerinde O ile H arasında bulunur ve OH'ı iki eşit parçaya böler. 3. G noktası da OH çizgisi üzerinde bulunur, öyle ki HG = 2 (GO)'dur. 4. O, F, G ve H'ın aynı çizgi üzerinde olması nedeniyle OH çizgisine o üçgenin *Euler çizgisi* denir. 5. H_3 H_2 ile A_3 A_2 bir P_1 noktasında, H_1 H_3 ile A_1 A_3 bir P_2 noktasında ve H_1 H_2 ile A_1 A_2 bir P_3 noktasında kesişmiş olsun, P_1 P_2 P_3 noktaları aynı doğru üzerindedir *(polar eksen)* ve bu doğru Euler çizgisine diktir. 6. 9 nokta dairesi üçgenin iç teğet dairesine ve kenarlarının uzantısı üzerinde çizilen 3 dış teğet daireye teğettir *(Feuerbach teoremi* 1800 - 34). 7. Eğer Euler dairesi ile üçgenin köşelerinden geçen daire kesişiyorsa polar eksen bu iki dairenin ortak kirişidir, o zaman HG'yi çap alan daire de (o üçgenin ortocentroid dairesi) bu iki dairenin kesişme noktalarından geçer.

BLAİSE PASCAL (1623 - 1662): Fransız. Pascal'ın ruh kırgınlıkları ve mistik kâbuslarla dolu acıklı bir hayatı vardır. Küçükken kuduz bir köpek tarafından ısırılmış, kuduzun bütün belirtilerini gösterdikten sonra nasılsa ölümden kurtulmuştur. 4 yaşında annesini kaybetti. Vergi Toplama Müdürü olan babası bir matematik amatörü idi, ona barut, boralar, pertavsızlar vs. üzerine olağanüstü şeyler anlatırdı, amacı Pascal'ın bilgisini değil, zekâsını arttırmaktı. Pascal onu mahçup etmedi, döşemeye, bahçede toprağa ve kâğıtlara Euclide teoremlerini çizdiğinde 12 yaşında yoktu. Terimleri bilmediğinden doğru yerine sopa, daire yerine tekerlek ve dikdörtgen yerine uzun kare diyordu. 12 yaşında fayanslarda ses husulü üzerine küçük bir kitap yazdı ve bir üçgenin içaçıları toplamının 180° olduğunu kanıtladı. Birkaç yıl sonra kendi adı ile anılan teoremi buldu.

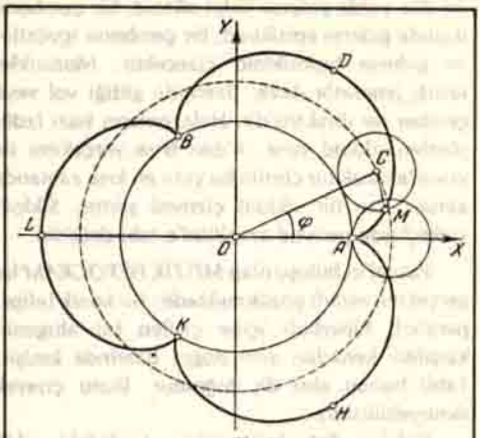
16 yaşında *KONİK'LER* üzerine bir kitap yazdı (konikler bir düzlemin bir koniyi kesmesi sırasında oluşan eğrilerdir, düzlem koninin tabanına paralelse kesit daire, dikse hiperbol, düzlem koninin ana doğrularından birine paralelse kesit parabol ve düzlem koniyi bu haller dışında kesiyorsa kesit elips'dir).

18 yaşında bir hesap makinesi icat etti. 24 yaşında iken felç geldi, koltuk değnekleri ile yürümeye başladı. Buna rağmen "doğa boşluğu sevmez" aksiyom'una karşı çıktı, o haliyle Paris'te Rivoli kulesinin tepesindeki basıncın caddeden daha düşük olduğunu gösterdi. Böylece atmosfer basıncı konusunun son noktasını koyuyordu. 25 yaşında birden bütün bilimleri bırakarak Port-Royal manastırına kapandı. Ömrünün son 8 yılında kendisini uçuruma çeken hayaller görüyordu. "Ben ebedî kanunları keşfetmek istedim" demiştir. Fizik alanında sıvıların dengesi, atmosfer basıncı kanunları ve hidrolik pres'i ona borçluyuz. Matematik alanında uzay (projektif) geometriyi geliştirdi, ihtimaller hesabının temellerini kurdu, kombinasyonu, mistik hexogram'ı ve Pascal üçgenini buldu, sikloid'i geliştirdi. Biz çok ilginç olan bu buluşlar üzerinde biraz duracağız. *Kombinasyon* şu sorunun cevabını verir: n cisimden r cisim kaç türlü alınabilir? Örneğin A, B ve C harflerinden iki harflik kaç grup yapabiliriz, Pascal bunun doğru cevabını şu formülle bulmuştu: $n! / r! (n - r)!$. Eğer alınan cisimlerin sırası da hesaba katılırsa, yani örneğin AB ile BA farklı grup sayılırsa işleme *permütasyon* denir ve formül şu şekli alır: $n! / (n - r)!$. A, B ve C harflerinden ikili 3 kombinasyon ve 6 permütasyon mümkündür: (A, B), (A, C), (B, C) ve AB, BA, AC, CA, BC, CB. Formüllerde $n = 3$ ve $r = 2$ yazarak aynı sonuca matematik olarak da varabilirsiniz. Kombinasyon ve permütasyon ihtimaller hesabında çok önemli rol oynamaktadır. *Sikloid*'e gelince önce tarifini yapalım: Bir çember üzerinde bir M noktası alalım, çember bir doğru üzerinde kaymadan



Sikloid

yuvarlansın, M noktasının bu yuvarlanma sırasında çizdiği eğriye sikloid denir. Eğer M noktası çemberin üzerinde değil de içinde alınırsa *kısaltılmış sikloid,* M noktası çemberin dışında alınırsa *uzatılmış sikloid* söz konusudur. M noktasını taşıyan çember bir doğru üzerinde değil de bir diğer çember üzerinde kaymadan yuvarlanıyorsa M noktası bir *episikloid* çizer, çember bir diğer çemberin üzerinde değil de içinde kaymadan yuvarlanıyorsa M noktası bir *hiposikloid* çizer (şekle bakınız). Çemberin merkezine C, yarıçapına a, doğruya değdiği noktaya N ve MCN açısına da t dersek sikloid'in formülü şöyle yazılabilir: $x = a\,(t - \sin t)$ $y = a\,(1 - \cos t)$. Sikloid'in hikâyesi ilginçtir: İlk kez 1590'da Galile böyle bir eğri hayal etti, bu eğri ile doğru arasında kalan alanı hesaplamak istedi, elinde teorik imkânlar olmadığından tartmalar yolu ile çemberin ve sikloid'in alanları arasındaki oranı bulmaya çalıştı, teorik olarak bu sayının 3 olması gerektiğini düşündü, fakat deneyler daima 3'den küçük ve 3'e yakın bir sayı veriyordu, o zaman Galile bu sayının irrasyonel olması gerektiğine karar verdi. Galile'nin ölümünden sonra öğrencileri Viviani ve Torricelli sikloid'i matematik olarak incelediler, Torricelli ve Roberval sikloid'in alanını buldu: $S = 3\pi r^2$, yani sikloid'i çizdiren çemberin alanının tam 3 katı. Sikloid'in etrafında dönmesinden doğan hacmin $V = 5\pi^2 r^3$ olduğu Roberval tarafından ispatlandı. (r = sikloid'i çizdirten çemberin veya bir diğer deyişle jeneratör çemberin yarıçapı). Viviani helezonlarla sikloid'in ilişkilerini inceledi. Elimizde bir helezon bulunsun, helezonun yarıçapına a, iki yayı arasındaki uzaklığa h, yayların eğimine alfa, helezonun ekseni ile izdüşüm yüzeyi arasındaki açıya beta, izdüşüm yüzeyi ile izdüşüm ışınları arasındaki açıya delta diyelim. Bu helezonun kendi eksenine dik bir düzlem üzerindeki düşey izdüşümü tabii ki bir dairedir, fakat aynı helezonun eksenine dik bir düzlem üzerindeki eğik izdüşümü bir sikloid'dir. Eğer delta > alfa ise sikloid uzatılmış, delta < alfa ise kısaltılmış, delta = alfa ise normal olur. Helezonun eksenine paralel bir düzlem üzerindeki düşey izdüşümü dalgasal bir eğridir (sinüzoid), bu sinüzoid'in amplitüdü a ve dalga boyu h. cos β olacaktır. Helezonun eksenine dikey veya paralel olmayan bir düzlem üzerindeki düşey izdüşümü ise bir "sıkıştırılmış sikloid"dir, bundan anlaşılan sikloid'in merkezler çizgisine dik bir doğruya doğru sıkıştırılarak üniform şekilde küçültülmesidir (merkezler çizgisi jeneratör dairenin merkezinin geometrik yerini ifade eder, bu sikloid'in tabanına paralel bir çizgidir). Sıkıştırma katsayısı $k = \sin\beta$ ve $r = \frac{h}{2\pi} \operatorname{cotg}\beta$ ($= a.\ \operatorname{tg}\alpha\ \operatorname{cotg}\beta$) ile ifade edilir. $\beta > \alpha$ ise helezonun izdüşümü uzatılmış sikloid, $\beta > \alpha$ ise kısaltılmış sikloid, $\beta = \alpha$ ise normal sikloid'dir. M noktasından jeneratör dairenin yarıçapına indirilen dikmelerin ayaklarının geometrik yeri ise amplitüd'ü r ve dalga boyu $2\pi r$ olan bir sinüzoid'tir, bu sinüzoid'in ekseni merkezler çizgisine tekabül eder. O zamanlar eğrilerin düzleştirilmesine çok çalışılıyordu, sikloid ilk düzleştirilen eğri oldu (Wren 1658), daha sonra Fermat semikübik parabolü düzleştirdi (rektifikasyon). Pascal sikloid'in geometrisi üzerindeki eksiksiz buluşlarını 1659'da yayınladı. Bundan sonraki 40 yıl içinde Huyghens, Newton, Leibniz ve Bernouilli kardeş-



a) Episikloid

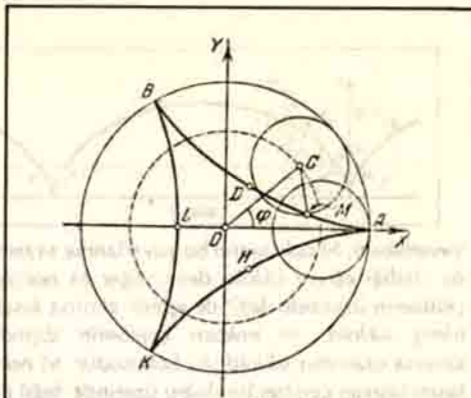
ler sikloid'in mekanik özelliklerini inceledi. Jean Bernouilli *BRACHİSTOCHRONE* problemini inceledi (brachisto: en kısa, chrone: zaman), Brachistochrone problemi şudur: aynı düşey çizgi üzerinde olmayan A ve B noktaları olsun, A'nın B'den daha yüksekte olduğunu kabul edelim, direnci çok az olan bir ortamda A noktasından bırakılan bir cismin yalnızca yerçekimi etkisi ile B noktasına en kısa zamanda ulaşması için çizmesi gerekli eğri nedir? 1696'da Bernouilli kardeşler bu eğrinin sikloid olması gerektiğini kanıtlayıp yayınladılar. A'dan B'ye gitmek için gerekli en kısa zamanı veren formül $t = \sqrt{r/g}\ F$'dir. (F jeneratör dairenin A'dan B'ye gelirken döndüğü açı). 18. yüzyılda Lagrange ve Euler'in yarattıkları variyasyon hesabının temellerinden biri brachistochrone problemi idi. Bir iki kelime de epi ve hiposikloid üzerine söyleyelim: jeneratör çemberin yarıçapına r, sabit çemberin yarıçapına R dersek episikloid iç yarıçapı R ve dış yarıçapı R + 2r olan bir halka içine çizilir, hiposikloid iç yarıçapı R — 2r ve dış yarıçapı R olan bir halka içine çizilir. Hiposikloid'lerde $R<r$ olursa meydana gelen eğriye perisikloid denir ki episikloid'den farksızdır. Bu konuyla ilgili olarak en son *TAUTOCHRONİSM*'e değinmek istiyoruz. Huyghens 1673'de gösterdi ki sikloid bir sarkacın periyodu amplitüdüne bağlı değildir, oysa dairesel sarkaçlarda periyod amplitüd'e tabidir, periyod'a T dersek $T = 4t$ ve $t = \pi \sqrt{\frac{r}{g}}$ dir. (r = jeneratör çemberin yarıçapı, g = yerçekimi sabitesi). Görülüyor ki periyodu veren formülde amplitüd yok. Sikloid sarkaç ister dar, ister geniş salınmalar yapsın, başladığı noktaya dönmesi için geçen zaman (yani periyod) aynı kalacaktır, bu ise inanılması zor birşeydir. Sikloid'i bir iki cümlede şöyle toplamak istiyoruz: bir motosikletin tekerleğine küçük bir jiklet yapışsın, motosiklet düz yolda giderse jiklet sikloid, bir çemberin dışında giderse episikloid, bir çemberin içyüzünde giderse hiposikloid çizecektir. Motosiklet lastiği jeneratör daire, üzerinde gittiği yol veya çember ise direktris'dir. Helezonların bazı izdüşümleri sikloid verir. A'dan B'ye yerçekimi ile yuvarlanacak bir cismin bu yolu en kısa zamanda alması için bir sikloid çizmesi şarttır. Sikloid sarkaçlarda periyod amplitüd'e tabi değildir.

Pascal'ın buluşu olan *MİSTİK HEXOGRAM*'lar gerçekten esrarlı gözükmektedir: bir konik (elips, parabol, hiperbol) içine çizilen bir altıgenin karşılıklı kenarları aynı doğru üzerinde kesişir. Tabii bunun aksi de doğrudur. Bunu çizerek deneyebilirsiniz.

Gelelim *Pascal üçgenine*. Aşağıdaki şekle bakalım:

$$\begin{array}{ccccccccccc} &&&&&1&&&&& \\ &&&&1&&1&&&& \\ &&&1&&2&&1&&& \\ &&1&&3&&3&&1&& \\ &1&&4&&6&&4&&1& \\ 1&&5&&10&&10&&5&&1 \end{array}$$

Görüldüğü gibi 4. sıra 3.'den, 5. sıra 4.'den... türetilmektedir, örneğin $1 + 3 = 4$, $3 + 3 = 6$, $3 + 1 = 4$ ve en sonra sola ve sağa birer 1 yazarak 5. sırayı 4. sıradan elde etmiş olduk. Bu üçgenin özelliği $(a + b)^n$'in açılışını vermesidir, örneğin $n = 3$ için katsayıların 1, 3 3, 1 olması gerektiği hemen belli oluyor, o halde $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$'dür. Bundan ihtimaller hesabında şöyle faydalanılır, bir olayın olması veya olmaması ihtimali aynı ise bu açılış kullanılır *(binom teoremi)*, örneğin bir parayı üstüste 3



b) Hiposikloid

kere attığımda ihtimaller şunlardır (Y = yazı ve T = tura ise): 1 kere YYY, 3 kere iki yazı ve bir tura (YYT, YTY, TYY), 3 kere iki tura ve bir yazı (TTY, TYT, YTT), 1 kere TTT. a = yazı ve b = tura kabul edersek bu sonuçlar $(a + b)^n$'den açıkca görülmektedir, örneğin $3a^2b$ bize iki yazı ve bir tura'nın 3 kere olacağını anlatıyor. Pascal üçgeninde yatay sıraların toplamı daima 2'nin bir üssüne eşittir, bunun için sıra sayısının bir eksiği 2'ye üs olarak verilir, örneğin 4. sıranın toplamı 2^3 olmalıdır: $1 + 3 + 3 + 1 = 8 = 2^3$. Demek ki parayı 3 atışta üstüste 3 yazı (veya tura) gelme ihtimali 1/8'dir.

ADRİEN - MARİE LEGENDRE (1752 - 1833). Paris Harp Okulunda Profesör olan Legendre'in Geometri'nin Elemanları adlı kitabı Avrupa ve Amerika'da uzun yıllar Euclide'in Elemanlar kitabı yerine okutuldu, onun çok daha öğretici bir şekli idi. Legendre sayı teorisi, jeodezik üçgenler, eliptik fonksiyonlar, en küçük kareler metodu, elipsoid'lerin çekimi, Legendre polinom'ları vs. üzerinde çalıştı, burada Euler'in başlattığı ve Legendre'in geliştirdiği *GAMA FONKSİYONU*'ndan biraz bahsetmek istiyoruz. e^{-x} ile x^{a-1}'i çarpalım ve bu çarpımın sıfırdan sonsuza entegralini alalım, a sıfırdan büyük bir tamsayı ise bu entegral alınabilir ve a'nın gama fonksiyonu olarak tanımlanır:

$$\text{Gama}(a) = \int_0^\infty x^{a-1}\, e^{-x}\, dx$$

Gama fonksiyonunun bazı özel halleri: Gama (1/2) $= \sqrt{\pi}$, Gama (1) = 1, Gama (n + 1) = n!, Gama (n + 1) = n. Gama (n), Gama (a). Gama (1 — a) $= \pi / \sin \pi a$

Gama fonksiyonu sayesinde n faktoriyel'in yaklaşık değeri hesaplanabilir (n çok büyük iken): n! hemen hemen eşittir $n^n \cdot e^{-n} \cdot \sqrt{2\pi n}$ (Stirling formülü).

Gama fonksiyonuna dayanılarak beta fonksiyonu yaratılmıştır:

$$B(p, q) = \frac{G(p) \cdot G(q)}{G(p+q)}$$

Konunun tamamlanması için SONSUZ SERİLER'de adı geçen ingiliz Brook Taylor (1685 - 1731), Colin MacLaurin (1698 - 1746) ve Fransız Joseph Fourier'yi (1768 - 1830), natürel logaritmaları bulan İngiliz John Napier'i (1550 - 1617) ve adî logaritmaları bulan İngiliz Henry Briggs'i (1561 - 1630), eski Yunan matematikçileri Thales, Pitagor, Euclide ve Arşimed'i saygıyla analım.

Bu yazı ile matematik tarihine bir bakışı tamamlamış oluyoruz. Ancak en önemli isimler ve buluşlar üzerinde durabildik. Amacımız matematikçilerin hayatı yanında bir nebze de matematik öğretebilmek, daha doğrusu matematiğe ilgi uyandırmaktı, bu bakımdan yazılarımız matematik tarihi kitaplarını birçok noktada aştı, bizzat yüksek matematik kitapları açarak çok sevdiğimiz konulara eğildik. Sonsuz seriler, ihtimaller hesabı ve garip eğriler üzerindeki yazılarımızı gelecek sayılarda bulacaksınız. Matematik kelimesi matem, atiklik ve at (matem/at/ik), iki kere mat (Mat/e/mat/it), tik (matema/tik) ve âti'yi (matem/ati/k) içermektedir, o halde diyebiliriz ki matematikçiler genellikle hüzünlü, çabuk düşünen, at gibi (pardon!) habire sonuca koşan, karanlığı ve karanlık getirenleri mat etmiş, biraz sinirli ve geleceğe dönük insanlardır. Alman psikiyatr'ı Kretschmer "Beden Yapısı ve Karakter" adlı kitabında matematikçileri genellikle narin yapılı (astenik bünyeli), yalnızlığı seven ve insanlardan kaçan, içine kapanık (şizoid), belli konularda son derece duygusal ve müziği çok seven insanlar olarak tanımlar. Eh, kelime oyunumuz aşağı yukarı tuttu sayılır. Psikiyatr Erich Fromm şöyle der: "İnsanlar mutlu görünmek için harcadıkları enerjiyi mutlu olmak için harcasalardı... başka bir dünya olurdu". Biz de şöyle desek yanlış olur mu acaba: "İnsanların bir kısmı matematiğe yüz çevirip akıllı görünmek yerine matematiği baş tacı edip zekâlarını geliştirselerdi... çözülmeyecek problem kalmazdı belki de..." Hepinize mutlu demler ve umutlu teoremler değerli okurlarım.

KAYNAKLAR:

1. Mathematics. D. Berganini, 1969.
2. Histoire de mathématiques. J. Doyer, 1900.
3. History of mathematics. F. Cajori, 1955.
4. Introduction to history of matèmatics. Howard Eves, 1955.
5. Etyudi ob uçyonıh (rusça). Ya. Golovanov. İz. Maladaya Gvardiya, 1976.
6. Diff. and integral calculus, 2 vol., N. Piskunov, 1974. Mir Publ., Moscow (İng.).
7. Theory of Probability, B. Gnedenko 1976, Mir Publ., Moscow (İng.).
8. Aide - Mémoire de mathématiques supérieures. M. Vygodsky. Ed. de Moscou. 1975, (Fr.).
9. Aide - Mémoire de physique. Yavorsky - Detlaf. 1975. Ed. de Moscou (Fr.).
10. History of science. R. Taton, 1964.
11. Mathematical Handbook. Korn - Korn, 1968.
12. Problems in math. analysis. B. Demidowich. Mir Publ., Moscow (İng.).
13. Problems in descriptive geometry. Kh. A. Arustamov, 1974. Mir Publ., Moscow (İng.).
14. Advanced Calculus. W. Kaplan, 1963 (SSCB kaynaklı kitaplar Ankara'da Evrensel Kitabevi'nden sağlanmıştır).

- ***Bilim dediğimiz şey daima "Hayat Eksirini" ve "Filozofun Taşını" aramıştır ve bu arayışında o Paracellus'un günlerinde olduğu kadar bugün de hareketli ve telâşlıdır. Biz onlara başka başka adlar veriyoruz: Bağışıklık veya Radioloji ve daha başkaları, fakat bizi kendilerinden birçok şeyler öğrenmemize sebep olan serüvenlere çekip götüren düşler aslında hep aynıdır. Bilim ancak hedefine eriştiğini hayal ettiği zaman tehlikelidir.***

  Bernard SHAW

- ***Mesafenin önemi yok, o sadece zorluğun ilk basamağıdır.***

  Marquise Du DEFFAND

- ***Bütün insanlar zalim hükümdar olurlardı, eğer olabilselerdi.***

  Daniel DEFOE

- ***Kader senin akrabalarını seçer, sen arkadaşlarını seçersin.***

  Abbè Jacques DELILLE