DOĞA'DAN MATEMATİKSEL ESİNTİLER

Doç. Dr. Öner ÇAKAR*

Tarla sarmaşığı

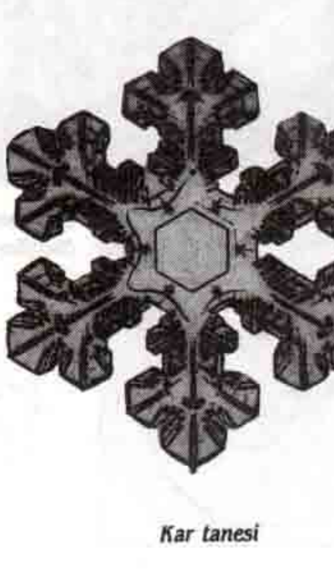
Bugün sizlerle doğa'da kısa bir gezinti yapmak istiyoruz. Doğada bulunan cisim ve canlıların sahip olduğu geometrik yapıyı, matematiksel özelikleri ve kusursuz simetriyi, bu varlıkların çok küçük ve önemsiz olduğu gerekçesiyle görmemezlikten gelmemiz görüşünde olduğumuz için, bu gezimiz sırasında, hemen her gün yan yana bulunduğumuz, birlikte yaşadığımız halde, belki uğraşılarımızın yoğunluğu ve dalgınlığımız yüzünden, belki de pek fazla ilgi duymadığımız için dikkatimizi çekmeyen bazı cisim ve canlılardaki bu güzellikleri bir matematikçi gözüyle görerek (ya da Watson Davis'in deyimiyle bir MATESKOP'tan bakarak) göstermeyi amaçlıyoruz. Örneğin, bahar ve yaz günlerinde hemen her sabah yolumuz üzerindeki bahçe ve parklarda gördüğümüz tarla sarmaşıklarının tomurcuklarındaki spiraller, bin bir biçimde süslenmiş düzgün altıgenler şeklinde karşımıza çıkan kar tanecikleri, *Chambered Nautilus*'un akıl almaz güzellikte spiraller çizen kabuğu, mineral kristallerinde gördüğümüz kusursuz geometrik yapılar ilk ağızda söyleyebileceğimiz örneklerdir.

Doğada bulunan mineral kristallerinde, çoğu kez doğal olduklarına inanılmayacak kadar görkemli bir güzellik ve simetri vardır. Bunların yakından incelenmesi sırasında ise, söz konusu kristallerin aynı zamanda şaşırtıcı matematiksel özelliklere de sahip olduğunu görmekteyiz. Mineral kristalleri, temelde altı farklı yapıda karşımıza çıkmakta ancak bu altı temel yapının değişik kombinasyonları sonucu otuziki türden yapıda görünüm kazanmaktadırlar. ***Kübik, Tetragonal, Heksagonal, Rombusal, Monoklinal ve Triklinal*** olarak adlandırılan bu altı temel sisteme ait minerallerin tümünde bulunan değişmez matematiksel özelliklerden birincisi, ünlü İsviçreli matematikçi L. Euler (1707—1783) tarafından bulunan ve kristallerde, yüzey, köşe ve kenar sayıları arasındaki ilişkiyi ortaya koyan;

YÜZEY SAYISI + KÖŞE SAYISI = KENAR SAYISI + 2

formülünün belirlediği özelliktir. Kristallere ilişkin bir başka özellik ise açıların değişmezliği ilkesidir: Kimyasal bileşimleri aynı olan mineral kristallerinde belirli yüzeyler arasında oluşan açılar hiç bir zaman değişmez. Örneğin, Kuvars kristallerinde bu açılardan iki tanesi, sırasıyla, 46° 16' ve 38° 13' dır. Kristallerde simetri yasası ve Zone yasası ile parametre oranlarının daima rasyonel olduğunu belirleyen matematiksel özelliklere ise yerimizin darlığı nedeniyle değinmeden geçeceğiz.

Mateskopumuzu şimdi de minerallerden biraz uzaklaştırıp, doğanın diğer köşelerine çevirelim. Sesinden hoşlan-



Kar tanesi

* A.Ü. Fen.Fak. Matematik Bölümü.

masak da renk ve tüylerini büyük bir beğeni ile seyrettiğimiz tavus kuşunun kuyruğunu kabartması halinde oluşan yelpazedeki renkli benekler, çift yönlü, kusursuz Archimedes spiralleri çizerler. Logaritmik ya da eşaçılı spiralin en güzel örneğini ise yüzey spirali olarak *Chambered Nautilus*'un kabuğunda görmekteyiz Şekil'de de görüldüğü gibi, spiral eğrisi merkez ışınlarını daima sabit bir açı altında kesmektedir. Buna karşılık, ***Charonia tritonis, Fusus longicauda, Pyrula pugilina*** ve benzeri deniz kabuklarında ise birer helisspiral eğrisi karşımıza çıkmaktadır. Logaritmik spiralleri, ayrıca, fil dişlerinde, yaban koyununun boynuzlarında, kanaryanın tırnaklarında, yine bir deniz hayvanı olan *Paper Nautilus*'un kabuğunda görmekteyiz.

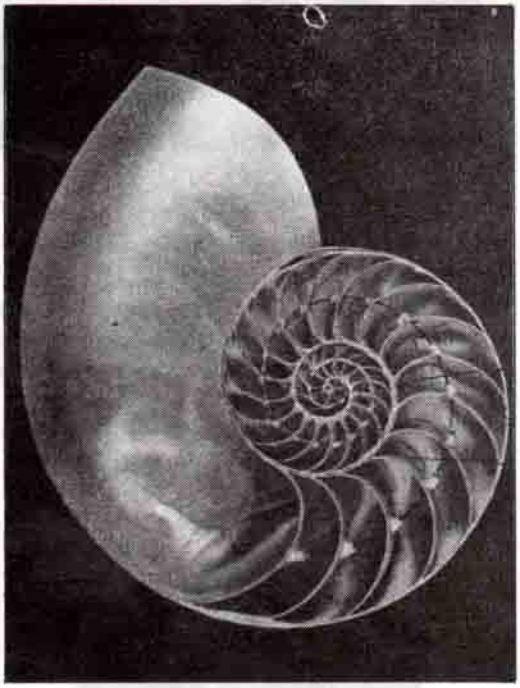
Bakışlarımızı papatyalara çevirirsek; papatyanın ortasında bulunan floret'lerin (çiçekcik) sağ ve sol yönde olmak üzere çift yönlü düzgün spiraller çizdiği dikkatimizi çeker. Ancak burada çok daha ilginç bir özelliği ortaya koymak için bu spiralleri sayarsak, normal bir ortamda büyüyen papatyaların hemen tümünde sağ spirallerin sayısının 21, buna karşılık sol spirallerin sayısının 34 olduğunu görürüz. Benzer olarak, kızılçam ***(Pinus brutia)*** ve Himalaya çamı ***(Pinus exelsa)*** gibi bazı çam türlerinin kozalaklarındaki pulların oluşturduğu sağ spirallerin sayısı 5, sol spirallerin sayısı ise 8'dir. Kara çam ***(Pinus nigra)*** kozalaklarında ve ananas meyvelerinde ise bu sayılar 8 ve 13 olarak belirlenmektedir. Benzer yapıdaki diğer bir çok bitkide de görülen bu sayıların ilginçliği nedir? Şimdi bu sorunun cevabını arayalım. Matematikte Fibonacci Sayıları olarak bilinen ve her biri kendisinden önce gelen iki terimin toplanmasıyla elde edilen terimlerin oluşturduğu sihirli (!) bir dizimiz vardır. Leonardo Fibonacci da Pisa (1170—1250) tarafından bulunan bu dizinin bir kaç terimini yazmamız yararlı olacaktır:

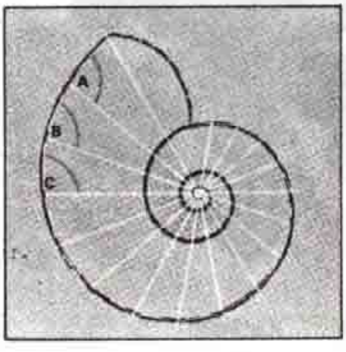
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

Burada biraz durup bu sayıları inceleyecek olursak, yukarıda papatya, çam kozalağı ve ananas için verdiğimiz ve bunların sağ ve sol spirallerinin sayılarını belirleyen 21: 34, 5: 8 ve 8: 13 sayı ikililerinin aslında sihirli dizimizde yer alan ardışık terimler olduğunu görürüz. Demek ki, bir başka yazımızda değinmeye çalışacağımız ve çeşitli Güzel Sanatlar dalında temel öğelerden birisi olan Fibonacci sayıları, doğada başlangıçtan bu yana kullanıla gelmektedir.

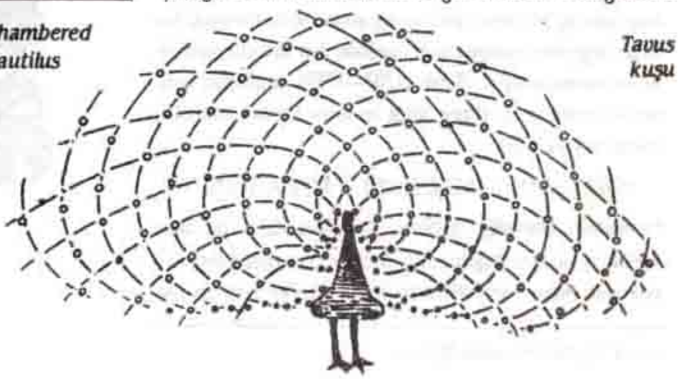
Hemen her bitki ve çiçekte kolayca görebileceğimiz geometrik yapı ve özellikleri bir yana bırakarak, bakışlarımızı bitkiler aleminin nefes kesen güzelliğe sahip örneklerinde, yani Diatome'ler üzerinde yoğunlaştıralım. Varlıkları ancak 17. yüzyılda, mikroskopun bulunmasından sonra anlaşılabilen ve 25.000 farklı geometrik desende karşımıza çıkan Diatome'ler, genelde iki gruba ayrılmaktadır. Büyüklükleri ancak mikron ölçüsünde olabilen Diatome'lerin birinci grubu yuvarlak bir şekle ve kusursuz bir simetriye sahip "Centrales" ler, ikinci grubu ise ince ve uzun bir şekle sahip "Pennales" lerdir.

Diatome'lerden söz edince, hayvanlar aleminin mikroskobik canlılarından olan Radiolaria'ya değinmeden edemeyeceğiz. Bunlar da Diatome'ler gibi binlerce farklı geomet-

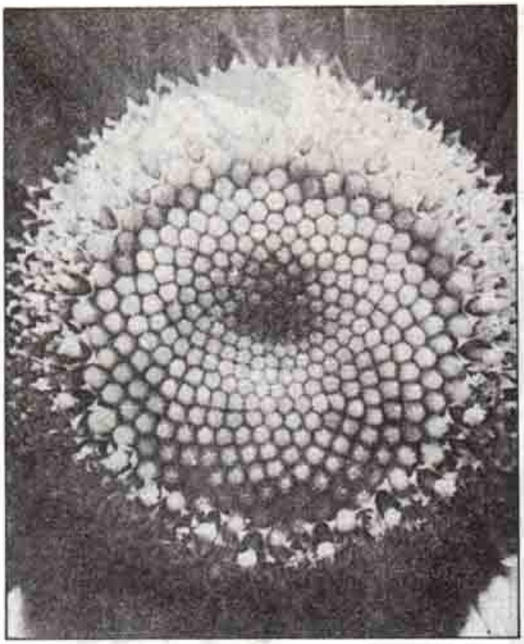




Chambered Nautilus



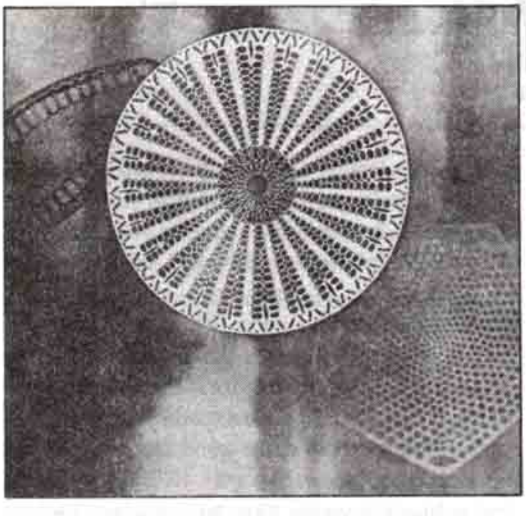
Tavus kuşu



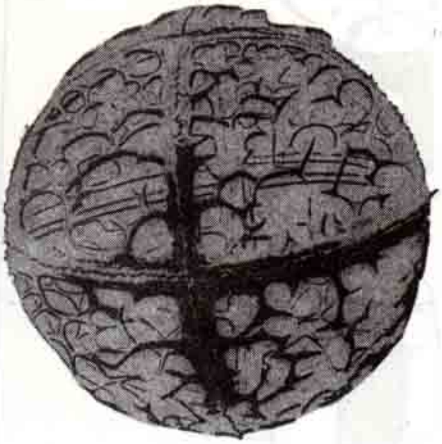
Papatya

rik yapıda bulunan, her zaman göremeyeceğimiz kadar görkemli güzellikte iskeletlere sahip, yine mikron ölçüsünde minik yaratıklardır.

Doğadaki geometrik yapı ve şekillerin incelenmesi sırasında hemen herkes, örümcek ağlarının olağanüstü geometrisi karşısında etkilenegelmiştir. Gerçekten, her biri bir mühendislik harikası olan örümcek ağları, böcekleri avlama amacına yönelik fonksiyonel birer yapıdır. Her örümcek, öreceği ağın mimari yapısını ve planını bulunduğu çevreye ve amacına uydurur. Örneğin, ağın yapı ve şekli; ağın kurulacağı ye-



Diatome (Archnoidiscus ehrenbergh)

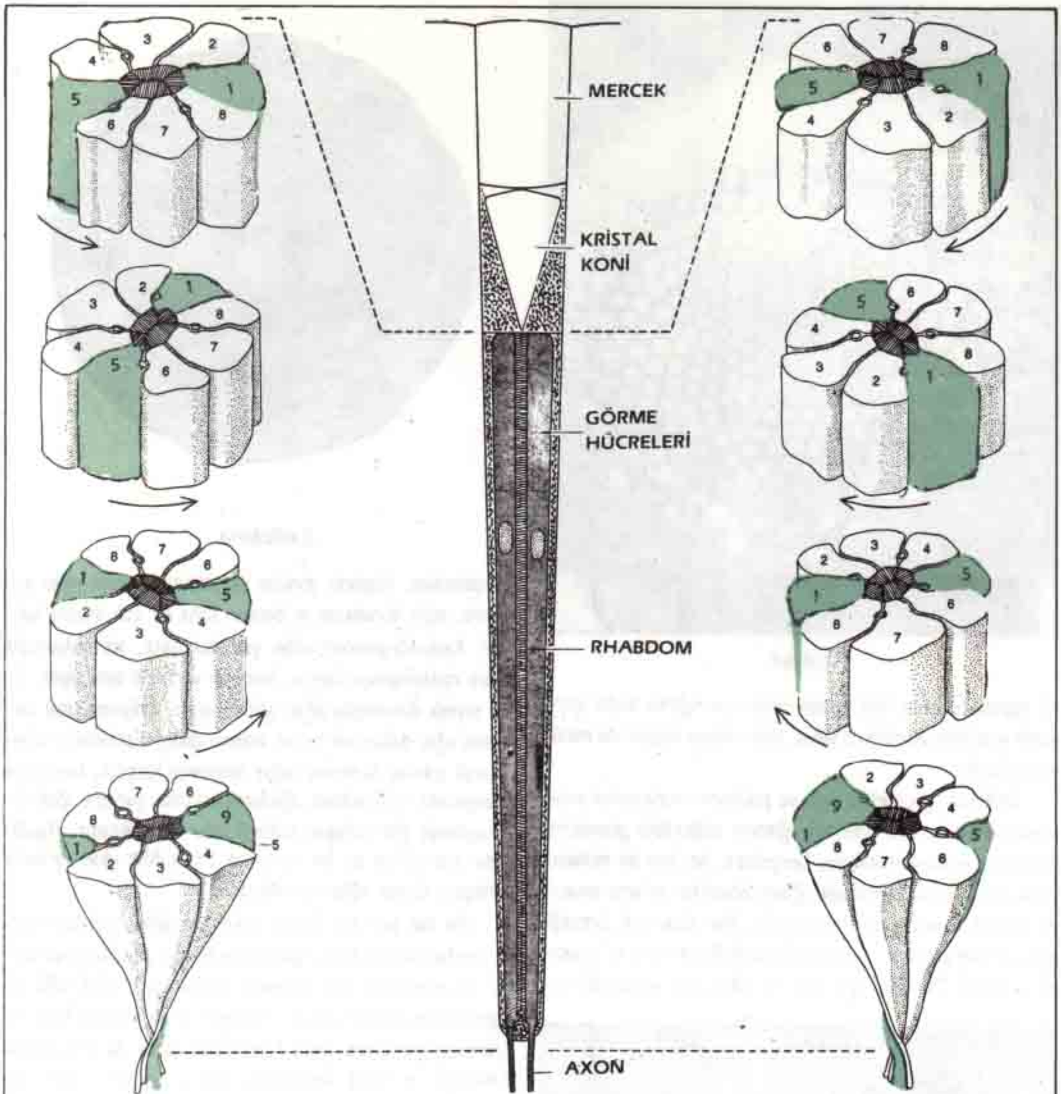


Radiolaria

rin çevresine, rüzgârın yönüne ve şiddetine, araya giren engellere, yağış durumuna ve benzeri daha bir çok etkene bağlıdır. Aydınlık pencerelerde, yuvarlak tipte, sık dokunuşlu ağlara rastlamamıza karşın, karanlık yerlerde aynı tipte, fakat seyrek dokunuşlu ağları görmekteyiz. ***Erigone*** cinsi türlerinin ağaç dalları ve çalılar arasına dikey platformlar oluşturacak şekilde düzlemsel ağlar örmesine karşılık, ***Linyphia marginata*** türü yüksek ağaçların arasına, güneşte ipek bir paraşütmüş gibi parlayan kubbeli ağlar kurmaktadır. ***Hyptiotes*** cinsi türleri ise bir noktadan çıkan dört eksen arasına yerleşmiş üçgen ağlar kurmaktadır.

Her biri ayrı ayrı ilgimizi çeken bu ağlar, yapışkan madde damlacıklarıyla kaplı, spiral dokulu ipek elyaflarından oluşur. Bu elyafların, bazı örümcek türlerinde 1/1.000.000 inç çapında olmalarına karşılık, Madagaskar'da yaşayan bazı tür örümcek ağlarından, yerli halkın ufak çapta da olsa kumaş dokuduğu ve hatta kenarlarına sopalar geçirerek balık ağı olarak kullandığı bilinmektedir.

Şimdi de mateskopumuzu, doğanın gerçek mimarına ve onun yaşantısına çevirelim. Evet, arılardan söz etmek istiyoruz. Adeta bir devlet düzeni içinde yaşayan arıların yaşamlarında en önemli yeri tutan bal peteğini biraz yakından inceleyelim. Kesiti düzgün altıgenler oluşturan prizma şeklindeki petek gözlerinin dipleri, bir piramit meydana getirecek biçimde üç eşkenar dörtgenden oluşur. Eşkenar dörtgenlerden her biri ise, peteğin diğer yüzünde bulunan yan yana üç gözün dibindeki üçte bir parçaya karşılık gelir. Kovandaki şekliyle, dik olarak duran her petekte, petek gözleri yatayla sabit bir açı yapacak şekilde inşa edilir. Derinlikleri üç santimetre kadar olan her bir gözün duvar kalınlıkları, tamı tamına 1/500 inç olup; son derece ince ve narin olan bu gözler, sahip oldukları altıgen prizma şekli nedeniyle bü-



Petek göz kesidi

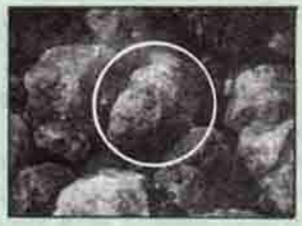
yük bir direnç kazanırlar ve arıların depoladıkları kilolarca balı rahatlıkla taşıyabilirler. Arılar, tamamen karanlık bir ortamda inşa ettikleri ve derinliklerini antenleri yardımıyla ölçtükleri bu peteğin yapımında oldukça zor bir matematiksel problemi de birlikte çözmektedirler. Gerçekten, en az balmumu harcayarak, maksimum ölçüde bal depolamak için gerekli şekil arıların inşa ettiği altıgen prizmalardır.

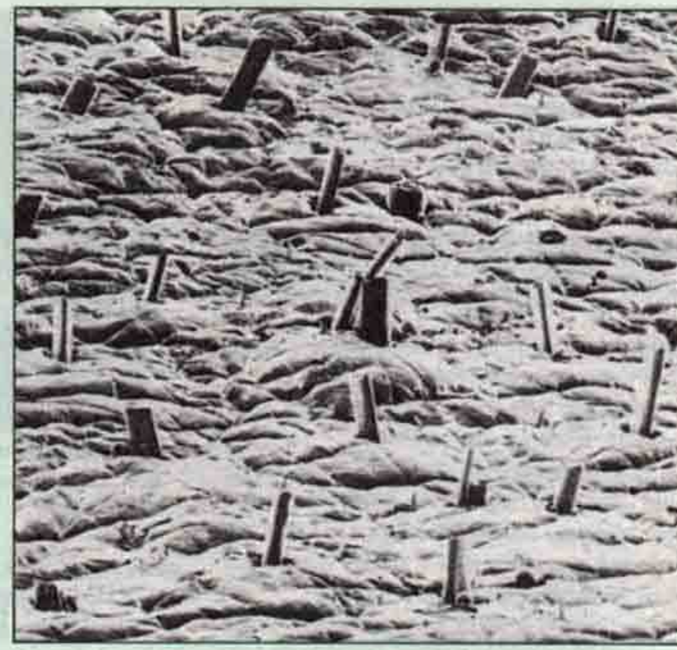
Arıların kendi aralarında kurdukları haberleşme sistemi de çok ilginçtir. Kırlarda dolaşırken bal özü ya da çiçek tozu kaynağı bulan bir arı hemen kovanına dönerek, içgüdüsel olarak (yoksa bilinçli mi?); fakat gerçek anlamda geometri ve matematik kullanarak, kovanda yaptığı bir dansla, bulduğu kaynağın yerini diğer arkadaşlarına haber verir. Bu sırada yapılan ağır hareketli bir dans, kaynağın kovana yakın olduğu anlamına gelmekte, kuyruğun hoplatılarak hızlı bir biçimde dans edilmesi, kovandaki arılara uzun bir uçuşa hazır olmaları gerektiğini belirtmektedir. Prof. Karl von Frisch'in yıllar süren araştırma ve incelemelerine dayanan bu sonuçların geometrik ve matematiksel yönlerini, Şekil'de görmekteyiz. Burada da gördüğümüz gibi, arılar yön belirleme sırasında güneşten yararlanmakta ve Güneş-kovan-kaynak üçlüsü arasında oluşan açıyı ölçerek kullanmaktadırlar. Doğal olarak akla, bu işin nasıl yapıldığı sorusu gelmektedir. Bu soruyu cevaplayabilmek için biraz gerilere gidip, 1000 yıllarında Grönland ve İzlanda'da yaşayan Viking'lerin, pusulanın bile bilinmediği zamanlarda ülkelerinden kalkarak, İngiltere ve İspan-

FOTOĞRAFIN DÜŞÜNDÜRDÜKLERİ

Bu köşemizde sizlere, her ay ilginç bir fotoğraf sunacağız. Fotoğraflarla ilgili açıklamaları ise bir ay sonra yayınlayacağız.

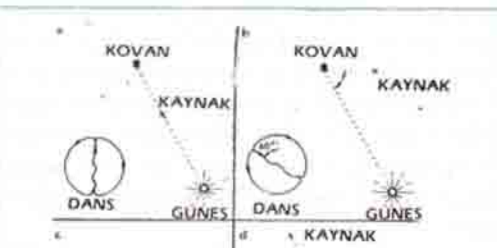
Ağustos sayımızda yer alan fotoğrafta (küçük resim) Güney Afrika'da yaşayan Kurbağa çekirgesi görülüyor. Yaklaşık 5 cm. boyundaki bu çekirge türü, geçirdiği evrim sonucu çevresine öyle mükemmel uyum sağlamış ki, onu etrafındaki kuvarsit kayalardan ayırd etmek hemen hemen olanaksız. Daha ilginci; aynı vadinin karşı sırtındaki volkanik kayalar arasında yaşayan kurbağa çekirgeleri de uyum sağlamak için kömür karası renge bürünmüşlerdir.





Bu fotoğrafın ne olduğunu bulabilecek misiniz?

ya kıyılarına kadar nasıl gelip, yağmaladıktan sonra nasıl geri döndüklerini araştıralım. Yapılan arkeolojik çalışmalar Viking'leri, yollarını "Güneş taşı" dedikleri kuvars kristallerini kullanarak bulduklarını kesin olarak ortaya koymuştur. Kuvars kristallerinin özeliği güneş ışığını polarize edebilmesidir. Bu nedenle, Vikingler kapalı havalarda da bu kristaller yardımıyla Güneş'in yerini belirleyip, yönlerini hatasız olarak bulabilmişlerdir. Şimdi bu olayla, arıların yönlerini belirlemeleri arasındaki ilişkiyi bulmaya çalışalım. Bilindiği gibi, arılarda bir çift petek göz bulunur. Her bir petek göz ise 5500 ommatidium'dan oluşur. Şekil'de de görüldüğü gibi, her bir ommatidium'un üst kısmında bir lens, bunun altında bir kristal koni, koninin altında ise sekiz tanesi uzun, bir tanesi kısa olmak üzere dokuz tane görme hücresi yer alır. Kısa olan görme hücresi tabana yakın bölgede bulunmaktadır. Petek gözde yer alan bu ommatidium'ların yarısı pozitif yönde (sola), diğer yarısı ise negatif yönde (sağda) 180° bükülmüş olup, bu bükülmelerin göz içindeki dağılımı rastgeledir. Yapılan araştırmalar hir bir ommatidium'da yer alan uzun görme hücrelerinden ikisi ile kısa görme hücresinin ultraviyole ışınlara karşı duyarlı olduğunu göstermiştir. Ancak bu bükülme sırasında ultraviyole ışınlara karşı duyarlı olan görme sinirlerinin uzun olanlarının bu duyarlılıklarını yitirmelerine karşın, kısa görme sinirleri ancak 40° kadar bükülebildiklerinden ultraviyole ışınları karşı olan duyarlılıklarını korurlar. Bu özellik nedeniyle de arılar güneş ışığın polarize ederek, yönlerini Güneş'e göre hatasız olarak belirler.



Arının dansı

Uçsuz bucaksız doğada yaptığımız bu kısa gezintiye burada bir son verelim ve "İşte doğa, işte matematik" diyerek yazımızı noktalayalım.

Hoşçakalın