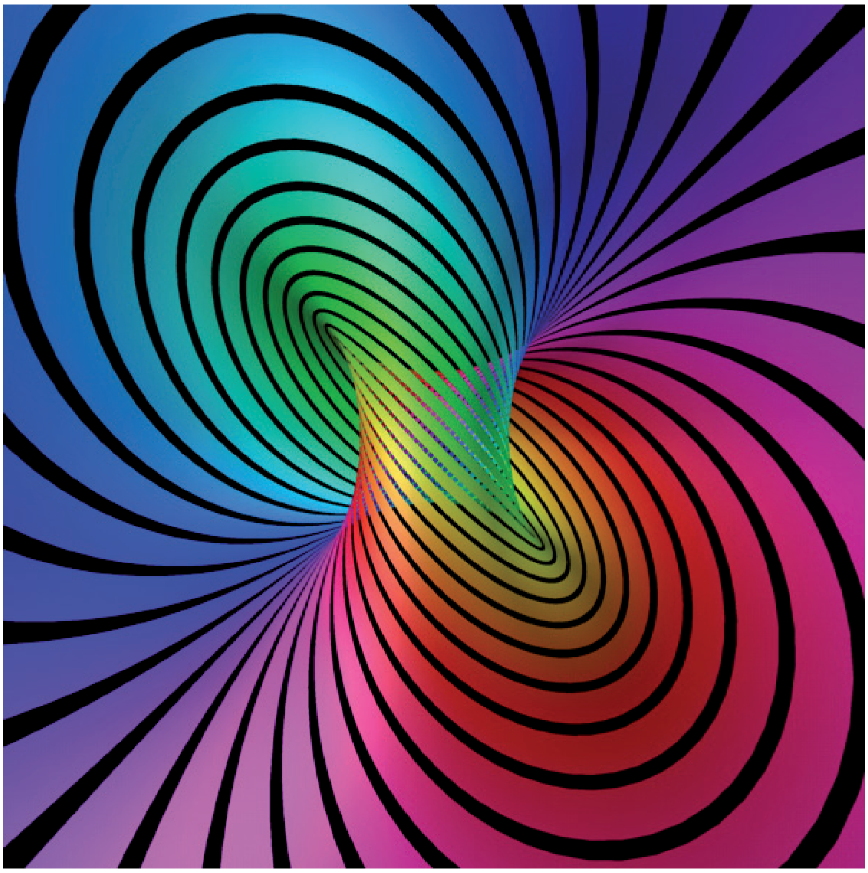
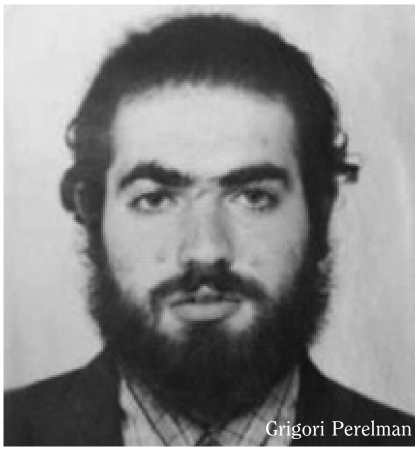
KESTİRİMDEN TEOREME FIRTINALI YOLCULUK

POİNCARÉ KESTİRİMİ NİHAYET KANITLANDI



1904 yılında, Henri Poincaré'nin şöyle bir değinip geçtiği, sonradan topoloji'nin en önemli problemi haline gelmiş bir kestirim, nihayet 2002 yılında kanıtlandı. Kanıt ciddi incelemeye tabi tutuldu, 2006 yılında da kanıtlanma sürecinin sonuna gelinip, en yetkili matematik ağızlarınca onaylandı. Bu kestirimin ispatının, hem matematik hem de fizik, özellikle sicim kuramı açısından çok önemli olduğu söylense de, kanıtın ortaya konma sürecinde, matematik topluluğu alışık olmadığı tatsızlıklara tanık oldu. Kalpler kırıldı; küskünlükler oldu ve tarihinde ilk defa Fields Madalyası, buluşun sahibi olarak taçlandırılan matematikçi tarafından reddedildi. Bilim dünyası, bu ispatın tadını çıkarmak yerine, geçici olarak da olsa, belki de müşterisi daha bol olan dedikodu çukuruna düştü. Uluslararası basında, özellikle Amerikan basınında çok yankılar bulmuş olan bu olaylara, şimdi, toz duman yatıştıktan sonra, kısaca bakacağız. Ama önce nedir bu Poincaré kestirimi, önemi nereden gelir, ona bir bakalım:


Henri Poincaré


Grigori Perelman

Matematikçilerin ağzından topolojinin tarifi: **X** herhangi bir küme, ***T*** de **X**'in alt kümelerinin bir familyası olsun.

Eğer:

Hem boş küme, hem **X**, ***T***.'nin elemanı ise;

T 'nin elemanlarının her bileşimi ***T***' nin bir elemanıysa;

T 'nin sonlu çoklukta elemanının bir ara kesiti yine ***T***'nin elemanı ise;

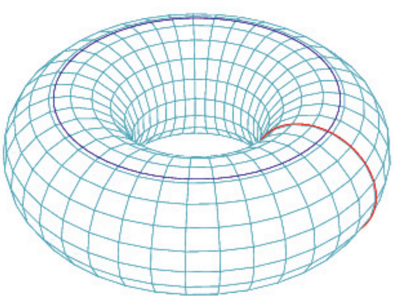
O zaman ***T***, **X** 'in bir **topoloji**sidir.

Eğer ***T***, **X**'in bir topolojisi ise, **X**, ***T*** ile birlikte bir **topolojik uzay** adını alır. Eğer bu uzayın her rastgele kendisine eşit alt kümelerinin bileşiminin (buna açık örtü deniyor) bu uzayı örten sonlu sayıda bir alt kümeleri bileşimi varsa (buna da alt örtü deniyor), bu uzaya kompakt (tıkız) uzay deniyor.

Ama bu kolay tarife aldanmayalım: Topolojiyle uğraşan matematikçilere, 'içinden kahve içtiği kapla, yediği simiti birbirinden ayıramaz" diye sataşılır. Kasıt, bu iki nesnenin topoloji açısından 'homoemorfik' yani birbirlerine dönüştürülebilen şekiller, dolayısıyla aynı topolojik kümenin elemanları ol-

0 Genus 2-küre üzerinde, kapalı eğri; nokta haline dönüşüyor. Kaynak: Wikipedia

maları ve bu nedenle de, matematikçiler tarafından faklı görülmemeleridir. Daha 19. yüzyılda, Poincaré'den önce, 2 boyutlu topolojik uzayların özellikleriyle ilgili kuram oldukça gelişmişti. Çekilip uzatılabilen, eğilip bükülebilen, sıkıştırılıp büzülebilen, sanki lastiktenmiş gibi üç boyutlu nesnelerin, eninde sonunda bir küreye, hatta orijinden 1 uzaklığındaki birim küreye dönüşebilecekleri, daha doğrusu bu küreyle homoemorfik oldukları gösterilmişti. Yeter ki, nesnede delik olmasın. Yeter ki bu eğip bükmeler sırasında nesne yırtılmasın. Ya da yırtılıp dikilmiş olmasın. O yüzden, örneğin bir elmanın yüzeyine sarılmış bir lastik bant, elmanın yüzeyiyle teması kesilmeksizin, ilmik marifetiyle hem büzülür hem de yavaş yavaş kaydırılarak, tek bir nokta haline getirilebilir. Halbuki saplı bir kahve kabı ya da bir simit üzerine sarılacak bir bantla bunu yapamazsınız. Elmanın yüzeyi gibi olan yüzeylere, yani deliği yırtığı olmayan yüzeylere birleşik (connected) deniyor ve bunların hepsi, eninde sonunda küre haline getirilebildikleri için küre kabul ediliyorlar. Topolojide bunların hepsine 2-küre denmekte. Topolojik nesnelereyse, Poincaré'nin adlandırmasına uygun olarak manifold deniyor. Dolayısıyla, 2-manifold, 3-manifold, n-manifold şeklinde adlandırılıyorlar. Kabaca söylersek, manifoldların delik sayısına da genus deniyor; 0 genus, 1 genus, 2 genus gibi. 0 genus küre, 1 genus, torus oluyor.



2-Torus 2 dairenin çarpımı

Elma örneğinde olduğu gibi, birleşik bir 2-küre üzerindeki her basit kapalı eğri, sürekli deforme edilerek tek bir noktaya indirgenebilir. Poincaré, 1904 yılında, eğer bir birleşik 3-manifold üzerindeki her basit kapalı eğri, sürekli şekil değişikliğine uğratılarak tek bir noktaya indirgenebiliyorsa, bu 3-manifoldun 3-küre ile homeomorfik olup olmadığını soruyordu. Sonra da '*ama bu soru bizi çok uzaklara götürecek'* diyerek sanki problemin ne kadar bir *'çetin ceviz'* olduğunu baştan ilan ediyordu. Daha sonraları, *birleşik 3-manifoldların 3-küre ile homeomorfik olduğu* kestirimi, Poincaré *Kestirimi* olarak anılmaya başlandı.

Poincaré Kestirimi daha sonraki yıllarda, 3-manifoldlar hariç, bütün boyutlarda ispatlandı. Ancak, 4 boyutlu, yani içinde yaşadiğimiz uzayda, yani tam da Poincaré'nin sorduğu boyutta, işler pek iyi gitmedi. Gerçi bu kestirimin çözümü için harcanan akıl emeği, topolojide çok önemli ilerlemeler kaydedilmesine yol açtı. Fakat problem, hem tüm matematik, hem de fizik dünyasına göze kaçmış çöp gibi, rahatsızlık verdiyse de, çözümü bir türlü gelmedi. Columbia Üniversitesi Matematik Bölüm Başkanı John Morgan, ispatın kesin olarak kanıtlanmasından sonra bakın ne diyor: "Bir matematikçi olarak bütün yaşamım, *Poincaré Kestirimi*'nin egemenliği altında geçti. Bir çözüm göreceğimi asla düşünmemiştim. Sanıyordum ki, hiç kimse ona dokunamaz."

ABD'de bulunan Clay Enstitüsü, 24 mayıs 2000 tarihinde Paris'te yaptığı *Millenium Toplantısı*'nda, Poincaré Kestirimi dahil 7 çözülememiş matematik problemini, *Millenium Problemleri* olarak duyurdu ve bu problemlerin her birine 1 milyon ABD doları olmak üzere, toplam 7 milyon dolar ödül koydu. Böylece, ortaya çıkışından tam 96 yıl sonra, Poincaré kestirimi, *ölü veya diri* ele geçirene 1 milyon dolar gibi bir servet kazandıracak bir *"dokunulmaz"* olup çıktı.

Bu noktaya gelmeden önce *Poincaré Kestirimi,* bir çok dönüm noktasından geçti. 1961'de, 1966 Field Madalyası sahibi Amerika'lı *Stephen Smale* 8 ve üstü boyutlar (7-manifoldlar ve üstü) için, yine 1961'de, İngiliz *Christopher Zeeman* 7 boyutlu uzay (6-manifoldlar), 1962'de Amerika'lı *John Stalling* 6 boyutlu uzay (5-manifoldlar) için kestirimi kanıtladılar. 1982 yılında, *Michael Freedman* 5 boyutlu uzay (4-manifoldlar) için kanıtı bulup, bu buluşu için 1986 Fields madalyasını kazandı.

William Thurston

Poincaré kestiriminin çözümünde dönüm noktası, 1983 yılında, o zamanlar Princeton Üniversitesi'nde olan matematikçi William Thurston'ın, son zamanlara kadar '*Geometrikleştirme Kestirimi* olarak adlandırılmış olan katkısıdır.

İki-boyutlu halde, her düzgün ('smooth') kompak ('compact') yüzeye, güzel bir geometrik yapı verilebilir. Genus sıfır ise, yuvarlak bir küre; genus 1 olursa, düz bir torus ve 2 veya daha fazla genus olursa da, sabit negatif eğrisellikli ('curvature') bir yüzey. William Thurston çok önemli sonuçları olan 1983 kestiriminde, benzer bir şeyin üç boyutta da doğru olduğunu iddia ediyordu. Bu kestirim, her kompak, yönlendirilebilir üç boyutlu manifoldun 2-küreler ve tek delikli toruslar (İngilizce'de çoğul 'tori' olarak söylense de anlam Türkçede böyle daha anlaşılır oluyor) boyunca, temelde birbirinden farklı parçalara ayrıştıracak şekilde kesilebileceğini ve parçaların her birinin basit geometrik yapılara sahip olduğunu ileri sürüyordu. Thurston'un programında 8 olası üç-boyutlu geometri bulunuyor. Bunlardan altısı gayet iyi anlaşılmış durumda ve sabit negatif eğriselin geometrisi hakkıda da oldukça ciddi ilerlemeler kaydedildi. Ne var ki, sekizinci, sabit pozitif eğriselliğe karşılık gelen geometri büyük oranda "*dokunulmamış* duruyor." *Poincaré Kestirimi*, işte bu geometrinin özel bir halini temsil etmekte. Yani, *Thurston Kestirimi* çözülürse, *Poincaré Kestirimi* de çözülmüş olacak. 1982 Fields Madalyası sahibi Thurston, şimdilerde Cornell Üniversitesi'nde ve kendini tamamen eğitime vermiş durumda.

Thurston Kestirimi'nin çözümü için verilen emeklerin arasından, Richard Hamilton'un ileri sürdüğü yaklaşım en umut verici görünüyordu. Hamilton, esas olarak, fizikçilerin ısı denklemlerine benzer şekilde davranan parabolik bir diferansiyel denklem kullanıyordu. Bir metal çubuk nasıl bir ucundan tutulup ısıtılmaya başladığında, ısı yavaş yavaş çubuğun bir ucundan diğer uca doğru akarak sonunda her tarafını sabit bir sıcaklığa getirirse, Ricci Flow adı verilmiş olan bu parabolik diferansiyel denklem altında, sonlu temel guruba sahip 3-manifoldun pozitif eğriselliği yayvanlaşacak, limit halde, manifold sabit eğriselliğe ulaşacaktı. Ama 3- manifoldlarda, Ricci Flow (Ricci Akışı), tekillikler ('singularities') yüzünden bu hayalin gerçekleşmesini sağlayamıyordu.

İşte, 1992'de, Sovyetler Birliği'nin dağıldığı, yaşamın zorlaştığı günlerde, daha önce geometri üzerine yapmış olduğu çalışmalarından dolayı, az çok bir tanınmışlık kazanmış olan Grigori Perelman, New York Üniversitesi'nden (NYU) ve Stonybrook'da New York Eyalet Universitesi'nden gelen birer yarıyıllık davetleri kabul edip New York şehrine ayak bastığı sıralarda, *Poincaré Kestirimi*'nin çözümüyle ilgili çalışmalar aşağı yukarı bu durumdaydı. Perelman, *Poincaré Kestirimi*'yle ilgili çalışmalarla bu seyahati sırasında tanıştı. Hamilton'un çalışmalarını okudu, Princeton'daki İleri Araştırmalar Enstitüsü'nde verdiği seminere katıldı, kendisiyle şahsen tanışıp, ona utangaç sorular sordu, cevaplar aldı. Daha sonra Berkeley'de bulunduğu 2 yıl boyunca Hamilton ile oldukça yakın çalışma olanağı buldu. Hatta Hamilton kendisine, Ricci Flow probleminde nerelere takıldığı, en ciddi sorunun ne olduğunu açık yüreklilikle anlattı. *Poincaré Kestirimi*'nin çözümü sonrasında ortaya çıkan toz duman içinde, Perelman ile görüşen tek gazeteciler olan The New Yorker'ın bilim yazarları Sylvia Nasar ve David Gruber ile Petersburg'da yaptığı görüşmede, Hamilton'un kendisine çok iyi davrandığını, çok verici olduğunu, birkaç yıl sonra yayınladığı şeyleri bile kendisine anlattığını, hiçbir matematikçinin bunu yapmayacağını söylüyecektir..


Richard Hamilton

Perelman, ABD'de üç yıl kaldı. Bir çok ünlü Üniversite ve Enstitü'nün iş tekliflerini geri çevirerek 1995'de tekrar Petersburg'taki Steklov Enstitüsü'ne döndü. ABD'de geçirmiş olduğu üç yıldan memnun kalmış olmalı. Yeni şeyler öğrenmiş, yeni dostlar edinmiş, ve kendi ifadesiyle ölene dek kendisine yetecek kadar para biriktirmişti. Döndükten sonra, birçok değişik araştırmanın yanında, zaman zaman Ricci Akışı problemiyle de ilgilendiğini söylüyordu The New Yorker yazarlarına. Ricci Flow çözümünün, Poincaré çözümünü beraberinde getireceğini görmek için, pek de öyle ahım şahım bir matematikçi olmak gerekmediğini de.

ABD'ye ilk seyahatinden kendisini tanıyanlar, Perelman'ın ABD'den ayrıldıktan sonra, 2002'de Ricci Akışı ispatının ana hatlarını anlattığı makalesine kadar, bir daha hiç sesinin çıkmadığını söylüyorlar.

Perelman 11 Kasım 2002'de **arXiv.org** sitesinde, Ricci Akışı için Entropi Formülü ve Geometrik Uygulamaları başlıklı makalesini yayımladı. 1982 Field Madalyasının ve Sicim Kuramı'nın önünü açan Calabi-Yau teoreminin sahibi, Hamilton'un yakın çalışma arkadaşı ve dostu olan, Harvard Üniversitesi'nden *Shing-Tung Yau*, 12 kasım 2002'de makaleye dikkatini çeken bir elektronik ileti aldı. Ama, Perelman'ın bu iletisinin üzerinde durmadı. Bu problemi Hamilton'dan başka kimsenin çözebileceğine ihtimal vermiyordu.

Perelman, makalesinin uyandırdığı ilgi üzerine, makalesini anlatması için ABD'den aldığı davetlere katılmak uzere hareket etmeden önce, yine **arXiv org** sitesinde 10 Mart 2003'de Üç-Manifoldlarda Cerrahi İşlemle Ricci Akışı makalesini yayımladı. Nisan 2003'te New York Eyalet Üniversitesi'nde verdiği seminere, konuyla ilgili birçok matematikçi geldiği halde, o zamanlar artık Columbia Üniversitesi'ne gelmiş olan Hamilton görünmedi. Bu semineri takip etmiş olan Colombia Üniversitesi Matematik Bölümü başkanı Morgan, Perelman'ı, Colombia'da da bir seminer vermesi konusunda ikna etti. Hamilton, buradaki seminere geç geldi, hiçbir soru sormadan bir kenarda sessizce oturdu.

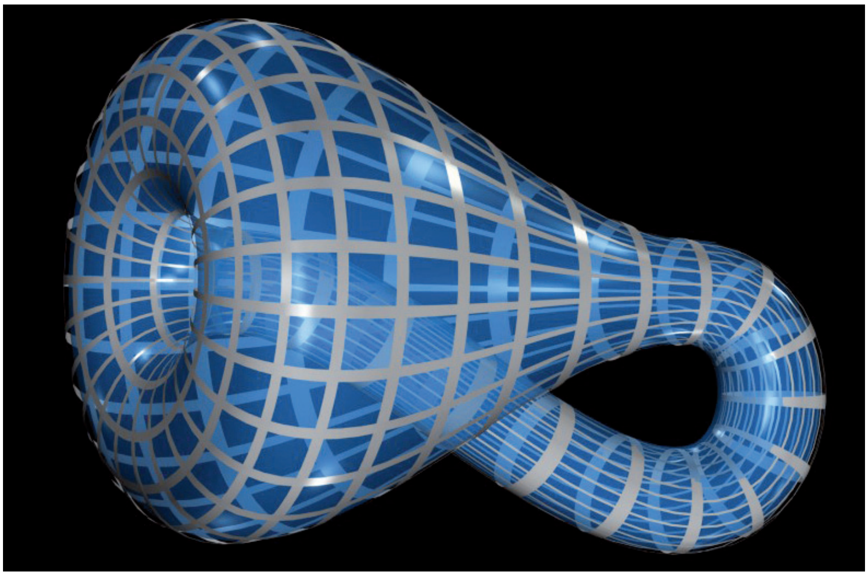
Ülkesine geri dönerken Perelman kırgın olmalıydı. Matematik dünyası çok büyük bir kabul göstermişken, Hamilton ve Yau kendisini görmezden gelmişlerdi. Topoloji'nin o günkü 'babaları'nın umduğu kabulü göstermemiş olduklarını düşünüyordu belki de. Daha sonra, kendisinin Hamilton'un bir havarisi olduğunu söyleyecektir. Demek ki Hamilton'un kendisini tarikata kabul etmediğini düşünüyordu.

Perelman, Temmuz 2003'de, yine **arXiv**'de, ispatının son bölümünü, Bazı Üç-Manifoldlarda Ricci Akışı'nın Çözümü için Sonlu Sönme Zamanı başlıklı makalesini yayınladı.

Olayların bundan sonrası biraz gönül burucu: Matematik camiası, genel olarak, Perelman'ın son derece özgün ve yaratıcı bir yaklaşımla *Poincaré Kestirimi*'ini çözdüğüne kani olmuş, ispatın kesin kontrolü ve bütün adımlarının tamamlanıp hakemli bir dergide yayımlanmasını beklerken, Perelman, 1 milyon dolarlık ödülü alma amacıyla, Clay ödül komitesinin koyduğu kurallardan birisi olan bu eksiği tamamlamak için kılını dahi kıpırdatacağa benzemiyordu. Daha sonraları, kanıtının doğru olduğunun kabul edilmesinden başka bir takdir beklemediğini söyleyecektir. Clay Enstitüsü, ispatı kontrol ettirmek için 2 ayrı ekibi görevlendirmişti: Michigan Üniversitesi'nden Bruce Kliner ve John Lott; Columbia Üniversitesi'nden George Morgan ile Massachusetts Teknoloji Enstitüsü'nden Gang Tian. Yaklaşık 300'er sayfalık belgeler olarak yayımlanan bu değerlendirmeler, Clay Enstitüsü'nü ve dünya matematikçilerini, *Poincaré Kestirimi*'nin nihayet teslim alınmış olduğuna ikna etti. Ancak, Harvard'dan Yau tarafından görevlendirilmiş olan iki Çin'li matematikçi, Lehigh Üniversitesi'nden Huai-Dong Cao ve Zongsahan Üniversitesi'den Xi-Ping Zhu, durumun nezaketine aldırmadan, Poincaré ve Thurston kestirimlerinin ilk yazılı ispatları olduğunu söyledikleri bir makeleyle ortaya çıktılar.

Matematikçiler arasındaki yaygın kanı, ortalığı toza dumana boğanın, bu iki Çinli matematikçi ve onların ustası durumundaki Yau'nun ve ima yoluyla da Hamilton'un bu tavırları olduğu yönünde. 2006 baharında, Asian Mathematical Journal'da Cao ve Zhu'nun makalesi yayımlandıktan hemen sonra, Bruce Kliner ve John Lott, Cao ve Zhu'nun, kendilerinin geliştirmiş olduğu bazı ispatları kopya çekmiş olduklarını ileri sürdüler. Cao ve Zhu, Asian Mathematical Journal'de yayımlamış oldukları bir dizi ispatın gerçekte Kleiner ve Lott'un ispatı olduğunu kabul ederek özür dilediler.

Perelman, Steklov Enstitüsünden aralık 2005'te istifa ettiğini ve matematiği bıraktığını The New Yorker yazarlarına, Haziran 2006'da açıklıyordu. O halde, Perelman'ın matematikçiliği terkedişi, Cao ve Zhu'nun makalesinin yayımlanmasından neredeyse 6 ay önceye rastlıyor. Dolayısıyla, kararında, bu olayla birebir bağ kurmak olanaklı görünmüyor. O nedenle de, kararının tam nedenlerini bilmek olanaklı değil. Perelman, mayıs 2006'da IMU (International Mathematical Union) ödül komitesi tarafından, madalyaya hak kazanan 4 matematikçiden birisi olarak seçildi. Ancak kendisi, karar açıklanmadan önce, haziran 2006 da, Uluslararası Matematik Birliği'nin başkanı *John Ball*, Petersburg'a, ayağına kadar gittiği halde, ne ödülü almak için 22 Ağustos'ta Madrid'de Kral Carlos'un huzurunda yapılacak törene katılmayı, ne de törene katılmadan ödülü almayı kabul etti. Fields Madalyasının tarihinde ilk defa bu madalya, kazanan tarafından reddediliyordu. Oysa, matematik topluluğu, 2006 Madrid kongresinin, *Poincaré Kestirimi*'nin **Poincaré Teoremi'**ne dönüştüğü parlak bir kongre olmasını arzuluyor, kendisini orada görmek istiyordu.



Perelman, kararının nedenlerini anlatırken meslektaşlarının etik değerlerinden şikayet ediyor, yaşayacak olanın fikrin kendisi olduğunu, fikri kimin bulduğunun önemli olmadığını söylüyordu. Matematiğin etik değerlerini ciğneyenler yerine kendisine tuhaf birisiymiş gibi bakılmasından duyduğu rahatsızlığı dile getiriyordu. Petersburg'un kenar mahallelerinden birinde, annesiyle birlikte, mütavazi bir hayat sürüyor, Petersburg sokaklarında uzun yürüyüşlere çıkıyor ve çok sevdiği operaya gidiyordu.

28 Ağustos 2006'da **The New Yorker** dergisi, özellikle Yau'ya yüklenen, kendisinin, başkasının kazandığı onur hakkına sahip çıkma şeklindeki bir kusuru daha önce de işlemiş olduğuna kadar varan ağır ithamlarla dolu uzun bir makale yayımladı. Zaten dünya matematik çevrelerinde çiğnenmekte olan "Yau'nun yaptıkları" sakızı iyice dillere düştü. Yau, New Yorker'ı ve yazarları mahkemeye vermekle tehdit etti; ama henüz böyle bir şey yapmadı. Hem yazarlar hem de dergi, yayımlanan makalenin arkasında olduklarını söyleyerek karşı tehditte bulundular.

İşin, ben dedim o dedi, şu yaptılı dedikodu kısmı da böyle. Matematik tarihi, şüphesiz işin bu yanını kayda almayacak. 100 yıllık *Poincaré Kestirimi*, 2002 yılında, Grigori (Grişa) Perelman tarafından çözüldü ve kendisi, bu çalışmasıyla, 2006 Fields Madalyası'na layık görüldü. Hatırlayacağımız herhalde bu olacak.

Şimdi bilim çevreleri, Perelman'ın bu davranışını değerlendirmeye devam ediyor. Birlikte çalışmış olduğu başka bir Rus geometrici, Mikhail Gromov'un, Perelman'ı anladığını söylerken ifade ettileri, genelin duygularını dile getirmiş görünüyor: "Büyük işler başarmak için, saf bir beyne sahip olmak gerekir. Yalnızca matematik düşünmelisin. Gerisi, insan zaafıdır. Ödüller kabul etmek, zaaf göstermektir."

Muammer Abalı

Kaynaklar:

Milnor,John; '*The Poincaré Conjecture',;* "Millennium Prize Problems," Clay Mathematics Institute and the American Mathematical Society, 2006.

Nasar, Sylvia ve Gruber, David; *'Manifold Destiny';* The New Yorker, 28 Ağustos 2006.

Mackenzie, Dana; '*The Poncare Conjecture Proved*'; Science; 22 Aralık 2006