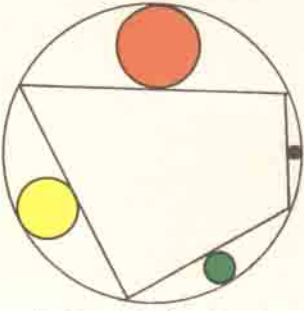


Zekâ Oyunları

Selçuk Alsan

Beş Daire Problemi



Kral 99. Gököyküz Baş mimarı Kubbekeş Ökkeş'i çağırarak ona şöyle dedi: "Kubbekeş Ökkeş! Gel bir ulu hamam yapıp yıkanalım içinde kardeş kardeş. Hamam daire biçimi olacak. Göbek taşı bu dairenin girişler dörtgeni. Her biri farklı büyüklükte daireler olan dört kurnaya her gün gül suyu dolacak. Her daire içten göbek taşına, dıştan hamam duvarına teğet. Haydi göreyim seni. Öyle bir göbek taşı seç ki daire biçimi kurnaların çevrelerinin toplamı maksimum olsun. Ayrıca hesabı öyle tuttur ki bir kurnada ben yıkanayım, bir kurnada sen yıkan; hamamda başka kurna ve başka kimse olmasın. Daha sonra öyle bir plan çiz ki, daire biçimi kurnaların çevrelerinin toplamı minimum olsun. Bunları yap ve dile benden ne dilersen. Hesabı tutturamazsan ne olur bilirsın sen".

O gece Kubbekeş Ökkeş'le yeğeni Cin Ruhi sabaha kadar oturup problemi çözdüler. Sizce göbek taşının biçimi ve boyutları ne olmalıdır? (Yalnız en büyük dairenin, yani hamamın, çapı belli). (Bu problemi çözen sayın Prof. Dr. Asker Ali Abıv'e çok teşekkür ederiz. Kendisi Azerbaycan Bilimler Akademisi üyesi ve Muradiye Lisesi matematik danışmanıdır)

Gezgin Problemi



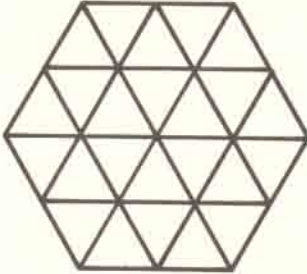
Bir gezgin ıssız ve çorak bir bölgede tek başına yolculuk yapıyor. Yolu üstünde 20 km'de bir besin deposu var. Toplam 100 besin deposu var. Gezgin bir günde 20 km gidebiliyor. Gezgin, üstünde yalnız üç günlük yiyecek taşıyabiliyor. Besin depolarında başlangıçta hiç besin yok. Bu çözümlü geçmek kaç gün alır?

Kareleştirme

Bir dikdörtgeni bir dörtgen ve iki diküçgene (farklı büyüklükte) öyle ayır ki bu üçü birleştirilince kare olsun.

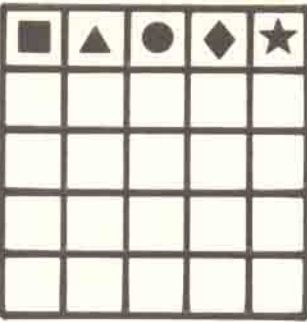
Altıgen Ailesi

Uzaydaki yıldızların birinde altıgen biçimi canlılar vardı. Bunlar irili ufaklı bütün aile birarada yaşardı. Resimdeki ailenin kaç altıgen ferdi var? (Şekilde düzgün olan ve olmayan altıgenleri sayın)



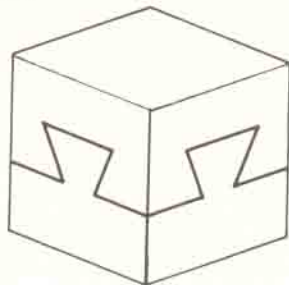
Bit Pazarı

Bu beş çeşit işaretli 5x5'lik kare içine öyle yerleştiriniz ki her sırada, sütunda ve köşgende 5 ayrı işaret olsun.



Kurtağzı Geçme

Kurtağzı geçme (sandık dışı, sandık geçmesi, kırlangıç kuvruğu geçme) tahta işlerinde sık kullanılır. Şekle dikkatle bakın; alt ve üst iki parçadan oluşan bu şekilde mantığa ters düşen bir şey var. Geçmenin üst bölümü geniş, alt bölümü dar. Dar bir delikten o geniş bölüm nasıl geçeriz?



Bozuk Terazî Doğru Gramlar



Köpeğinizi çift kefe terazi tartmak istiyorsunuz. Fakat terazi doğru tartmıyor. Ancak gramlar normal. Bu koşullarda köpeğinizin gerçek ağırlığını nasıl bulursunuz?

Buz Deligi



Buz üstünde açılmış deliklerde su asla buzun üst kenarına kadar yükselemez. Acaba neden?

Mantık Kutusu

Solda iki sütun boş bırakılmıştır. Bu boş 10 karede, 0'dan 9'a kadar sayılar yazılmalıdır. Boş kareler size soruyor: Büyük karede kaç tane 1 var; kaç tane 2 var; kaç tane 3 var; ... ; kaç tane 0 var? Örneğin, 5 tane 6 var; o halde sol üst köşesinde 6 yazan boş kareye 5 yazmalısınız. Şimdi 5'lerin sayısı iki iken üç oldu. Sol alt köşedeki boş kareye 3 yazmalısınız vb. Epey uğraştırıyor, ama güzel bir mantık uygulaması.

1	6	1	3	4
2	7	5	5	6
3	8	6	6	6
4	9	6	8	8
5	0	8	9	9

reye 5 yazmalısınız. Şimdi 5'lerin sayısı iki iken üç oldu. Sol alt köşedeki boş kareye 3 yazmalısınız vb. Epey uğraştırıyor, ama güzel bir mantık uygulaması.

Kağıdı Bölmek

Elimizde bir kağıt var. Bu kağıt yalnız 8 veya 12 parçaya bölünebiliyor. Her yeni parça ya olduğu gibi bir-



rakılıyor veya 8 veya 12 parçaya bölünmüyor. Bu yöntemle 60 parça kağıt elde edilebilir mi? 60'dan büyük her sayıda parça elde edilebileceğini kanıtlayın.

Denge Problemi



Resimdeki adam iskemleyi arkaya doğru öyle eğmiş ki, düşmekle düşmemek arası bir dengede duruyor. Bu adam birdenbire bacaklarını havaya kaldırırsa ne olur?

Kralın Casusları

Kral Ludovik sarayında hiç kimseye güvenmiyordu. Bunun için saraylıların bir listesini yaptı ve şöyle bir emir verdi: "Her saraylı bir başka saraylıyı gözetleyecek. Bunun kuralı şu olacak: 1. saraylı 2. saraylıyı gözetleyecek, 2. saraylı 3. saraylıyı gözetleyecek, 3. saraylıyı gözetleyecek... sondan bir önceki saraylı sonuncu saraylıyı gözetleyecek ve sonuncu saraylı birinci saraylıyı gözetleyecek. Kanıtlayınız ki Kral'ın sarayındaki saraylıların toplamı tekdir. (33. Moskova Matematik Olimpiyatları, 1970).

Matematikos Gezegeni

Bu gezegende yemekler bedavaydı; ancak Yüce Kral Sincostan Logentegralderive'nin emriyle her yemek bir problemi çözmek karşılığında veriliyordu. Kalıvatlı isteyen Cin Ruhi'ye şu soruyu sordular: Bir dikdörtgen üstüne n dikey ve n yatay çizgi çiziyorsunuz. Toplam kaç dikdörtgen oluşur?

Kanatlı Atlar



Bu resimde kaç at ve kaç kanat görürsünüz?

Mayın Tarlası

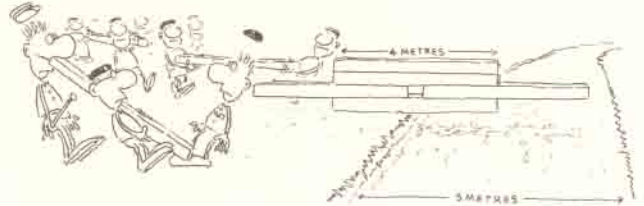
Albay Cın Ruhi'ye Genel Kurmay Haber Alma Başkanlığından şöyle bir

telgraf geldi: "Üçgen biçimi (ABC üçgeni diyelim; BC taban, AB ve AC yan kenarları) geniş bir savaş alanı içinde bulunuyoruz. Edindiğimiz bilgiye göre, düşman AB kenarını 20 ve AC kenarını 30 dıştan olmayan parçaya bölmüş. Sonra C köşesinden çıkan 20 doğruyu AB üzerindeki 20 noktaya ve B köşesinden çıkan 30 doğruyu AC üzerindeki 30 noktaya birleştirmiş. Bu çizim sonucu çok sayıda üçgen oluşmuş. Düşman her üçgen alanın içine 1 mayın koymuş bulunuyor. Bu koşullara göre kaç tane mayın yoketmemiz gerektiğini yani bu üçgen alanındaki toplam mayın sayısını 10 dakika içinde bildiriniz". Cın Ruhi'nin 10 dakikada 20 mendil terle sırsıklam ettiği rivayet edilir; ama sonunda istenen cevabı vermiş. Daha genel olarak sorarsak bir üçgenin bir kenarını ve diğer kenarını parçaya ayırma ve bu parçaları karşılarındaki köşe ile birleştirilse toplam kaç üçgen oluşur? (İpucu: Tabanı kenar alan kaç üçgen vardır? Bir köşeden çıkan

doğruların kaç türlü ikili kombinasyon seçilebilir? Bu ikililerin her biri bir üçgenin iki kenarı olabilir. Üçüncü kenar kaç şekilde seçilebilir vb).

Tavşan Tarlası

m x m küçük kareye ayrılmış büyük kare biçimi bir tarla var. Yanyana konulmuş m kareye bir sıra, üstüste konulmuş m kareye bir sütun diyoruz (satranç tahtası gibi). Her küçük kare ya boş, ya da herhangi bir sayıda tavşan içeriyor. Eğer bir sıra ile bir sütunun kesişme noktası olan kare boşsa, o sıradaki tavşanların + o sıradaki tavşan-



Irmağa Köprü Kurmak

Harp Okulu öğrencileri 5 m genişliğinde bir ırmak üzerine Köprü kurmak istiyor. Elllerinde 4 m uzunlukta kaleslar var. Bir kalası diğeri üzerine koyarak köprü yapacaklar. Üç kalasla kıyıdan kaç metre uzağa giden bir köprü yapılabilir? Bir kıydan ötekine varmak için en az kaç kalas gerekir?

Geçen Ayın Çözümleri

Çarpım ve Mantık

İki 10 sayılı geriyse 1,3,7 ve 9 kalır; bunların çarpımı 9 ile bitir. 11-20 arası için de aynı mantık geçerlidir; bunların çarpımı da 9 ile bitir; demek ki çiftleri ve 5'in katlarını atarsak, ilk 20 sayısını çarpımı 1 ile bitir (çünkü $9 \times 9 = 81$). 1995'den 20'nin katlarını atarsak geriyse 15 artar. O halde 1981, 1983, 1987, 1989, 1991, 1993 çarpımı yeterlidir. Bu çarpım 7 ile bitir ($1 \times 3 \times 7 \times 9 \times 13 = 567$).

Ailede Satranç Turnuvası

İkizler için iki olasılık vardır: 1) Anne ve erkek kardeşi ikiz olabilir. 2) Annenin oğlu ve kız ikiz olabilir. İkizlerden biri tamamen ölü demiyor. Anne ve erkek kardeşin ikiz olduğunu varsayalım.

1. olasılık: Annenin erkek kardeşi sonuncu doğmuş, anne birinci olamayacağından (birinci ikiz değil) kız birinci olacaktır; çünkü karşı seksen bir birinci olacaktır. Ama o zaman kız doğuyorsa aynı yaşta demektir (1. ve sonuncu aynı yaşta demeli) bu mümkünse de ilavî annenin ikizi olduğundan kız annesinin aynı yaşta olur. Bu saçmadır. Bu olasılık reddedildi.

2. olasılık: Anne sonuncu olur. Davy birinci olamayacağından (birinci ikiz değil) ve birinci sonuncunun karşı seksen olacağından birinci öğül olacaktır. O zaman ana ve oğlun aynı yaşta olması gerekir; bu saçmadır. Bu olasılık da çürütüldü.

Antipodlu iki ikizler öncenin oğlu ve kızdır. Sonuncu öğül ise birinci anne olacaktır (ikize birinci olmak yasak). Ana o zaman ana ve oğul aynı yaşta oluyor. Bu da saçma. Bu olasılık da reddedildi.

Geriyse tek olasılık kalır. Sonuncu kızdır. Karım ikiz erkek kardeşi birinci olamayacağından birinci kızın davasıdır. Kız doğuyorsa aynı yaşta olur. Nadir de olsa bir çocuk davasıyla aynı yaşta olabilir; bunun için anne ile erkek kardeşi arasında büyük yaş farkı olması yeterlidir.

Bir Kurmay Problemi

Üçgenin tabanının sol ucu koordinat sisteminin orijini noktasında, sağ ucu da 1 noktasında olsun. Tabanın uçlarına olan uzaklıklarının ortası 3/2 olan noktaları düşünelim s, s' koordinatını y düşünelim. Koordinatın s, y olan nokta ile orijini arasındaki uzaklık $\sqrt{s^2+y^2}$ 'dir. Koordinatın s', y' olan nokta ile 1, 0' olan nokta (tabanın sağ ucu) arasındaki uzaklık $\sqrt{(s'-1)^2+y'^2}$ 'dir. Ortalanacak yazalım (taban 1/2 olacağı:

$$\sqrt{s^2+y^2} = 2\sqrt{(s'-1)^2+y'^2}$$

Kare alıp basitleştirelim.

$$\left(\frac{s^2+y^2}{s'^2+y'^2} \right)^2 = \frac{s^2+y^2}{(s'-1)^2+y'^2} \quad \left(\frac{s^2+y^2}{s'^2+y'^2} \right)^2 = \frac{36}{(s'-1)^2+y'^2}$$

Görüldüğü gibi bu bir dairesel denklemdir. (Daire denkleminin genel formülü $x^2+y^2=R^2$) Dairenin merkezi $(-4/5, m)$ noktasında, dışarıya yarıçapı ise $\sqrt{36/25}$ 'dir. O halde üçgenin tepesi tabandan en çok bir santim kadar, yani 6/5 veya 1,2 km uzaktadır. Orana a/b) dersek, genel formül şöyle olur: merkezin koordinatları

$$\frac{b^2}{a^2-b^2} = 0 \text{ ve varçap} = \frac{ab}{a^2-b^2}$$

Bunları $a=3$ ve $b=2$ aldık.

Oynanmayan Küçükler

Küpün Açılmış Şekli



Küçüklerin eşselenen birbirine denk olmasıdır.

Eksipres Problem

Geriyse 7 vakit kalır. $35 - 14 \times 2$ dir ve $14 \times 2 = 28$ 35 den çıkarılmak geriyse 7 kalır.

Çin Büyüleri



Çin Süsleri



Olanaksızlığı Kanıtımla

İstedikler 1961'den a (bed-1) = 1961. Bu durumda a tek sayı olacaktır; çünkü ancak iki tek sayının çarpımı tek sayı verir ve 1961 tekdir. Benzer yolla b, c ve d'nin de tek olduğu kanıtlanır. O zamanda her dört tek olur (4 tek sayının çarpımı yine tek olur). Fakat bu durumda a-b'den çift olacaktır; çünkü tek sayıdan tek sayı çıkarsa çift sayı kalır. Oysa 1961 tekdir. Çelişki var. O halde a, b, c ve d tam sayı olamaz.

Karelere Ayrırma

$1+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+7^2=84$ değişik kare tanıdır. $8=1$ karelik karelerin sayısı; $7=2 \times 2$ iki karelerin sayısı $6=3 \times 2$ iki karelerin sayısı $5=4 \times 1$ iki karelerin sayısı. $4=5 \times 1$ karelerin sayısı; $3=3 \times 1$ iki karelerin sayısı. $2=7 \times 1$ iki karelerin sayısı; $1=8 \times 1$ iki kare sayısı.

Dişli Çarklar

Çarkların üstünlük sıra numaraları yazalım: 1,2,3,...n. Belli ki tek sayılı çarklar (1,3,5,...) bir tarafa, çift sayılı çarklar (2,4,6,...) aksini tarafa dönercektir. O halde çark sisteminin dönelmesi için çark sayısı, yani n çift olmalıdır.

Kasımın Sırrı

Kasa dırınamitten önce açılmış olmalıydı; çünkü huruç kasadaki paraları tehlikeye atarız. Şifreyi Lord'dan başkası bilmiyordu; birisi güzellikmiş olsa bile göre bergün 2'nin bir üssü (örneğin 2^{100}) olarak değişiyordu. O halde kasayı Lord açmış olmalıydı; Lord kasadaki 100.000 Sterlin'i keneli elyle huruçta teslim etmişti. Lord bunları sonra polise girmedikçe güre olay ancak bir şantaj olabilir.

Patricia yalan söylüyordu; zira Patricia "şifreyi bilmiyorum" dese delil bulunmazdı. Fakat fazla akıllı olmayan Patricia "son dört rakam aynıdır" diye bir yalan uydurarak polisi yanıltmayı umuyordu. Patricia, Lord ile çok yakın ilişki içindeydi ve bunu Lord'un eşi, çocuklarına ve başına bildireceğini söyleyerek şantaj yapıyordu. Peki, Holmes, Patricia'nın yalan söylediğini nasıl anlattı? 2 sayısının hiçbir üssü birbirinin aynı dört rakamla birleşmez; çünkü son dört rakamı aynı olan sayıdan hiçbir 16 ile bölünmez.

Bir Matematikçi

Georg Cantor

Okurlarımızın Başarısı

Denizli'den matematiğin öğretilmesi Nezir Gügin 238 sayımadaki Amplex Gezegeni problemi çözüme tek okurumuz olmuştur. Kendisini kutluyor. İlgileri için çok teşekkür ediyoruz.

Amplex Gezegeni

$1 \times n - n \times n = A$ denkleminin çözümü: Bu denklem $n(n-1) = (A+1) - (A+1)$ biçiminde yazılabilir, n ise A pozitif tam sayıdan olduğuna göre, $(A+1)$, $(A+1)$ sayılan n, $(1+n-n)$ sayılamına tam kattan olacaktır. Buna göre dört durum vardır: 1) E pozitif ve tam sayı olmak üzere $(A+1) = kn$ ise $(A+1) = kn-1$ olur. Bunlar yerlerine konulup sadeleştirme ile $n = (1-k)n + (1+2k) = 0$ (1) denkleminin oluşur. $(1-k)n + 2k = 0$ ikinci derece denkleminin kökleri $n = \frac{-2k \pm \sqrt{4k^2 - 4(1-k)(1+2k)}}{2(1-k)}$ olacaktır.

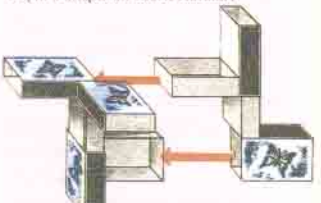
olduğunu görülmüştür.

k pozitif tam sayı idi, n'ün de tam sayı olabilmesi için (1) denkleminin diskriminantının tam kare olması gerekir.

$a = b^2 - 4ac$ den $\Delta = k^2 - 2k - 8k - 3$ olur. $k=3$ için $\Delta = 36 - 9 = 27$ tam karedir; $k=4$ için (1) denkleminin $n = 86 - 7 = 79$ ya da $n = 11 (n=7) = 0$ olup, kökleri $n=1, n=7$ dir. $k=3, n=1$ için $A = kn - 1 = 3 \times 1 - 1 = 2$ bulunup $1 + 1 - 1 = 2$ ya da $k=3, n=7$ için $A = kn - 1 = 3 \times 7 - 1 = 20$ bulunup $1 + 7 - 7 = 20$ sonuçlarına varılmış olur. (Diğer çözümler de aynı düğünce ile aynı şekilde olacaktır.)

2) $(A+1) = k(1+n)$ ise, (işlemlerin sonunda $k=1, n=1, A=2$ elde edilip $1+1-1=2$ olduğu görülür. 3) $(A+1) = kn$ ise, yapılabilecek işlemlerle $k=1, n=1, A=2$ bulunup $1+1-1=2$ olur.

Beyni Tutuşturan Kibrit Kutuları



Kayıkhaneye

Bu 49 karede 24 beyaz ve 25 siyah kare vardır. Yıldız beyaz bir karede olduğundan 23 beyaz ve 25 siyah kalır. Bir domino (kayık) 1 siyah-1 beyaz kareyi kaplayacağından 24 domino ancak 24 beyaz = 24 siyah kareyi kaplar. Çözüm yoktur.

Kare Oluşturmak

Tufan Oyunu



4) $(A+1) = k(1+n)$ ise, Δ yi tam kare yapan k yoktur. $1+n-n \times n = A$ denkleminin çözümü: Bu denklem $n(n-1) = (A+1) - (A+1)$ biçiminde yazılabilir. Yine dört ilk durum:

1) $(A+1) = k(n-n)$ ise $(A+1) = k(n-n) - 2$ olur. İşlem yapıp $k^2 - 1n^2 - kn + 2k - 1 = 0$ (2) alınabilir. Bu denklemde $\Delta = k^2 - 4k^2 + 4k^2 - 8k - 4$ olup, $k=1$ için $\Delta = 1 - 1 = 0$ karedir. $k=1$ için (2) denkleminin $n=3=0$ biçimini alıp $n=3$ bulunur. $k=1, n=3$ için $A = kn - 1 = 1 \times 3 - 1 = 2$ olup $1 + 3 - 3 = 2$ (3) ifadesi gerçekleştirilmiş olur.

2) $(A+1) = k(n+1)$ ise $(A+1) = kn + k - 1$ olur. Yerlerine konup $(k-1)n - n + k - 2k = 0$ denkleminin oluşur. (3) $\Delta = 1 - 4(k-1)(k-2)$ dir. $k=1$ için $\Delta = 3 = 3$ tam karedir. $k=1$ için (3) denkleminin $n=3=0$ olup, $n=3$ tir. $k=1, n=3$ için $A = kn - 1 = 1 \times 3 - 1 = 2$ bulunur. Böylece $1 + 3 - 3 = 2$ ifadesi edilir.

3) $(A+1) = k(n+1)$ ise gerekli işlemler yapıp, $(k-1)n - n + k - 2k = 0$ (4) denkleminin ortaya çıkar. Bu denkleminde, $k=1$ için (4) denkleminin $n=3=0$ olup, $n=3$ tir. $k=1, n=3$ için $A = kn - 1 = 1 \times 3 - 1 = 2$ bulunur. Böylece $1 + 3 - 3 = 2$ ifadesi edilir.

4) $(A+1) = kn$ ise, Δ yi tam kare yapan k yoktur. $1+n-n \times n = A$ denkleminin çözümü: Bu denklem $n(n-1) = (A+1) - (A+1)$ biçiminde yazılabilir. Yine dört ilk durum:

1) $(A+1) = k(n-n)$ ise $(A+1) = k(n-n) - 2$ olur. İşlem yapıp $k^2 - 1n^2 - kn + 2k - 1 = 0$ (2) alınabilir. Bu denklemde $\Delta = k^2 - 4k^2 + 4k^2 - 8k - 4$ olup, $k=1$ için $\Delta = 1 - 1 = 0$ karedir. $k=1$ için (2) denkleminin $n=3=0$ biçimini alıp $n=3$ bulunur. $k=1, n=3$ için $A = kn - 1 = 1 \times 3 - 1 = 2$ olup $1 + 3 - 3 = 2$ (3) ifadesi gerçekleştirilmiş olur.

2) $(A+1) = k(n+1)$ ise $(A+1) = kn + k - 1$ olur. Yerlerine konup $(k-1)n - n + k - 2k = 0$ denkleminin oluşur. (3) $\Delta = 1 - 4(k-1)(k-2)$ dir. $k=1$ için $\Delta = 3 = 3$ tam karedir. $k=1$ için (3) denkleminin $n=3=0$ olup, $n=3$ tir. $k=1, n=3$ için $A = kn - 1 = 1 \times 3 - 1 = 2$ bulunur. Böylece $1 + 3 - 3 = 2$ ifadesi edilir.

3) $(A+1) = k(n+1)$ ise gerekli işlemler yapıp, $(k-1)n - n + k - 2k = 0$ (4) denkleminin ortaya çıkar. Bu denkleminde, $k=1$ için (4) denkleminin $n=3=0$ olup, $n=3$ tir. $k=1, n=3$ için $A = kn - 1 = 1 \times 3 - 1 = 2$ bulunur. Böylece $1 + 3 - 3 = 2$ ifadesi edilir.

4) $(A+1) = kn$ ise, Δ yi tam kare yapan k yoktur. $1+n-n \times n = A$ denkleminin çözümü: Bu denklem $n(n-1) = (A+1) - (A+1)$ biçiminde yazılabilir. Yine dört ilk durum: