

# Karşılaştıkça Tekniklerin

Dr. Mahir E. Ocak [ TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi

Bilim ve Teknik Mayıs 2019

Karadelik mekaniğinin yasaları ile termodinamik yasaları karşılaştırıldığında birbirlerine çok benzedikleri görülür.

# TERMODİNAMİK



## Karadeliklerin Özellikleri

Bir karadeliği diğer gök cisimlerinden ayıran en önemli özellik olay ufkunun oluşmasıdır.

Olay ufkunun karadeliğin kütle merkezinden olan uzaklığı, kurtulma hızının ışık hızı olduğu küresel yüzeyin yarıçapı bulunarak hesaplanabilir.

Bu yüzeyde, ışık hızındaki bir parçacığın kinetik enerjisi ile kütleçekiminden kaynaklanan potansiyel enerjisinin mutlak değerleri eşit olmalıdır.

İki değer birbirine eşitlendiğinde olay ufkunun karadeliğin kütle merkezinden uzaklığı (Schwarzschild yarıçapı)

$$r = \frac{2GM}{c^2}$$

olarak bulunur.

Bu eşitlikte G kütleçekim sabiti, M karadeliğin kütlesi, c ise ışık hızıdır.

Olay ufkunun karadeliğin kütle merkezinden olan uzaklığını kullanarak, olay ufkundaki kütleçekiminin şiddeti hesaplandığında ise

$$\kappa = \frac{c^4}{4GM}$$

bulunur.

Bu sonuçlardan karadeliğin kütlesi arttıkça olay ufkunun yüzey alanının arttığı, olay ufkundaki kütleçekim şiddetinin ise azaldığı görülür.

## Karadelik Mekanığı

Genel görelilik kuramı tarafından varlıkları tahmin edilen karadelikleri diğer gök cisimlerinden ayıran en önemli özellik etraflarında bir olay ufku oluşmasıdır. Klasik kurama göre bir kez olay ufkunu geçip karadeliğe düşen kütleli ya da kütsüz herhangi bir cisim bir daha karadeliğin çekiminden kurtulup dışarıya çıkamaz. Dolayısıyla bir karadelik kendi ışığı ile doğrudan gözlemlenemez. Fakat bu bir karadeliğin özellikleri hakkında hiçbir bilgi edinemeyeceğimiz anlamına da gelmiyor. Karadeliğin olay ufkunun dışında kalan yerlerde sebep olduğu değişikliklere bakarak kütle, açısal momentum ve elektrik yükü gibi özelliklerini belirlemek mümkün.

Karadelikler hayli basit nesnelere. Elektrik yükleri, kütleleri ve açısal momentumları bilindiği zaman tüm özellikleri belirlenebilir. Karadelikler çoğunlukla yüksüz nesnelere çökmesi ile oluşacağından, karadeliğin toplam elektrik yükünün sıfır olması beklenir. Dolayısıyla elektriksel olarak yüksüz bir karadeliği kütlesi ve açısal momentum büyüklüğü tanımlar. Çok sayıda parçacık içeren sistemlerin, örneğin yıldızların ve gezegenlerin fiziksel durumunu ifade etmenin hatta belirlemenin zorluğu ile karşılaştırıldığında karadeliklerin tüm fiziksel özelliklerinin sadece üç sayı bilinerek hesaplanabilmesi fizikçi J. A. Wheeler tarafından "karadeliklerin saçı yoktur" biçiminde ifade edilmiştir. Olay ufku kusursuz bir küresel yüzey olduğu için bu ifade gayet uygundur. Karadeliklerin, özelliklerinin birkaç sayı ile ifade edilebilmesi bakımından, temel parçacıklara benzediği de söylenebilir.

Karadeliklerin mekaniği ile ilgili kuramsal olarak keşfedilen dört temel yasa vardır. Sıfırıncı, birinci, ikinci ve üçüncü yasa olarak adlandırılan bu yasalar şunlardır:

**Sıfırıncı yasa:** Durağan (üzerine yeni madde düşmeyen fakat açıl momentumu olan) bir karadeliğin olay ufkundaki kütleçekimi yüzeyin her yerinde aynıdır.

**Birinci yasa:** Durağan bir karadelik çok küçük bir değişikliğe zorlandığında (örneğin üzerine madde atıldığında) yaşanan küçük değişiklikler sonucu enerjideki değişim ile ufuk alanı, açıl momentum ve elektrik yükü arasındaki ilişki şudur:

$$dE = (c^2/8\pi G) \kappa dA + \Omega dJ + \Phi dQ$$

Bu denklemde

$G$  kütle çekim sabitini,

$c$  ışık hızını,

$\kappa$  olay ufkundaki kütleçekimini,

$A$  olay ufkunun alanını,

$\Omega$  açıl hızı,

$J$  açıl momentumu,

$\Phi$  elektrostatik potansiyeli,

$Q$  elektrik yükünü,

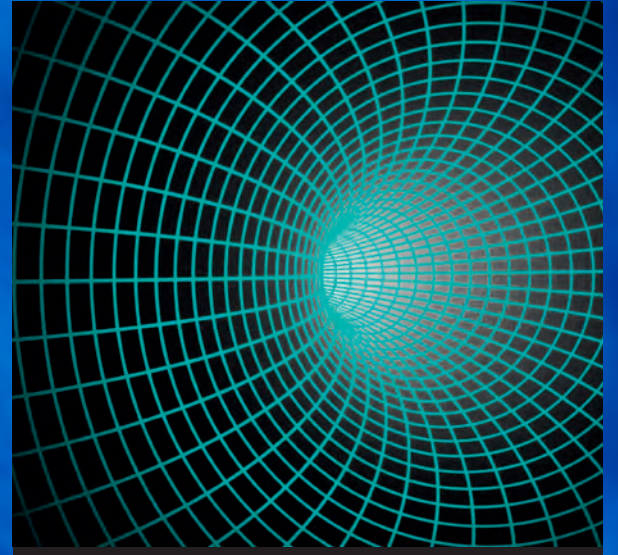
$d$  ise diferansiyel alma işlemi gösterir.

Örneğin  $dE$  karadeliğin enerjisindeki değişimi ifade eder.

**İkinci yasa:** Olay ufkunun alanı zaman içinde sürekli artar.

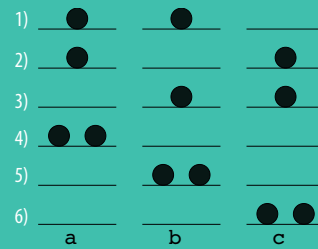
**Üçüncü yasa:** Karadeliğin olay ufkunda kütleçekimi sıfır olamaz.

Bu yasalardan sıfırıncı yasa karadeliklerin saçsız olmasının -yani özelliklerinin temel parçacıklara benzemesinin- doğal bir sonucudur. Birinci yasa enerjinin korunumu yasasının karadelikler için ifade edilmesidir. İkinci yasanın geçerliliği ise sadece klasik fizik ile sınırlıdır. Stephen Hawking kuantum süreçleri sebebiyle bu yasanın geçerli olmayacağını gösterdikten sonra, ikinci yasa daha sonra bahsedilecek olan karadelik termodinamiğinin “genelleştirilmiş ikinci yasa” ile değiştirildi.



## Entropi

Hacmin ve tanecik sayısının değişmediği, sabit enerjili, kapalı bir sistemin entropisi  $S=k \ln \Omega$  olarak tanımlanır ( $\Omega$  sistemin bulunabileceği durumların sayısı,  $k$  Boltzmann sabitidir). Entropinin hesaplanmasını gerçek hayatta var olmayan, hayali bir sistem ile örneklendirebiliriz. Bu sistem özdeş iki tanecik içersin ve bu taneciklerin bulunabileceği, özdeş üç enerji durumu ( $a, b, c$ ) olsun.



Eğer tanecikler özellikleri gereği aynı enerji durumunda bulunamıyorsa, farklı üç durum söz konusudur ( $ab, ac, bc$ ). Bu durumda entropi  $S=k \ln 3$  olur. Diğer durumda, yani tanecikler aynı enerji durumunda bulunabiliyorsa, altı farklı durum söz konusudur ( $aa, bb, cc, ab, ac, bc$ ). Bu durumda entropi  $S=k \ln 6$  olur. Doğada var olan sistemler genellikle çok daha karmaşıktır ve entropinin doğrudan hesaplanması zordur.

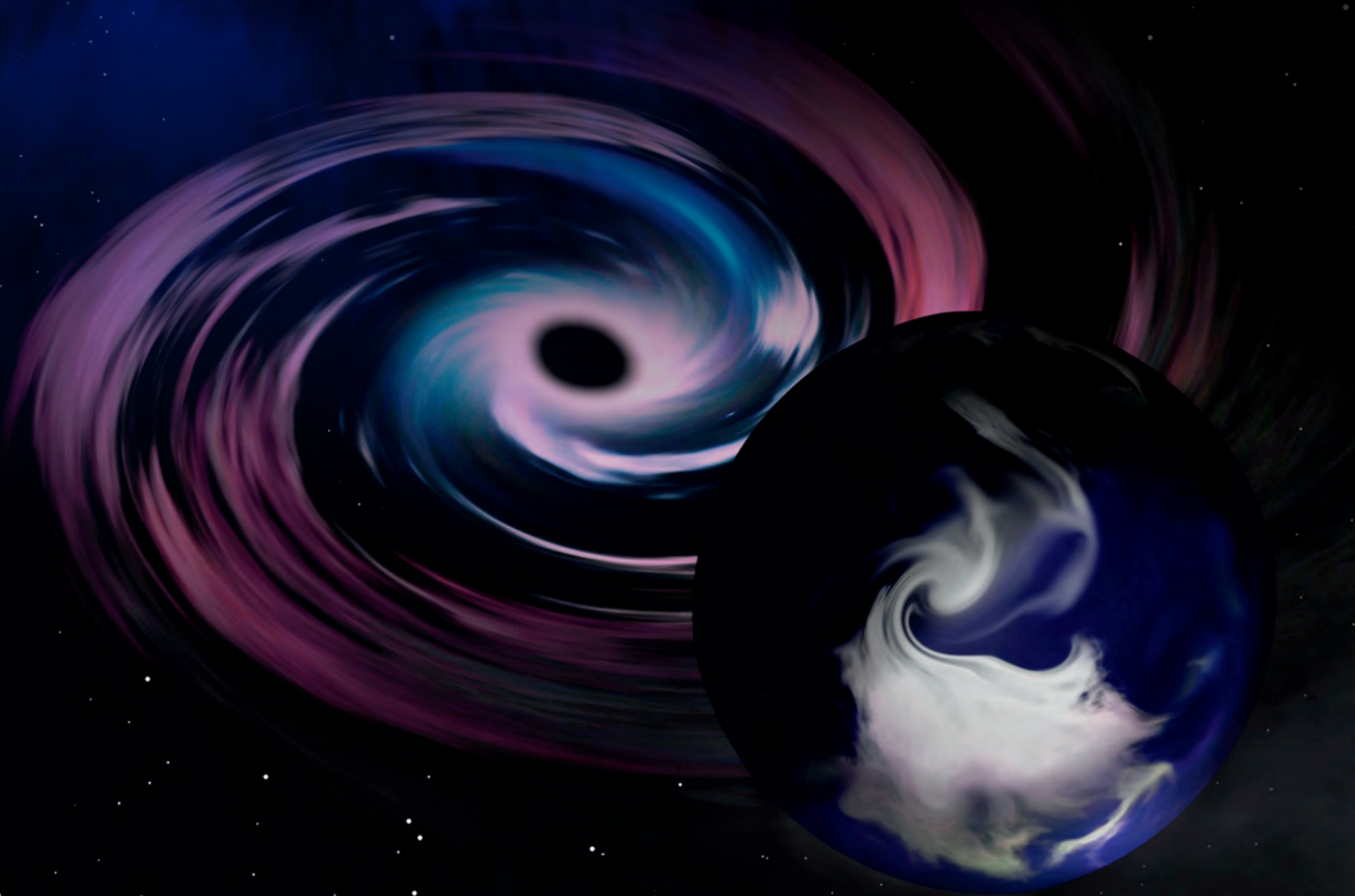


# Termodinamik

Karadeliklerin aksine günlük hayatta karşılaştığımız pek çok nesnenin fiziksel durumunu tanımlamak hayli zordur. Örneğin kapalı bir kap içindeki bir gazı düşünün. Kabin içindeki taneciklerin tamamı farklı yönlerde ve farklı hızlarda hareket eder. Kabin içindeki tüm taneciklerin fiziksel durumunu belirlemek imkânsızdır. Tüm taneciklerin fiziksel durumu bilinse bile mekanik yasalarını kullanarak taneciklerin gelecekteki fiziksel durumlarını tahmin etmek kolay değildir.

Çok sayıda parçacık içeren sistemleri ele almanın bir yolu istatistiksel kuramlar kullanmaktır. Bu kuramlarda sistemin fiziksel durumunu tanımlamak için birkaç istatistiksel ortalama kullanılır. Sıcaklık ve basınç bu istatistiksel ortalamalara örnek verilebilir. Kapalı bir kap içindeki gaz taneciklerinin enerjileri farklıdır. Sıcaklık taneciklerin ortalama kinetik enerjisinin bir ölçüsü olan istatistiksel bir büyüklüktür. Benzer biçimde, kabin duvarlarına farklı hızlarla ve farklı açılarla çarpan taneciklerin kaba uyguladığı kuvvet zamanla değişkenlik gösterir. Basınç tanecikler tarafından kaba uygulanan ortalama kuvvetin bir ölçüsü olan istatistiksel bir büyüklüktür.

**Olay ufkunun yüzeyi  
mükemmel bir kürenin pürüzsüz yüzeyi  
gibidir.**



**Yer yüzeyindeki kütleçekimi.** Karadeliklerin aksine, Dünya'daki kütleçekimi yüzeyin her noktasında aynı değildir. Karadelğin ufuk alanı için benzer bir harita yapılıyaydı, tamamı aynı renk olurdu.



İstatistiksel bir kuram olan termodinamiğin dört temel yasası vardır:

**Sıfırıncı yasa:** Dengeye olan bir sistemin sıcaklığı her noktada aynıdır.

**Birinci yasa:** Bir sistemde yaşanan küçük ve geri dönüşü olan değişimler sonucu enerjideki değişim

$$dE = Tds - PdV \text{ şeklindedir.}$$

Bu denklemde  
T sıcaklığı,  
ds entropideki değişimi,  
P basıncı,  
dV ise hacimdeki değişimi göstermektedir.

**İkinci yasa:** Entropi zaman içinde sürekli artar.

**Üçüncü yasa:** Sıcaklığı sıfıra yaklaşan bir sistemin entropisi sıfıra yakınsar.

Başka biçimlerde de ifade edilebilen sıfırıncı yasa esasen sıcaklığın tanımlanmasıdır. Birinci yasa enerjinin korunumu yasasının matematiksel olarak ifade edilmesidir. İkinci yasa ise “kendiliğinden” meydana gelen değişikliklerin entropinin artacağı yönde olduğunu söyler. Örneğin farklı sıcaklıklardaki iki madde birbiri ile temas ettirildiğinde entropinin artması için sıcaklıklar eşitlenene kadar sıcak olandan soğuk olana ısı akışı olur.



# Karadeliklerin Termodinamiği

Karadelik mekaniğinin yasaları ile termodinamik yasaları karşılaştırıldığında birbirlerine çok benzedikleri görülmür. Sıfırncı yasalar dengedeki sistemlerde fiziksel bir büyüklüğün konum ile değişmediğini, birinci yasalar enerjinin korunumunu, ikinci yasalar ise kendiliğinden gerçekleşen süreçlerde sürekli artan bir büyüklük olduğunu ifade eder. Sıfırncı yasaları karşılaştırarak karadeliğin olay ufkundaki kütleçekimi sıcaklık ile, ikinci yasaları karşılaştırarak da karadeliğin olay ufkunun alanı entropi ile ilişkilendirilebilir. Bu benzerlik birinci yasalardan da görülebilir. Birinci yasaları ifade eden denklemlerin sağ tarafında yer alan terimler -ilk terimler hariç- sisteme etki eden kuvvetlerin enerjide sebep olduğu değişiklikleri ifade eder. Birinci yasaları ifade eden denklemlerin sağ tarafındaki ilk terimler de yine karadeliğin olay ufkundaki kütleçekiminin sıcaklığı ile olay ufkunun alanının entropi ile ilişkili olduğunu akla getirir.

Fiziksel olarak mantıklı sonuçlar elde edilebilmesi için entropi ile yüzey arasındaki ilişkinin ne olması gerektiğini ele alan fizikçi J. D. Bekenstein entropinin  $-b$  herhangi bir sabit olmak üzere  $S=(bkc^3/G\hbar)A$  biçiminde olması gerektiğini göstermiştir. Bu durumda karadeliğin sıcaklığı  $T=\hbar k/8\pi bck$  olur. Bu eşitliklerde  $-h$  Planck sabiti olmak üzere  $\hbar=h/2\pi'$  dir. Fizikçi Stephan Hawking'in  $b$  sabitinin değerinin  $1/4$  olduğunu göstermesi ile karadeliklerin entropisinin  $S=(kc^3/4G\hbar)A$ , sıcaklığının ise  $T=\hbar k/2\pi ck$  olduğu belirlenmiş oldu.

Karadelikler de diğer maddeler gibi enerjisi, momentumu, elektriksel yükü olan cisimler oldukları için onlar da sıcaklık ve entropi gibi termodinamik özelliklere sahip olmalıdır. Fakat klasik genel görelilik kuramına göre karadelikler olay ufkunu geçen her şeyi yuttuğu ve ışımadığı için fiziksel olarak sıcaklıkları da sıfır olmalıdır. Dolayısıyla karadeliklere atfedilen sıcaklık ve entropinin fiziksel bir anlam kazanması için karadeliklerin sıcaklığı olan her cisim gibi ışıdığıın gösterilmesi gerekir.

Karadeliklerin ışımasının kuantum mekaniğine özgü süreçler sonucunda mümkün olduğunun Stephan Hawking tarafından gösterilmesi ile karadeliklere atfedilen sıcaklık ve entropi fiziksel bir anlam kazandı. Hawking ışıması olarak adlandırılan bu süreç karadeliğin olay ufkunun dışında, kuantum dalgalanmaları sonucunda bir parçacık-antiparçacık çiftinin oluşması ile başlar. Parçacıklardan biri karadelikten uzaklaşırken diğeri içine düşer. Uzaktan bakan bir gözlemci karadeliğin ışıyıp kütle kaybettiğini görür.

Karadeliklerin sıfırdan farklı bir sıcaklığa ve entropiye sahip olması daha önce paradoks olarak görülen bazı olayların da açıklanmasını sağlamıştır. Örneğin bir madde karadeliğin içine düştüğü zaman karadeliğin dışında madde miktarının azalmasıyla birlikte entropi de azalır. Eğer karadeliklerin entropisi sıfır olsaydı, kendiliğinden meydana gelen bu süreçte toplam entropi de azalmış olurdu, ki bu termodinamiğin ikinci yasasına aykırıdır.

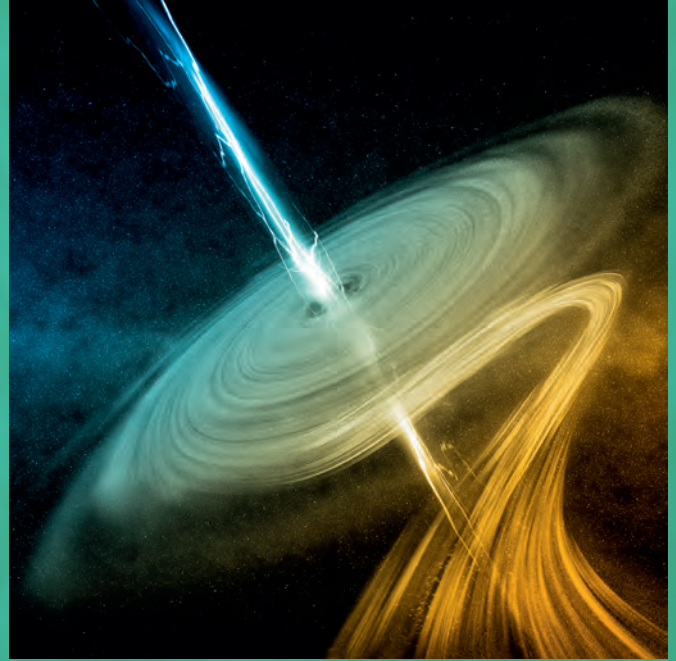
Karadeliğin sıfırdan farklı bir entropiye sahip olduğu durumda karadeliği ve karadeliğin çevresini içine alan sistemin toplam entropisi artar. Böylece termodinamiğin ikinci yasası geçerliliğini korur. Buna ek olarak, Hawking ışımasıyla karadeliklerin enerji ve dolayısıyla kütle kaybetmesi sonucu olay ufkunun alanı da azalır, bu da karadelik mekaniğinin ikinci yasasının doğru olmadığını gösterir. Karadelik mekaniğinin ve termodinamiğin ikinci yasaları, karadelikleri içeren sistemler için "genelleştirilmiş ikinci yasa" adı ile birleştirilir. Genelleştirilmiş ikinci yasa şu şekilde ifade edilir:

Genelleştirilmiş ikinci yasa: toplam entropi = (karadeliğin entropisi + karadeliğin çevresinin entropisi) olmak üzere, toplam entropi zamanla artar.

Aslında şu durumda her şey iyi giderken ciddi bir problem ortaya çıkıyor: Karadelğin entropisi varsa, bu entropi neye karşılık geliyor? Karadelğin sadece birkaç özelliği olabildiğinden bahsetmiştik, entropi ise bir düzensizlik ve dağınıklık ölçüsüdür, karadelikte dağınık olan ne olabilir? Bu soruların herkesi tatmin eden cevapları maalesef henüz yok.

Hawking ışıması sonucu bir karadelğin “buharlaşarak” yok olması mümkündür. Yapılan hesaplar karadeliklerin sıcaklığının kütle ile, buharlaşma hızının ise kütlelerin karesi ile ters orantılı olduğunu gösterir. Dolayısıyla kütlesi büyük karadeliklerin sıcaklığı daha düşüktür ve buharlaşıp yok olmaları daha uzun sürer. Karadelik buharlaştıkça kütlesi azaldığı ve sıcaklığı arttığı için buharlaşma hızı da artar. Örneğin kütlesi Güneş’in kütlesi civarında olan bir karadelğin sıcaklığı nanokelvin (bir kelvinin milyarda biri) ölçeğindedir. Bu büyüklükte, çevresinden yalıtılmış bir karadelğin buharlaşarak yok olması ise yaklaşık  $10^{67}$  yıl sürer, bu da evrenin şu anki yaşından çok daha fazladır. Esasen evrenin ortalama sıcaklığının yaklaşık olarak 2,7 Kelvin olduğu düşünülürse, bir karadelğin buharlaşarak yok olabilmesi için sıcaklığının 2,7 Kelvin’den fazla olması gerekir. Aksi takdirde bir karadelğin kozmik artalan ışımasından soğurduğu enerji kendi yaydığı enerjiden fazla olacak, dolayısıyla enerjisi ve kütlesi zaman içinde artacaktır. Hesaplar kütlesi yaklaşık olarak Ay’ın kütlesi kadar olan bir karadelğin sıcaklığının evrenin ortalama sıcaklığına eşit olacağını yani kozmik artalan ışıması ile denge de olacağı için kütlelerinin değişmeyeceğini gösterir. Dolayısıyla bir karadelğin ışıyarak buharlaşması için kütlelerinin Ay’ın külesinden daha küçük olması gerekir.

Sonuç olarak karadeliklerin adlarının ima ettiğinin aksine kara olmadıklarını söyleyebiliriz. Gerçi çoğu karadelğin ışımaya miktarı doğrudan görülmelerini imkânsızlaştıracak kadar az, ama onların da diğer gök cisimleri gibi sıcaklıkları ve entropileri var. ■



#### Kaynaklar

Bekenstein, J. D., “Black Holes and Information Theory”, *Contemporary Physics*, Cilt 45, Sayı 1, s. 31-43, 2004.

Planck Collaboration, “Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters” *Astronomy & Astrophysics*, Cilt 571, s. 16-66, 2014.

Gürdilek, R., “Karadelikler”, *TÜBİTAK Bilim ve Teknik*, Sayı 384, s. 40-48, 1999.

Tekin, B., “Kim Korkar Karadelikten”, *TÜBİTAK Bilim ve Teknik*, Sayı 491, s. 44-48, 2008.