

10^{GOOGOL} = 1 000 000
000 000 000 000
000 000 000 000
000 000 000 000
000 000 000 000
000 000 000 000
000 000 000 000



Saygıdeğer Sayılar

Bir astrofizikçi verdiği konferansı şu sözlerle noktalamış: "... dolayısıyla, güneşimiz beş milyar yıl sonra genişleyerek bir kırmızı dev olacak ve yeryüzünde hiçbir hayat izi bırakmayacaktır." Arkadan çok telaşlı bir ses atılmış: "Ne zaman? Ne zaman?", "Beş milyar yıl sonra.", "Aman ferahladım, 'beş milyon' diyorsunuz sandım da çok korktum." Bu fıkraya gülmek elde değil, soruyu soran, "milyar"ın "milyon" dan büyük olduğunu biliyor da, bu konuda, sayının milyon ya da milyar olmasının ne kendi açısından ne de 7000 göbek torunları açısından hiçbirşey ifade etmeyeceğini kavrayamamış. Bu, tabii ki bir fıkra. İnsanların çoğu 5 milyon yılın çok uzun bir süre olduğunu bilirler, bilmeseler fıkra olmazdı. Buna rağmen, çoğumuz, sayılar büyüdüğü zaman onları anlamakta zorluk çekeriz. Douglas R. Hofstadter, insanlar için "innumerate" yani "sayı cahili" tabirini kullanır; bu gerçekten doğru mu? Sayıları ne kadar algılayabiliyoruz? Gelin bu sorunun cevabını beraberce arayalım.

Orhan Kural
ODTÜ
Makine Mühendisliği Bölümü

HOTANTOT kabilesinde bilinen en büyük sayı üç'tür. Saydıkları zaman "bir, iki, üç ... çok" diye sayarlar. Yani üç'ten fazla olan herşey onlar için "çok" tur, ister dört olsun, ister kırk dört. Onlarla karşılaştığımızda, bizler bu konuda çok üstünüz. Bizler, sayılar konusunda son derece yüksek bir kavramsal algılamaya sahibiz.

10'u kavramak çok kolay. Bir bakışta hepimiz, ister insan olsun, ister marul, bir kümenin 10 mertebesinde olduğunu algıla-

rız. Burada hemen "mertebe" sözünden ne anlaşıldığını söyleyelim: "verilen sayının 1/3'ünden fazla, 3 mislinden az" anlamına gelir, ancak sayılar çok büyüdükçe bu alt ve üst sınırları da genişler. Dolayısıyla hepimiz bir bakışta "3'den fazla ama 30'dan az, 10 mertebesinde" diyebiliriz. Bir şey daha: "-" işaretini de "mertebe" anlamında kullanacağım, yani ~10 olarak yazacağım. Şimdi devam edelim. ~100 de kolay, küçük sinema salonları ~100 kişi alır. 1000'i hissetmek kolay, bir metrelik bir uzunluk düşünün, üzerindeki milimetre sayısı kadar. 15-20 dakika beklediğinizde yaklaşık 1000 saniye beklemiş olursunuz. 10 000'e gelince, işler biraz daha zorlaşır, elinizdeki dergide ~10 000 kelime var, bunu bir bakışta söyleyebilir miydiniz? Peki ya 100 000? Büyük bir stadyumda seyirci





10^{-16} m'den biraz fazladır. Şu halde en büyük uzunluğun en küçük uzunluğa oranı -10^{42} dir. Kullandığımız sistem sayesinde ne kadar kolay yazdık değil mi? Üstel sayılar kullanmasak 42 tane sıfır dızmemiz gerekir, okuyan da o sıfırları tek tek saymak zorunda kalır. Buna rağmen, ondalık sayı sistemi gibi konum değerli sistemlerde bunu ifade etmek yine de kolay, siz bu sayıyı bir de roman sayıları ile yazmayı deneyin.

Aslında bu sayı umulmadık bir yerde daha karşımıza çıkıyor. İki elektron birbirini elektriksel bir kuvvet ile iter, kütle çekimi kuvveti ile de çeker. Bu elektrik kuvvetinin kütle kuvvetine oranı yaklaşık olarak 4×10^{42} dir. Buradan elektrik kuvvetinin ne kadar büyük olduğunu hissedebilirsiniz. Ne kadar mı? Şayet siz ve bir arkadaşınız birbirinize bir metre mesafede durursanız ve her ikinizin vücudundan toplam elektronların yüzde bir'i alınacak olursa birbirinizi iteceği kuvveti tahmin edebilir misiniz? Söyleyeyim: -10^{25} newton yani aşağı yukarı dünyamızın "ağırlığı" kadar bir kuvvet.

Bu görünürde bağımsız iki sayının bu kadar yakın olması, bazı astrofizikçileri arada gizli bir ilişki aramaya itmiştir.

Evrenin toplam kütlesi -10^{53} kg'dır. Aslında bu kütle'nin tam olarak saptanması bugünün en önemli kozmolojik problemlerinden birini çözecektir ama ne yazık ki verdiğimiz sayı ancak kaba bir tahmindir. Neyse, bu sayının büyüklüğünü biraz olsun kavrayabilmek için şu hesabı yapalım: Güneş yaklaşık 2×10^{30} kg olduğuna ve Samanyolu galaksimizde -10^{11} yıldız olduğuna göre, tüm galaksimizin kütlesi -10^{41} kg olur. Dolayısıyla evrende -10^{12} kadar galaksi olması beklenir. Samanyolu, ortalamaya göre büyük bir galaksi olduğuna göre sayının daha büyük olması beklenir ama uzaydaki kütle'nin tamamı galaksilerde değildir. Sonuç olarak galaksi sayısını -10^{11} olarak saptamak çok yanlış olmaz.

Bu kadar büyük sayılara ulaşmak için evrenin büyüklüğünü kullanmak gereksiz. Bizim hergün temas ettiğimiz maddeler çoğunlukla boşluktur. Bu maddeleri oluşturan atomların boyu -10^{-10} m olmakla birlikte, kütle'nin yoğun olarak bulunduğu yer -10^{-15} m büyüklüğündeki çekirdekleridir. Bir atomu bu açıdan göz önüne getirmek için şöyle düşünün:

Çocukların oynadığı cinsten bir misketi büyük bir stadyu-

mun santra noktasına koyalım; bu, çekirdeği temsil ediyor. Stadyumun dışına kadar geriye kalan boşluğu ise kütle'si açısından "hava-cıva" sayılan elektronlar doldurur. Nötron ve protonların boyları -10^{-15} m (biraz daha az ama yine de bu merteye) ve kütle'leri kabaca 2×10^{-27} kg'dır. Dolayısıyla bir adet çekirdek tuğlası -10^{-45} m³ hacindedir. Bu malzemenin bir yüksük dolusu (yaklaşık 1 cm³) bu hesapça -10^{39} adet içerir ve kütle'si ise -10^{12} kg olur ... yani bir milyar ton! İnşa edilmiş olan en büyük tanker bile ancak 800 000 tonluk idi. Yani kabaca bu tankerlerden 1000 kadarının kütle'si. Bilenleriniz bilir, yüksükte bir mini nötron yıldızı yaratmış oluyoruz (elektronları da aynı hacme sıkıştırırsanız elektrik yükü probleminde kurtulmuş olursunuz).

Hazır buraya kadar gelmişken Arşimet'çilik oyunumuzu tamamlayalım ve bildiğimiz evreni bu çekirdek malzemesiyle dolduralım (kara delik yaratma durumuna göz yumuyoruz.) Evrenin hacmi

$-\frac{4\pi}{3} (10^{26} \text{ m})^3 \approx 4 \times 10^{78} \text{ m}^3$ olur ama aslında yarıçap 10^{26} m'den biraz büyüktür, küpünü alınca bu fark daha da etkili olur, gelin biz yuvarlak hesap evrenin hacmine -10^{80} m³ diyelim; bu ise 10^{86} yüksük hacmi demektir. Bu durumda, $10^{39} \times 10^{86} = 10^{125}$ parçacıktan söz ediyoruz, ... hadi 10 misli de benden, bilemediniz 10^{126} parçacık eder. Bu sayının bu kadar kolay yazıldığına bakmayın, bu yalnızca saygıdeğer bir sayı değil, çok saygıdeğer bir sayı. Ne ifade ettiğini kavramak her türlü yeteneğimizin çok ötesindedir.

Peki, bu çok saygıdeğer sayıların hiç olmazsa birine bir isim vermek iyi olmaz mıydı? O da yapılmış, Edward Kasner adında bir matematikçi, yağmurlu bir New York gününde ziyareti ettiği bir anaokulu sınıfından yağmür süresince şehire kaç damla düştüğünü tahmin etmelerini istemiş. İlk aldığı cevap, Hotantot'ları aratmamış: "çok". Sonradan 100 olabileceği söylenmiş (çocukların sayı-

bildikleri en büyük sayıyı). Sonraları daha çok -fakat sonlu- olması gerektiği anlaşılmış, gökteki (görünen) yıldızlardan bile fazla olduğu, olsa olsa kumsaldaki kum kadar olabileceği tahmin edilmiş. Bütün bunlar tartışılırken, çocuklar sayıları on'un üsleri cinsinden ifade etmeyi öğrenmişler. Çocuklardan biri, aklına gelen en büyük sayı konusunda 10^{100} 'e terfi ettiğini anlamış, bunun üzerine bu çok saygıdeğer sayıya bir isim aranmış ve sonunda "googol" (gugul) denmesinin uygun düşeceğine karar verilmiş. Evet, belki siz daha iyi bir isim bulabilirsiniz



ama bu kadar şirin olur muydu? Zaten, günlük yaşantınızda bu sayıya pek gereksinmeniz olacağını da sanmam. Hemen şunu da söylemeden edemeyeceğim: Evrene sıkıştırdığımız parçacık sayısı yüz milyon exagoogol kadardır. Saçmalıyor muyum? Haklısınız.

Eh, bu durumda fiziksel anlam taşıyan büyük sayılar konusunda artık terminale girdik herhalde, değil mi? Hayır, daha büyük sayılara bir örnek verirsem, bu işin daha ancak başında olduğumuzu görürüz.

1 ile 1000 (dahil) arası sayıları kaç türlü dizebiliriz? Örneğin: 1, 2, 3 ... 1000 ya da 1000, 999, ... 2, 1 ya da 115, 602, 33 ... olabilir, bu değişik diziliş çeşitlerinden (farklı) kaç tane var? Yaklaşık olarak 10^{2568} kadar. Bu sayı bana ne mi ifade ediyor? Hiç! Bana göre bu gibi sayılar sadece "çok". Evet isim verebiliyorum ama bir şeye ad vermek onu anlamak değildir. Bu konuda Hotantot'lar galiba bizden daha dürüst -anlamadıkları miktarlara isim vermemişler.

Bu son bulduğumuz sayıyı ifade etmek için googol da pek yeterli değil artık. Bunu ifade edebilmek için yeni bir sayıya, pek çok saygıdeğer bir sayıya ihtiyaç var, buyrun: 10googol = 1 googolplex (gugulpleks). Yani 1 ve 10^{100} sıfır. Bu sıfırları dızmeye kalkarsanız evrenin çapı bile az gelir -hemde çok az. Arşimet, büyük sayıları ifade etmek için önerdiği sistemde yaklaşık 10^{17} basamakta durmuş. Arşimet gibi olağanüstü bir dahi istese devam edip googolplex'in de üzerine çıkardı ama tabii böyle bir saçmalık yapmayacak kadar akıllı idi!...

