



3 14 2010 Pi Günü

*Çoğumuz biliriz: Pergel ve cetvel ile bir açığı üçe bölmek imkânsızdır.
Bir kübün iki katı hacme sahip bir küp çizmek mümkün değildir.
Bir dairenin alanına eşit alana sahip bir kare çizemezsiniz.*

Biz bugün bunların çözümsüz matematik problemleri olduğunu biliyoruz, ama çağlar boyu matematikçilerin bu problemleri çözmek için ne kadar ter döktüğünü de biliyor muyuz! Sanmam. Bugün artık "boşuna" olduğunu bildiğimiz bu çabaların işe yaramaz olduğunu da söylemek kolay değil. Hele içlerinden bir tanesi var ki, üzerinde durmaya değer: Bir dairenin alanına eşit kare. Buna "daireyi karelemek" deniyor.

Bilenler için değil ama bilmeyenlere fayda olsun diye söyleyeyim:

Her yıl martta ayın 14'ü Pi Günü olarak kutlanır. Malum 3,14 ile başlar ya sonsuz pi sayısının serisi, bundan dolayı 3. ayın 14'ü Pi Günü olarak kutlanıyor matematik dünyasında. Gerçi 3,14 günü, 2,14 günü kadar ünlü değil ama, gene de benim ruhumu yelpazeler doğrusu. Bilirsiniz, çoğunuz da hediyeler alıp verdiniz, 2,14 günü diye andığım Sevgililer Günü'nün matematik açısından hiç de özel olmasını gerektiren bir şey yok. Oysa insanlığın hizmetine kendini adanmış hoş bir sayı için, pi sayısı için, medyada sadece kısacık haberler geçer.

Şaka bir yana, "daireyi karelemek" ile pi sayısı arasındaki yakın ilişkiyi görmek için matematikçi olmaya gerek yok. Aslında dairenin alanının hesaplanması ile daireyi karelemek aynı şey. Gerçi bunu geometrik yolla yapmaya kalkmak da ayrı bir eziyet olsa gerek.

Çok ünlü bir papirüs var Eski Mısır'dan kalma: Rhind Papirüsü deniyor. Henry Rhind adında İskoçyalı bir Mısırbilimci, 1858 yılında Mısır'da Luksor şehrinden satın almış. Yaklaşık altı metre boyunda, 33 santimetre eninde bir rulo bu. Ahmas adında bir kâtip tarafından MÖ 1650 yılları civarında kayda alındığı sanılıyor. Ahmas, kendisinden 200 yıl kadar önce kaydedilmiş bilgileri yeniden yazmış. Yani aslında kayda alınanlar en geç MÖ 1850'lere ait. Kimileri bu papirüste kayda alınmış olan bilgilerin MÖ 3400'lere ait olduğunu ileri sürüyorlar ama, MÖ 1850 tarihi kesin gibi. Malum bu tarih tespitleri, ortada belge olmayınca biraz fıkradakinine döner: Dinozor müzesini ziyaret eden matematikçi, kendisini gezdiren müzeciye, önünde dikilmekte oldukları iskeletin yaşını sorar. Cevap hazırdr: "64 milyon 3 yıl 8 ay 13 gün." Şaşırın matematikçi sorar: "Bu kadar hassas bir şekilde nasıl tespit edebiliyorsunuz acaba?" Cevap gene net: "Ben burada işe başladığımda 64 milyon yaşında olduğunu söylemişlerdi bana. Ee gerisi de benim burada çalıştığım süre." Müzeci haklı!

Papirüsün resmi şöyle:



Evet tarihi tam olarak bilinmiyor olsa da, Rhind papirüsü 4000 yıllık neredeyse. Birçok değişik matematik probleminin ele alındığı bu papirüste, daireyi kareleme problemine de rastlıyoruz. Verilen kurala göre, dairenin çapından 1/9 kadarını kesip at, geri kalan uzunluğu kenar kabul ederek bir kare oluştur. Böylece daire karelenmiş olur.

Burada sözü geçen hesaba göre pi sayısı 3,1605 çıkıyor. Aslında hiç de fena değil. Bugün bildiğimiz değer 3,14159... olarak başlıyor.

Bildiğimiz ilk kayda geçmiş pi hesabı bu. Muhtemelen Ahmas'ın bu bilgiyi kopyalamasından asırlar önce üretilmişti bilgi. Mısırlı tapınak ehli, kim bilir neden kafayı takmıştı bu hesaba. Sanırım ticari, vergisel ya da benzeri bir sebebi vardır.

Sonraki çağlarda, bu problemi aklına eziyet olarak takmış çok matematikçi var. Adıyla, sanıyla kayda geçmiş ilk şahıs Klazomenaili Anaksagoras (MÖ 499-428). Bu şahsın, Güneş'in bir tanrı olmadığını ve Ay'ın Güneş'in ışığını yansıttığını söylediği için hapislerde sürdürülmüş kahraman bilim insanı olduğunu söylemeden geçmeyeyim. Resmi aşağıda:



Anaksagoras'ın "dairenin karelenmesi" alanında neler yaptığını tam bilmiyoruz aslında. Yani pi sayısını kaç olarak hesaplamış, bu hesabı nasıl yapmış kayıt yok. MÖ 1. yüzyılda Popus adlı bir yazarın *Sürgünde* adlı eserinde sözü geçiyor. Aslında MÖ 5. yüzyılda daireyi kareleyenler diye biraz da alaya alınan bir grup insanın Eski Yunan'da yaşadığı anlaşılıyor.

Sirakuzalı Arşimet'i (MÖ 287-212) hepimiz biliriz. Hani Romalı bir asker tarafından öldürülmüş olan dâhi. Güneş enerjisini aynalarla yoğunlaştırıp, ülkesine saldıran Roma gemilerini yakmasıyla da ünlü. Ayrıntısını burada anlatmayacağım bir yöntemle pi sayısını

223/71 < π < 22/7 olarak bulmuş.

Pi sayısının bu çok uzun hikâyesi sadece Doğu Akdeniz'e ait değil. Hint ve Çin kayıtlarında da "daireyi kareleyiciler" var. Liu Hsiao (MS 25) örneğin Çin'de bu konuya emek vermişlerden. İslam matematikçilerinden İbnü'l-Heysem de bu konuda zaman harcayanlardan. MS 1050'de Liege'li Franco, *De quadratura circuli* (Daireyi Karelemek) adlı eserinde, kendisinden önce geliştirilmiş üç değişik metodu irdeleyip pi sayısının 25/8, 9/16 veya 4 olarak hesaplanmış değerinin (haklı olarak) hatalı olduğunu belirtip kendi kurusuyla bulduğu değeri veriyor: 22/7.

Aslında belki kısa bir liste versem daha kolay olacak sizlere:

Batlamyus (MS 150 civ.)	: 3,1416
Zu Çongzi (MS 430-501)	: 355/113
Harizmi (800 civ.)	: 3,1416
Kâşi (1430 civ.)	: 14 basamak doğru
Viète (1540-1603)	: 9 basamak doğru
Roomen (1561-1615)	: 17 basamak doğru
Van Ceulen (1600 civ.)	: 35 basamak doğru

Buraya kadar anlattıklarım da, pi sayısı geometrik bir varlık, geometrik bir büyüklük, bir uzunluk olarak görünüyor. Aritmetik bir sayı olarak hesaplanması daha sonraki iş. Esas olarak, daireye düzgün çokgen olarak yaklaşarak elde edilmiş çözümler geometrik çözümler. Düzgün çokgenin köşegen hesapları anlayacağınız.

Benim bildiğim, ilk olarak Wallis (1616-1703) bir aritmetik formül vermiş ama pek kullanışlı değil. Asıl ünlü formül, Liebniç (1646-1716) veya bazılarına göre James Gregory (1638-1675) tarafından üretilmiş:

$$\pi/4 = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + \dots$$

Eğer biraz yüksek sayıda basamak hesaplamak istiyorsanız bu formülle pi sayısını hesaplamak can sıkıcı olabiliyor. Ayrıntıları bir kenara bırakacak olursak:

1699	: Sharp 71 doğru basamak
1701	: Machin 100 doğru basamak
1719	: de Lagny 112 doğru basamak
1789	: Vega 126 ve sonra 1794'te 136 doğru basamak
1841	: Rutherford 152 ve sonra 1853'te 440 doğru basamak
1873	: Shanks 707 basamak hesapladı, ama sadece 527 tanesi doğruyd.

Macera aslında çok daha uzun ve karmaşık. Örneğin De Morgan adlı bir matematikçi, Shanks'ın hesaplarına bakarak, ilk 707 basamak içinde 7 sayısının beklenenden çok daha az olduğunu tespit edip kendine ruh sıkıntıları yaratmış, ama sonra Shanks'ın 528. basamağı hatalı hesapladığı görülmüş.

Sanırım pi sayısının hikâyesinin en gülünç zirvelerinden birisi 1897 yılında yaşanmış. Amerika Birleşik Devletleri'nin Indiana Eyalet Temsilciler Meclisi, daireyi kareleme konusu bir yasayla çözmeye karar vermiş.

İngilizce metin aynen şöyle:

Be it enacted by the General Assembly of the State of Indiana: It has been found that a circular area is to the square on a line equal to the quadrant of the circumference, as the area of an equilateral rectangle is to the square of one side.

(Section I, House Bill No. 246, 1897)

Tercümemi hoş görün. Matematikçiler iyi tercümciler olarak bilinmezler zaten:

Indiana Eyaleti Genel Meclisi tarafından yasalaştırılmıştır: Dairesel bir alanın, çevresinin 1/4'ü üzerindeki bir kareyle, eşkenar bir dikdörtgenin bir kenarı üzerindeki kare aynıdır.

Yani karenin alanını bulmak istiyorsan, çevresinin dörtte birinin karesini al. Tamamdır.

Neyse ki, yasa buradan Indiana eyalet senatosuna gitmiş ve orada belirsiz süre (siz sonsuza kadar anlayın) ertelenmiş de, matematikçilerin gülmekten katılmalarının önüne geçilmiş.

Pi sayısının serisinin hangi basamağından hangi sayının görüneceği önceden bilinemez. Pi sayısının 2,5 trilyon basamağı hesaplanmış durumda. Siz bu yazıyı okurken belki de çok daha yüksek basamaklara ulaşılır.

Belki Pi Günü için sizlere bir bağlantı adresi vermem hoş olabilir:

<http://www.angio.net/pi/piquery#find>

Pi sayısının hoş tarafı, sonsuz bir sayılar dizisi olduğundan, herhangi bir sonlu sayı dizisinin mutlaka içinde olacaktır. Bu gerçek, bir çok hoşlukları da beraberinde getirir. Örneğin sizin doğum gününüz, gün, ay ve yıl olarak mutlaka serinin bir yerinde bulunur. Örneğin Atatürk'ün doğum gününü bazılarının kabul ettiği gibi 19 Mayıs 1919 olarak kabul edersek, 19051919 serisi bakalım nerede bulunuyor diye size yukarıda verdiğim linke gidip bu seriyi yazar ve pi serisinin 14.419.698 basamağında olduğunu bulabiliriz. Atatürk pi 14.419.698'dir diyebiliriz örneğin. Sıra, virgülden sonraki ilk basamak olan 1'den başlıyor.

Pi sayısına fazla kafayı takıp, daha ne tuhafıklar var burada diye bakmaya kalkmayın. Ya da bakarsanız bile benim gibi şaşkına dönecek kadar bakmayın. Dizinin sonsuzluğu, sonsuzun kendisinden de acımasıdır.

Düzeltilme:

Şubat sayımızda, Cantor kümesinden atılan uzunlukları toplarken, yanlış bir ifade yer almıştır.

Doğru ifade şöyle:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{4}{27} + \frac{8}{81} + \dots &= \frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{3^n} \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1 - \frac{2}{3}} \right) \\ &= \frac{1}{3} \times 3 = 1 \end{aligned}$$

