

Hoşgeldin 2014

2014 sayısının ilginç bazı özellikleri

2014'ün size ilginç gelen başka özellikleriyle karşılaşsanız bizimle paylaşabilirsiniz.

- 2014'ün ve kendisinden önce ve sonra gelen sayılar olan 2013'ün ve 2015'in her birinin farklı üç asal çarpanı vardır:

$$2013 = 3 \times 11 \times 61$$

$$2014 = 2 \times 19 \times 53$$

$$2015 = 5 \times 13 \times 31$$

Bu özelliğe sahip bir önceki sayı 1989, bir sonraki sayı 2015'tir. Yani seneye de bu özellikten bahsedebiliriz.

Fakat daha sonraki sayı 2109'dur,

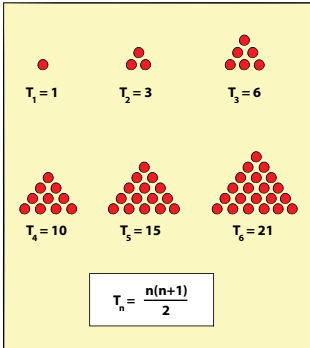
bunun için epey beklememiz gerekecek.

- 2014, $5 \cdot 2^n - 1$ asal olacak şekilde bir sayıdır. Bu özelliğe sahip bir önceki sayı 1884, bir sonraki sayı 2170'tir.

- 2014'ün bu özelliğini anlatabilmek için üçgenel sayılardan bahsetmeliyiz. Üçgenel bir sayı, 1'den n 'ye kadar olan n doğal sayının toplamıdır. Bu sayılara üçgenel denmesinin sebebi, bir üçgen şeklinde dizilebilecek eşit çaplı topların sayılarına karşılık gelmeleridir. n inci üçgenel sayının formülü şöyledir:

$$T_n = \sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-2) + (n-1) + n$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2 + n}{2} = \binom{n+1}{2}$$



Şimdi T_n 'den başlayarak n tane üçgenel sayının toplamına $a(n)$ dersek $a(12) = 2014$ oluyor. Yani $2104 = 78 + 91 + \dots + 253 + 276$ 'dır. Burada $T_{12} = 78$, $T_{13} = 91$, ..., $T_{23} = 276$ 'dır. $a(n)$ dizisini üçgenel sayıların formülünü kullanarak $n(7n^2 - 1)/6$ şeklinde gösterebiliriz.

Süs Havuzu

AYAKKABI NUMARANIZ VE YAŞINIZ

Arkadaşlarınızı şaşırtabileceğiniz bir sayı oyunu.



142857 × 1 = 142857
 142857 × 2 = 285714
 142857 × 3 = 428571
 142857 × 4 = 571428
 142857 × 5 = 714285
 142856 × 6 = 857142
 142857 × 7 = 999999
 1/7 = 0.142857142857142857...
 142 + 857 = 999
 142857² = 20408 122449
 20408 + 122449 = 142857

Arkadaşınıza verdiğiniz komutlar	Örnek
Ayakkabı numaranı 2 ile çarp	36 × 2 = 72
9 ekle	72 + 9 = 81
50 ile çarp	50 × 81 = 4050
1453 ekle	4050 + 1453 = 5503
Bu sayıdan doğum yılını çıkart	5503 - 1997 = 3506
Bu sene doğum gününü kutladysan 1 ekle	Henüz kutlamadım
Sonucu söyle	3506
Arkadaşınız söylediği sayıya 111 ilave edin. İlk iki basamak arkadaşınızın ayakkabı numarasını, Son iki basamak yaşını verir.	3506 + 111 = 3617 Ayakkabı numarası: 36 Yaş: 17

Not: Bu oyun arkadaşınızın 2014 yılındaki yaşını verir.

2
 30203
 133020331
 1713302033171
 12171330203317121
 151217133020331712151
 1815121713302033171215181
 16181512171330203317121518161
 331618151217133020331712151816133
 9333161815121713302033171215181613339
 11933316181512171330203317121518161333911

Yukarıdaki palindromik sayıların hepsi asaldır

ON TANE 1 VE 2014
 $(1 + 1)^{11} - 11 \times (1 + 1) - 1 = 2014$

6 × 7 = 42
 66 × 67 = 4422
 666 × 667 = 444222
 6666 × 6667 = 44442222
 66666 × 66667 = 4444422222
 666666 × 666667 = 444444222222
 6666666 × 6666667 = 44444442222222
 66666666 × 66666667 = 4444444422222222

Eğlence Havuzu

UÇAK BİLETİ

Bir havayolu firması ilgi sahasına giren şehirlerin tümü arasında seferler düzenliyor. A şehirden B şehrine gitmek için basılan bilet başka bir hat için (hatta B 'den A 'ya gidiş için dahi) kullanılamıyor. Dolayısıyla firma tüm şehir çiftleri için her iki yönü de hesaba katarak farklı türde biletler bastırılmıştır. İlerleyen zaman içinde firmanın ilgi sahasına giren şehirlerin sayısı "biraz" artmıştır.

Ortaya çıkan durumda bastırılması gereken yeni biletlerin sayısı 46 olduğuna göre "biraz"ın ne olduğunu bulabilir misiniz?

100 ELDE ETME

Tablodaki sayıların (sirasını değiştirmeden) aralarına sadece +, -, × veya / sembollerini koyarak ve istediğiniz kadar parantez kullanarak 100 elde edebilir misiniz?

Örnekler:

5, 5, 9, 8 ve 3 sayıları kullanılırsa
 $5 / 5 + 9 \times (8 + 3) = 100$ elde edilir.
 7, 4, 3, 6 ve 2 sayıları kullanılırsa
 $7 \times 4 + (36) \times 2 = 100$ elde edilir.

1	57664
2	123456
3	1234567
4	18458974
5	81819682
6	31338274

BENZER ŞEKİLLER

Şekildeki kare üç eş parçaya ayrılmıştır. Kareyi -herhangi ikisi eş olmayan- üç benzer parçaya ayırabilir misiniz?

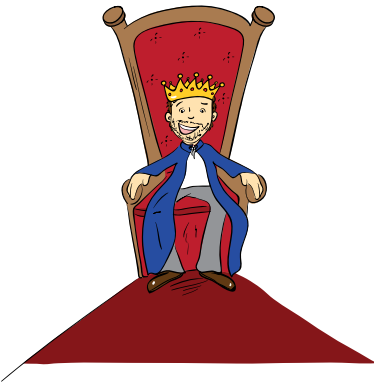


Not: Bir şekil diğerinin belirli bir oranda küçültülmesi ile elde ediliyorsa bu şekillere "benzer şekiller" adı verilir.

Serbest Stil

RAKAM-SAYI

Sayılar çoklukları göstermek için kullanılan soyut kavramlardır. "On bir tane kitap" ifadesi, kitapların çokluğunu belirtir. Bu çoklukları göstermek için çeşitli semboller kullanabiliriz. "123 tane kitap", "CXXIII tane kitap", "(1111011)₂ tane kitap" gibi. Kelimeleri yazmak için kullandığımız sembolere harf dediğimiz gibi, sayıları göstermek için kullandığımız sembolere de rakam deriz. Harfleri farklı olan alfabeler olduğu gibi, farklı rakamlar kullanan sistemler de vardır. Günümüzde en yaygın olarak kullanılan sistem, bizim de kullandığımız 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 rakamlarından oluşan Arap rakamları sistemidir. *I, V, X, L, C, M* gibi rakamlardan oluşan Roma rakamları da çok bilinen bir örnektir. Aynı sayının farklı sistemlerde farklı gösterimleri olduğu gibi, kullanılan tabana göre de farklı gösterimleri olur. Tabanın ne olduğu belirtilmediği zaman 10'luk taban anlaşılır. Örneğin "9 tane kalem" dediğimiz zaman onluk tabandaki gösterimi 9 olan sayı çokluğunda kalem olduğunu anlarız. İkilik taban kullansaydık aynı sayıyı (1001)₂ ile gösterecektik. Aynı şekilde "1001" ifadesi onluk sistemde "bin bir tane" anlamına gelirken 2'lik tabanda "dokuz tane" anlamına gelir.



Kapalı Havuz

Stramboşe Krallığı'nda krala karşı işlenen suçlar hakkında mahkeme kesin kararını verdikten sonra kral mahkûmlara, cezalarını azaltma fırsatı tanıma amacı ile bazı oyunlar oynatır.

Yanda bu oyunlardan biri yer alıyor.

Sayılarla işlemler yapabiliriz. Toplar, çıkarır, çarpır; karekök, faktöriyel hesaplayabiliriz. Bu işlemler rakamlarla yapılamaz. Örneğin "1723 sayısının rakamlarının toplamı 13'tür" ifadesi yanlıştır. Bir sayıyı yazarken rakamları yerleştirdiğimiz konumlara basamak deriz. Bunlar sadece konum belirtir. "1723 sayısının basamakları toplamı 13'tür" ifadesi de yanlıştır. 1723 sayısındaki rakamlar 1, 7, 2 ve 3 sembolleridir. Toplanabilen bu rakamlar değil, bunların sayı değerleridir. O halde, yukarıdaki ifadelerin doğrusu şu şekildedir: "1723 sayısının rakamlarının sayı değerlerinin toplamı 13'tür".

Sayının gösteriminde yer alan bir rakamın sayı değeri ile basamak konumunun çarpımı ise basamak değerini verir. 1723 sayısında soldan ikinci konumda yer alan basamak yüzler basamağı olduğu için bu konumdaki 7 rakamının sayı değerini 100 ile çarparak basamak değerini 700 olarak elde ederiz. Eğer 8'lik tabanda işlem yapıyor olsaydık 1723 sayısında 7 rakamı 64'ler basamağında olduğu için sayı değeri 7, basamak değeri $7 \times 64 = 448$ olurdu.

BİR MAHKÛM - ON KUTU PİRİNÇ

Her birinin içinde diğerlerinden farklı sayıda pirinç olan on kutu bir odaya koyulur ve mahkûm bu odaya getirilir. Mahkûm her seferinde dilediği bir kutuyu açıp içindekini gördükten sonra "tamam" ya da "devam" der. "Devam" dediğinde kutu alınıp odadan çıkarılır ve mahkûm bir daha bu kutuya erişemez. "Tamam" dediği kutu en çok pirincin bulunduğu kutuysa mahkûm salıverilir, aksi takdirde cezası iki katına çıkar.

Bu oyunu oynaması için getirilen bir mahkûm "Önce k tane kutuyu öylesine açıp bakarak bunların içinde en çok pirinç olan kutudaki pirinç sayısını yazırım. Sonra geri kalan kutulara bakarım, yazdığım daha çok sayıda pirinçle karşılaştığım ilk durumda 'tamam' derim" diye düşünür.

Mahkûm k sayısını nasıl seçerse oyunu kazanma olasılığı en yüksek olur?

Sayıların çokluk göstermek yerine, nesnelere birbirinden ayırmak için kodlama amacı ile de kullanıldığı olur. Bu durumda sayılara "numara" adı verilir. Ayakkabı numarası, telefon numarası, bir sokaktaki binaların numaraları, bir okuldaki öğrencilerin numaraları gibi. Rakamlar gibi numaralar da işlem konusu olmaz. Örneğin "Çelik Sokak No. 24/14" adresini "Çelik Sokak 12/7" şeklinde sadeleştiremeyiz.

Sıkça duyduğumuz "Bu sene bütçe rakamları çok büyük", "Dokuza bölünen her sayının basamaklarının toplamı da dokuza bölünür", "Benim telefon numaram asal", "Bu okulda kız öğrencilerin numaraları tek, erkek öğrencilerin numaraları çifttir" gibi ifadeler yanlıştır. Yanlışın yaygın olması bu tür ifadeleri anlamamızı sağlasa da yanlış kullanmayı sürdürmemize neden olmamalıdır.



Olimpik Havuz

ASAL SAYI ÇİFTLERİ

$2p^2 + 1 = q^5$ eşitliğini sağlayan tüm (p, q) asal sayı çiftlerini bulunuz.

KAREDEKİ ÜÇGEN

Alanı 1 olan bir karenin içerisine çizilebilecek en büyük alanlı üçgenin alanı nedir?



Çizimler: Rabia Alabay

Kum Havuzu



HAVUZ İŞLERİ

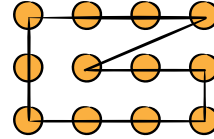
Kenar uzunlukları 10,5 m ve 30,8 m olan dikdörtgen şeklindeki bir yüzme havuzunun tabanı, kenar uzunluğu 10 cm olan kare şeklindeki fayanslarla kaplanmıştır. Havuz tabanına köşegenlerden biri boyunca ince bir kablo döşemek için en az kaç fayans sökülmesi gerekir?

SAATLER

Güneş hanımın gözü, o anda kolundaki saatten 1 dakika ileriye gösteren masa saatine ilişir. Biraz sonra, aradaki farkın 2 dakika olduğunu görür. Biraz sabırla saatlere bakmaya devam ettiğinde masa saatinin kolundaki saate göre 2 dakika ileri gösterdiği sürenin, 1 dakika ileri gösterdiği sürenin iki katı olduğunu gözlemler. Saatler arasında kaç saniye fark vardır?

NOKTA BİRLEŞTİRMECE

Şekilde verilen 12 noktayı, kalemimizi kaldırmadan, başladığımız noktaya geri dönerek ve aynı noktadan iki kez geçmeden 6 doğru parçası ile nasıl birleştirilebileceği gösterilmiştir. Aynı kurallara uyarak noktaları 5 doğru parçası ile birleştirebilir misiniz?



GEÇEN SAYININ ÇÖZÜMLERİ

Kum Havuzu

SAYILAR CÜMLESİ

Bu cümlede 7 tane 1, 3 tane 2, 2 tane 3, 1 tane 4, 1 tane 5, 1 tane 6, 2 tane 7, 1 tane 8, 1 tane 9 ve 1 tane 0 bulunmaktadır. Bu cümlede 11 tane 1, 2 tane 2, 1 tane 3, 1 tane 4, 1 tane 5, 1 tane 6, 1 tane 7, 1 tane 8, 1 tane 9 ve 1 tane 0 bulunmaktadır.

UZAY YOLCULUĞU

Bir gün, diyelim ki 20 Nisan'da Dünya'dan ayrılmak üzere olan gemimiz, tam harekete geçtiği anda, 7 gün önce yani 13 Nisan'da Mars'tan yola çıkmış olan gemiyle karşılaşır. Gemimiz 27 Nisan günü Mars'taki istasyona ulaştığı sırada Mars'tan yola çıkmak üzere olan uzay gemisini de görürüz. Yolculuk sırasında 14 ile 26 Nisan günleri arasında Mars'tan yola çıkan 13 geminin hepsi ile de karşılaşacağımızdan, toplam 15 gemi ile karşılaşmış oluruz.

ZİNCİR

Zincir uzunluğu 6 metre ve sarkma uzunluğu 3 metre olduğundan çivilerin arasındaki uzaklık 0 metre olur.

2013

2345 rakamlarının kullanıldığı $4! = 24$ yıl vardır. Benzer şekilde 3456, 4567, 5678, 6789 rakamları için de 24'er yıl vardır. 1234 rakamlarının kullanıldığı 2013'ten sonra gelen $4! - 3! = 18$ yıl vardır. 0123 rakamlarının kullanıldığı 2013'ten sonra gelen $4! - 2 \cdot 3! - 1 = 11$ yıl vardır. Sonuç olarak toplam $120 + 18 + 11 = 149$ yıl vardır.

Eğlence Havuzu

100 ELDE ETME

- 1 2 3 4 5: $100 = (1 + 23 - 4) \times 5$
- 2 3 4 5 6: $100 = -2 + (3 \times 4 + 5) \times 6$
- 3 4 5 6 7: $100 = ???$
- 4 5 6 7 8: $100 = 4 \times (5 + 6) + 7 \times 8$
- 5 6 7 8 9: $100 = 5 + (6 + 7) \times 8 - 9$
- 6 7 8 9 1: $100 = 6 \times (7 + 8) + 9 + 2$
- 7 8 9 1 2: $100 = ???$
- 8 9 1 2 3: $100 = 8 + 91 - 2 + 3$
- 9 1 2 3 4: $100 = 91 + 2 + 3 + 4$

(Doğru cevap gönderen okurumuz: Burak Candan)

HANGİ SAYI

Aradığımız sayıya A diyelim. Problemden verilenlerden $10A + 1 = 3(100000 + A)$ elde edilir. Bu denklem düzenlenerek $7A = 299999$ ve sonuçta $A = 42857$ bulunur.

(Doğru cevap gönderen okurlarımız: Fahri Çayır, Tarık Özdemir, Elif Tuncel, Nesrin Özdemir, Zeynel Abidin Emir, Ahmet Said Çelik, Hakan Özkan, Nurşah Yılmaz, Elif Özsoy, Batuhan Kutluca, İlknur Bulut, Asena Değermenci, M. Furkan Bahat, Orkide Kutlu, Ufuk Yıldırım, Enes Erdoğan, Fatih Mehmed Sezer, Tahsin Gül, M. Kemal Ardoğa)

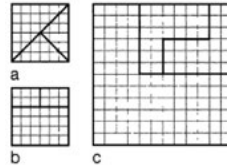
BÖLÜNEBİLME

Bu sayı 5'i içerirse birler basamağındaki rakam 5 olmalıdır. Bu durumda çift sayıları içeremez. Yani sayımızda 5 yoktur.

Kalan sayıları topladığımızda $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 9 = 40$ olduğundan sayının 3 ve 9 ile bölünebilmesi için 4'ün de olmaması gerektiği görülür. Kalan sayıları büyükten küçüğe yazarsak, 7 ve 8 ile bölünebilmesine de dikkat edersek 9.867.312 sayısının bu şekildeki en büyük sayı olduğu görülür.

(Doğru cevap gönderen okurlarımız: Zeynel Abidin Emir, Nurşah Yılmaz, Orkide Kutlu)

BENZER ŞEKİLLER



(Doğru cevap gönderen okurlarımız: Elif Tuncel, Tarık Özdemir, Zeynel Abidin Emir, Yusuf Emre Köröglü, Nurşah Yılmaz, Ahmet Levent Hidayetoğlu, Çağlar Yıldız, Enes Erdoğan, Fatih Mehmed Sezer, M. Kemal Ardoğa, Batuhan Ozan Kaplan)

Olimpik Havuz

YÜZDELİK KALAN

$2013^{2012^{2011}}$ sayısının $(\text{mod } 100)$ 'deki değerini bulmalıyız.

Euler teoreminden $\varphi(100) = 40$ olduğundan $2013^{40} \equiv 1 \pmod{100}$ olur.

$2012^{2011} \equiv 0 \pmod{8}$ ve $2012^{2011} \equiv 2^{4 \cdot 502 + 3} \equiv 3 \pmod{5}$

olduğundan $2012^{2011} \equiv 8 \pmod{40}$ elde edilir.

Bu durumda $2013^{2012^{2011}} \equiv 13^8 \equiv 21 \pmod{100}$ olur.

(Doğru cevap gönderen okurlarımız: Burak Dikmen, Ergun Erdoğan, Zeynel Abidin Emir, Begüm Başer)

UZAYDA NOKTALAR

Herhangi K ve L noktalarında aynı sayının yazıldığını göstermeye çalışalım. Bunun için düzgün $ABCKL$ beşgenini çizelim.

a, b, c, k, l sırasıyla A, B, C, K, L köşelerinde yazan sayılar olsun ve AB ve CK doğruları P noktasında kesişsin.

PAC ve PBK üçgenlerinin içteğet çemberlerinin merkezleri aynı noktadır.

Buradan $a + c = b + k$ elde edilir.

Benzer şekilde $ABCL$ dörtgeni göz önüne

alınırsa $a + c = b + l$ elde edilir.

Bu iki eşitlikten $k = l$ olduğu görülür.

(Doğru cevap gönderen okurumuz: Osman Akar)

CANKURTARAN EKİBİ

Ali Doğanaksoy,
Çetin Ürtiş,
Enes Yılmaz,
Fatih Sulak,
Muhiddin Uğuz,
Zülfükar Saygı.



Değerli okurlarımız,
Eğlence Havuzu, Kapalı Havuz ve
Olimpik Havuz köşelerinde yer alan
problemlerden herhangi birinin
doğru çözümünü gönderen
ilk iki okuyucumuza TÜBİTAK
Popüler Bilim Kitapları'ndan birer
kitap hediye edeceğiz.
Çözümlerinizi birlikte posta
adresinizi de soruların yayımlandığı
ayın ilk 15 günü içinde
matematik.havuzu@tubitak.gov.tr
adresine göndermeniz gerekiyor.