

# Ay İmparatorluğunun Yükselişi ve Çöküşü

Jules Verne'in Aya Yolculuk adlı ünlü kitabını herhalde okumuşsunuzdur. Üç arkadaş uzun namlulu bir topla kendilerini Ay'a atarlar. Ian Stewart bu serüveni matematikle sürdürüyor. Ayrıca matematik yardımıyla haritalandırmanın eğlenceli bir yanı da var.

Binbaşı Elphinstone, arkadaşı J.T. Maston ana teleskopun okülerinden (göz parçası) gökyüzünü izlerken, Baltimore Gözlemevi'nin kubbesi altında bir ileri gidiyordu, bir geri. Maston gergin bir sesle "Onları göremedim." dedi.

Elphinstone sordu: "Bakabilir miyim?"

"Elbette" dedi Maston matematik formülleriyle dolu kalın bir defteri alırken. "Eğer pamuk barutu miktarını hesaplarken % 1 yanlışlık yapmışlarsa Ay'a varmaları saatlerce gecikebilir. Sanırım Barbicane, Nicholl ve Ardan'ın başına bir felaket geldiğini düşünmek için henüz çok erken."

"Haklısın" diye içini çekti Elphinstone "insan hep olumlu düşünmeli." Binbaşı birden titreyerek şöyle dedi: "Bu Long Tepesi, şeytanın ini gibi soğuk. Bence şimdi ana binaya gidip bir saat ısınalım. Sonra gözlemine döner, araştırmamızı sürdürürüz."

Maston "Şu haber telgrafının şeridinden bakalım ne haberler çıkacak? Çok merak ediyorum" dedi. İki arkadaş kubbenin köşesine taktıkları küçük makineye baktılar.

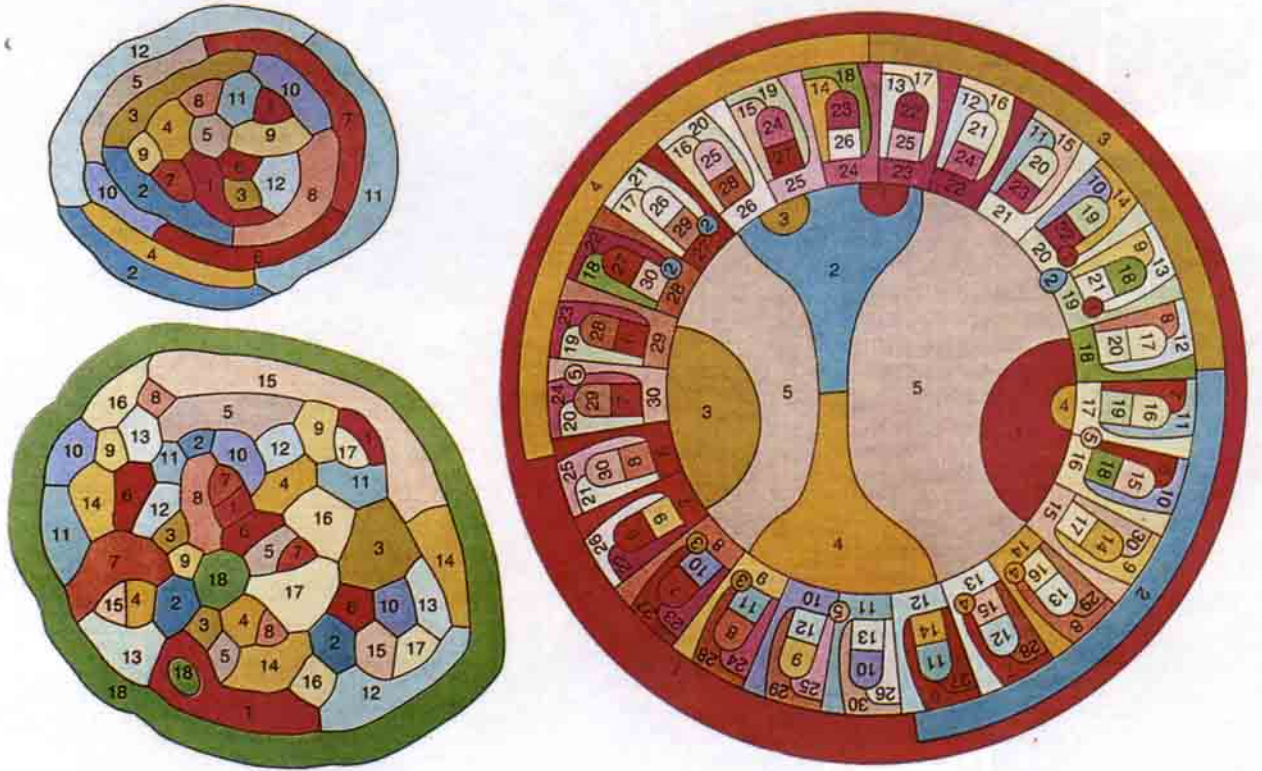
"Bütün haberler nasıl olsa şerite yazılacak Maston. Dönüşte bakarız."

Maston istemeye istemeye boyun eğdi. İki adam hızlı adımlarla ana bi-

nanın sıcak lobisine girdiler ve bir garson çağırıp kahve ve sandviç ısıtardılar.

Binbaşı duvarda bir Dünya haritası görerek durakladı. Bu haritada Almanya turuncu, Fransa yeşil, Amerika mor ve Britanya İmparatorluğu pembe renkteydi.

Elphinstone gururla şöyle dedi: "Yakında bu haritayı yeniden çizeceğiz." "Anlamadım." dedi Maston. "Bu haritanın yanına bir de Ay haritası koyacağız; o da mor renkli olacak. Çünkü Ay, Amerika'nın bir kolonisi olacak. Britanya İmparatorluğu üzerinde Güneş hiç batmaz" denir; fakat Amerika'nın Ay kolonisi



**Kartografların kabusu:** Eğer biri, iki ülkeden oluşmuş bir sürü imparatorluğu bir haritada göstermek isterse şu kurallara uymalıdır: Komşu iki ülkenin renkleri kesinlikle bir birinden farklı olmalıdır ve aynı imparatorluğa bağlı iki ülkenin renkleri aynı olmalıdır. Resimdeki haritada 12 renk vardır; ama bu durum yalnızca iki ülkesi olan imparatorlukların haritaları için geçerlidir. Üç ülkesi olan imparatorluklar için gerekli renk sayısı 18'dir.



dünyadaki bütün ülkelerin üstünde yükselecek.”

Bir imparatorluk kurma düşüncesi aklından geçmeyen Maston “Öyle mi, biraz da yeşil gerekecek” dedi. “Nasıl? Anlayamadım.” Özürlü diler gibi açıkladı Maston: “Unutmayın ki Ay’a gidenlerden Ardan Fransız.” Sonra konuyu değiştirmek için haritayı inceledi: “Haritaçılar niçin o kadar çok renk kullanıyor, doğrusu şaşıyorum. En az 12 renk olmalı.” “Eee, ne olmuş?” “Harvard’da okuyan matematikçi akrabam, Percival Heawood, bana küre üzerine çizilen harita boyamalarında aynı sınırı paylaşan komşu iki ülkeyi farklı renklerde göstermek üzere, 5 rengin yeteceğini söylemişti. Yanılmıyorsam problemi ilk kez 1852’de İngiliz Francis Guthrie ortaya atmış.”

[Editörden: 1879’da Londra Matematik Derneği üyesi avukat Arhtur Kempe 4 rengin daima yeteceğini kanıtını sundu; fakat 11 yıl sonra Heawood bu ispatta bir hata buldu.

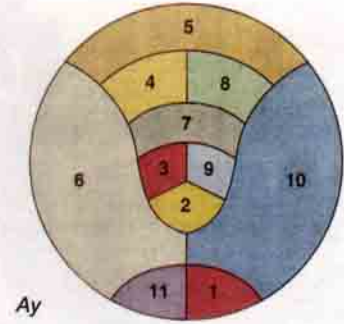
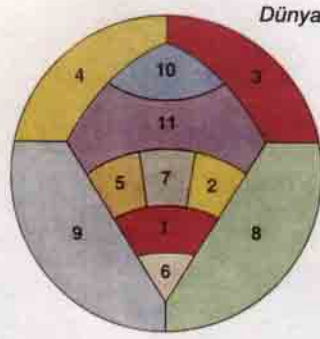
100 yıl kadar hiç kimse bir haritayı, komşu ülkeler aynı renklerde olmamak üzere, boyamaya 4 rengin yetip yetmeyeceği bilemedi. Nihayet 1976’da Illinois Üniversitesinden Kenneth Appel ve Wolfgang Haken, önemli öküde bilgisayar yardımıyla, harita boyamak için asla 5 rengin gerekmediğini kanıtladı.]

Elphinstone bir an düşündü: “Fakat neden tek bir renk yetmesin?” “Efendim? Ha, söylemeyi unuttum. Komşu ülkeler aynı renkten olmayacak.”

“Anladım” dedi Binbaşı. “Peki, bir bölgenin dilimleri gibi, tepeleri merkezde birbirine komşu daire dilimi biçiminde 8 ülke olursa ne olacak?”

Maston şöyle yanıtladı: “Komşuluktan ne anladığımızı tanımlamamıza gerekir. İki ülke, uzunluğu sıfır olmayan bir sınır paylaştığı zaman komşudur. Şimdi bakıyorum da bu harita gerektiğinden çok fazla renk içeriyor. Sanırım ki komşuluk dışında bazı koşullar uygulandı.”

Elphinstone kahvesini bitirip bir brendi ısmarlamıştı ki Maston heyecanla fırlayıp ayağa kalktı: “Harita boyama probleminin genişletilmiş bir şeklini hatırladım. Varsayalım ki haritada ülkeler yerine imparatorluklar var. Aynı imparatorluğa ait ülkeler ay-



Her imparatorluğun, Dünya’da ve Ay’da birer tane bulunmak üzere iki ülkeden oluştuğunu varsayarsak bir harita oluşturmak için en çok kaç renk gerekmektedir? Resimde gösterilen haritada 9 renk bulunmaktadır; fakat kimse, 10, 11, hatta 12 rengin kullanıldığı haritaların olup olmadığını bilmemektedir.

nı renkten olmalı. Farklı imparatorluklarda da aynı renkler kullanılabilir; fakat kural eskisi gibi şudur: iki ülke komşuysa farklı renklerde olmalıdır.”

“Bu çok mantıklı.”

“Evet, öyle. Doğal olarak, küre üzerinde iki imparatorluk komşuysa farklı renklerde olmalı. İki ülke içeren bir imparatorluğa 2-imp, üç ülke içeren bir imparatorluğa 3-imp vb diyelim. m ülke içeren bir imparatorluk m-imp olacaktır. 1890’da Heawood 2-imp’lerden oluşan bir haritayı boyamak için en çok 12 rengin gerektiğini kanıtladı. Şekil 1’de sol üstte, her biri 2 ülke içeren 12 imparatorluğun 12 renkle boyanabildiğini görüyorsunuz. Heawood daha ileri giderek şunu da kanıtladı: m-imp’lerden oluşmuş bir haritayı boyamak için 6 m renk gerekli ve yeterlidir.

[Editör’den: Heawood daima 6m sayıda m-imp’ler içeren bir harita olması gerektiğini tahmin etti. Bu tahmin 1984’te San Jose Eyalet Üniversitesinden Brad Jackson ve Santa Cruz’daki Kaliforniya Üniversitesinden Gerhard Ringel, Heawood’un bu tahminini kanıtladılar. Güney Kaliforniya Üniversitesinden Herbert-Taylor, şekil 1’de görüldüğü üzere 18 adet 3-imp ve 30 adet 5-imp içeren haritalar çizdi.]

Binbaşı ikinci bir brendi getirtti ve sordu: “m-imp’lerden bir bölümünün Ay üzerinde olması halinde de, bu kurallar mı geçerli olacak?”

Maston bir an düşündü ve “Herhalde” dedi “bu durumda bir yerine iki küre üzerindeki haritaları düşüneceğiz. En basit örnek şudur: Dünya üzerindeki ülkelerden her biri bir 2-imp’in 1. ülkesidir; bu 2-imp’in 2. ül-

kesi Ay üzerindedir (şekil 2). Bu durumda Heawood’un kine benzer bir yöntemle gerekli renk sayısının 8 ile 12 arasında olduğu kanıtlanabilir.”

[Editör’den, Berlin’deki Humbolt Üniversitesi’nden Rolf Sulanke gösterdi ki, bu gibi haritalardan bazıları 9 renk gerektirir; fakat doğru yanıtın 9, 10, 11 ve 12’den hangisi olduğu bilinmemektedir. Okur 3-imp’ler düşünebilir; her 3-imp’in bir ülkesi Dünya’da, bir ülkesi Ay’da, bir ülkesi de Mars’tadır. Üç küre için en uygun renk sayısı 16, 17 ya da 19’dur.  $m > 4$  ise renk sayısı şunlardan biridir:  $6m, 6m-1, 6m-2$ .]

Elphinstone ve Maston gözlemevine döndüler.

Haber şeridinde hâlâ bir haber yoktu. Maston gözünü tekrar teleskobun okülerine dayadı. “Bir şey var mı?” dedi Elphinstone. “Hayır, henüz yok. A, bir dakika, işte orada.” “Bakabilir miyim?” Binbaşı Ay’ın üzerinde çok küçük, belli belirsiz bir nokta gördü. “Ah, nihayet başardılar demek ki. Yakında mor renkli bir Ay haritamız olacak.” “Biraz da yeşil içeren” diye ekledi Maston. “Tabii, tabii. Fakat o ne? Sanırım birçok uzay gemisi görüyorum.”

Haber şeridi makinesi tıkırdamaya başladı. Maston koşup haberi okudu: “Anakaralararası Haber Ajansı bildirir ki, bugün Arjantin, Belçika, Brezilya, İngiltere, Çin, Almanya, Hollanda, Japonya, Portekiz, İspanya, Rusya ve Amerika Birleşik Devletleri Ay’a insanlı füze fırlattılar.”

Binbaşı Maston’a bakakaldı. “Sanırım mor, yeşil ve 7-10 renk daha söylüyordun sen?”

Scientific American, Nisan 1993  
Çeviri: Selçuk Alsan