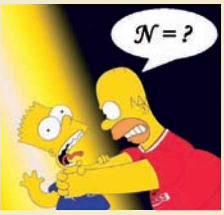
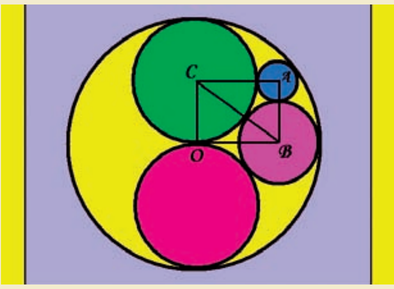
Engin Toktaş
matematik_kulesi@yahoo.com

Sihirli Sayı



Rakamları birbirinden farklı altı basamaklı bir N sayımız var. Bu sayıyı kullanarak N, 2xN, 3xN, 4xN, 5xN ve 6xN sayılarını aynı basamaklar aynı sütuna gelecek şekilde alt alta yazarsak, her sütun ve satırda N sayısındaki rakamların hepsinin bir kere kullanıldığını görüyoruz. Bu sihirli N sayımız acaba kaçtır?

İlginçlikler Silsilesi

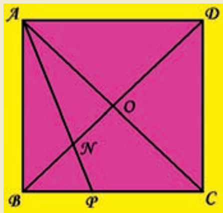


O, A, B ve C merkezli dört çember şekildeki gibi birbirine teğet duruyorlar. İlginçtir ki böyle bir durumda A, B ve C merkezli çemberlerin yarıçapları sırasıyla 1:2:3 ile orantılı oluyor. Diğer bir ilginçlik ise şekildeki hem OBC hem de ABC üçgeni, hepimizin çok iyi tanıdığı 3-4-5 dik üçgenini oluşturuyor. Acaba bu ilginçliklerin doğruluğunu ispatlayabilir misiniz?

Teknolojiden Uzak

Şimdi bir an için o teknolojinin nimetlerinden olan hesap makinenizin ya da bilgisayarınızın yanınızda olmadığını varsayın. Günümüzde hayal etmesi bile zor olan bu durumda bile insanoğlunun yapabilecekleri aslında hafife alınmayacak kadar fazla. İşte size bir örnek: $\log_5 49 \times \log_7 125$ işlemi ilk bakışta karmaşık görünüyor ancak sonuç kendini ele vermek için sizin sadece birkaç kalem hareketini bekliyor. Sadece kağıt ve kalem ile $\log_5 49 \times \log_7 125$ çarpımının sonucunu bulabilir misiniz?

Kesişim



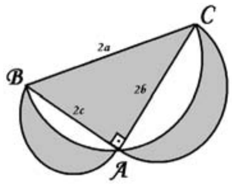
Şekildeki ABCD karesinin AC ve BD köşegenleri O noktasında kesişiyor. BAC açısını iki eşit parçaya bölen AP ise, BD ve BC ile sırasıyla N ve P noktalarında kesişiyor. NO = 17 olduğuna göre PC'nin uzunluğunu bulabilir misiniz?

Geçen Ayın Çözümleri

Esrarengiz Matematikçi

İlk olarak tam kare olan tüm üç basamaklı sayıları bulalım: $10^2 = 100$, $11^2 = 121$, ... , $31^2 = 961$. Bulduğumuz grup içinde ters çevrildiğinde de kare sayı olan 4 sayı vardır: 144, 441, 169, 961. Sıra son ipucunu kullanmaya geldi. Bu grup içerisinde birler basamağındaki sayıyı sağına eklediğimizde yine kare sayı veren tek bir sayı bulabiliriz o da 144'tür: $1444 = 38^2$. O halde aradığımız kapı numarası 144 olacaktır. (Not: Bu arada resimdeki ev Homer Simpson'a aittir. :)

Matematiksel İddia

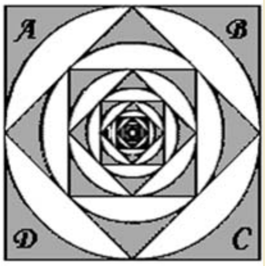


BC üzerindeki yarım çemberin alanı $S_1 = \pi a^2/2$, AB üzerindeki yarım çemberin alanı $S2 = \pi b^2/2$ ve AC üzerindeki yarım çemberin alanı $S3 = \pi c^2/2$ olsun. Bu durumda sorudaki hilallerin toplam alanını şu şekilde gösterebiliriz: A = S2 + S3 + A(ABC) – S1. Eşitliği biraz düzenleyelim: $A = \pi.(a^2 + b^2 - c^2)/2 + A(ABC)$. ABC üçgeninde Pisagor teoreminden $a^2 + b^2 = c^2$ yazabiliriz. O halde eşitlik de A = 0 + A(ABC) bulunur ve ispatımız da başarıyla tamamlanmış olur.

Üçlü Grup

Grup elemanlarının ikişerli toplamından oluşacak kare sayılarımız x^2, $(x+1)^2$ ve $(x+3)^2$ olsun. Bu durumda a<b<c için $a+b = x^2$, $a+c = (x+1)^2$ ve $b+c = (x+3)^2$ olur. Üç eşitliği çözdüğümüzde $a = (x^2 - 4x - 8)/2$, $b = (x^2 + 4x + 8)/2$, $c = (x^2 + 8x + 10)/2$ eşitliklerini elde ederiz. x^2 çift olacak biçimde eşitliklere koyacağımız sonsuz sayıda değer bize aradığımız sonsuz üçlü grupları verecektir.

Çemberden Arta Kalan – 2

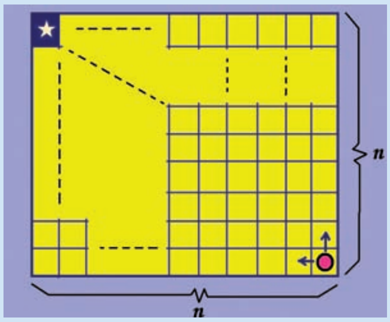


Mart ayında sorduğumuz ve geçen ay cevabını verdiğimiz "Çemberde Arta Kalan – 1" sorusunda iç içe ilerleyen alanların ilerlerken yarıya düştüğünü bulmuştuk. Bu sonucu kullanırsak sorudaki toplam mavi alanları şu şekilde yazabiliriz: A = S + 1/2S + 1/4S + 1/8S + ... Eşitliği şu şekilde yazmak da mümkün: A = S x (1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + ...). Parantez içindeki sonsuz toplam son derece ünlü bir toplamdır ve 2'ye eşittir. Demek ki bulmak istediğimiz mavi alanlar toplamı 2S'e eşittir.

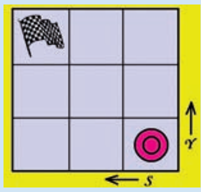
Matematiğin Şaşırtan Yüzü

Şansın Matematiği

Matematiğin son derece zevkli bir dalı olan "Oyun Teorisi"ne ait bir konu ile yine karşınızdayız bu ay. Bu sefer yazımızda herhangi bir kazanma stratejisi üretmeyeceğiz ama kazanmak için şansımızın bize ne oranda yardım edebileceğini hesaplayacağız.



Oyunumuz n x n'lik bir satranç tahtasında oynanıyor. Oyuna başlamadan önce pulumuzu tahtanın sağ alt köşesinde bulunan kareye yerleştiriyoruz. Daha sonra oyuna başlamak için herhangi bir madeni parayı havaya atıyoruz. Yazı gelmesi durumunda pulumuzu 1 kare yukarıya, tura gelmesi durumunda ise bir kare sola kaydırıyoruz. Parayı bu şekilde atarak şansımızın yardımıyla pulumuzu sol üst köşeye ulaştırabilirsek kazanan taraf biz oluyoruz. Ancak bu maceralı yolculukta pulun, n x n'lik tahta sınırlarını aşması durumunda (tahtanın üst tarafından ya da solundan) ne yazık ki oyunu kaybediyoruz. Böyle bir oyunda sizce kazanma şansımız ne olur?



Dilerseniz hesaplamamıza bir örnekle başlayalım ve 3 x 3'lük bir tahtada kazanma şansımızı hesaplayalım. Yapmamız gereken ilk olarak kazanmamızı sağlayacak tüm yolları belirlemek olacak. Sola gidişi S ile, yukarı gidişi Y ile gösterirsek bizi zafere ulaştıracak tüm yollar şunlardır: SSYY, SYSY, SYYS, YYSS, YSYS, YSSY. Bunun dışındaki yollara sapmamızı sağlayacak tüm para atışları bizim kaybetmemize neden olacaktır. Peki bahsettiğimiz her bir yolun gerçekleşme olasılığı nedir? Paramızın hilesiz olduğunu varsayarsak tura ile yazı gelme olasılığının eşit olması gerekir. Bu durumda P(yazı) = P(tura) = 1/2 olur. O halde her bir yolun gerçekleşme olasılığı $(1/2)^4 = 1/16$'dır. 6 farklı yolumuz olduğuna göre toplam oyunu kazanma olasılığımız 6 x 1/16 = 3/8 olur.

3 x 3'lük tahtada kazanma olasılığımızı bulmak çok zor olmadı. Peki ya n x n'lik bir tahtada oyunu oynarsak? Cevabı öğrenebilmek için ne yazık ki önümüzdeki ayı beklememiz gerekecek. Görüşmek üzere...