28. ULUSLARARASI MATEMATİK OLİMPİYATI

Prof.Dr. Ali Osman ASAR *

Uluslararası Matematik Olimpiyatları (IMO) ilk kez 1959 yılında Romanya'nın, Doğu Avrupa ülkeleri olan Bulgaristan, Çekoslovakya, Doğu Almanya, Macaristan, Polonya ve Rusya'yı davet etmesiyle başlamıştır. IMO'ya katılan ilk batı ülkesi 1965 yılında Finlandiya, IMO'ya evsahipliği yapan yine ilk batı ülkesi de 1976 yılında Avusturya olmuştur.

Türkiye ise IMO'ya ilk kez 1978'de, TÜBİTAK'ın sorumluluğunda katılmış ve o yıl 17 ülke arasında onaltıncı olmuştur. Uzunca bir aradan sonra 1985 yılında, Türkiye o yıl yirmialtıncısı düzenlenen IMO'ya yeniden katılmış ve 38 ülke arasında yirmialtıncı olarak iki bronz madalya kazanmıştır. Yirmiyedinci IMO'da 37 ülke arasında otuzuncu olan ülkemiz, bu yıl Küba'nın başkenti Havana'da 5-16 Temmuz tarihleri arasında düzenlenen yirmisekizinci Uluslararası Matematik Olimpiyatında 42 ülke arasından yirmibirinci olarak iki bronz madalya almıştır.

Bu yılki yarışmaya 42 ülkeden toplam 236 öğrenci katılmıştı. Türk kafilesinde 6 öğrenci, bir ekip lideri ve bir lider yardımcısı vardı. Her ülkenin liderlerinden oluşan Olimpiyat Jürisi üç gün sürekli toplanarak altı adet yarışma sorusu belirledi. Ardı ardına iki gün devam eden yarışmada, her gün için üç soru soruldu ve bu soruların çözümleri için 4,5 saatlik süre verildi. Her sorunun değeri 7 puandı. Bütün soruları doğru olarak cevaplayan bir öğrenci en çok 6 x 7 = 42 puan alabilirdi. Böylece altı kişiden oluşan bir ülke takımı en çok 42 x 6 = 252 puan toplayabilirdi.

Türk takımının 94 puan toplayarak 42 ülke arasında yirmibirinci olduğu bu yarışmada, ilk beş sırayı ise 250 puanla Romanya, 248 puanla Batı Almanya, 235 puanla Rusya, 231 puanla Doğu Almanya ve 220 puanla ABD aldı.

Ferdi sıralama ile ilgili değerlendirmelere göre, bütün soruları tam olarak çözen, yani 42 puan alan her öğrenciye altın, puanı 32-41 arasında olanlara gümüş ve puanı 18-31 arasında olanlara da bronz madalya veriliyor. Türk takımından Reha Tütüncü ve Kemal Gülal aldıkları puanlara göre bronz madalya almaya hak kazandılar.

1987 yılı yirmisekizinci IMO'da sorulan matematik sorularını bu yazımızda veriyoruz.

	Sorular ve Puanlar						
Adı Soyadı	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**Toplam**
Reha H.Tütüncü	7	7	1	0	7	7	29
M.Kemal Gülal	6	7	0	0	7	0	20
Koray Karahan	3	7	0	7	0	0	17
Serdar Taşıran	1	7	0	0	7	1	16
Haluk Yılmaz	2	5	0	0	0	1	8
Ozan Hafızoğulları	0	0	0	2	2	0	4

28. MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI

1987/1. $\{1,2,\ldots,n\}$ $(n \geqslant 1)$ kümesinin sabit noktalarının sayısı tam olarak k'ya eşit olan permutasyonlarının sayısı $p_n(k)$ olsun.

$$\sum_{k=0}^{n} kP_n(k) = n!$$

olduğunu gösteriniz.

(Not: Bir $S \neq \varnothing$ kümesinden kendi üzerine tanımlı ve bire-bir olan bir f fonksiyonuna S'nin bir permutasyonu denir. S'nin bir i elemanı için $f(i) = i$ ise i f'nin bir sabit noktasıdır denir.)

1987/2 Dar açılı bir ABC üçgeninde A açısının açı ortayı BC kenarını L'de ve daha sonra ABC üçgeninin çevrel çemberini N'de kesmektedir. L noktasından AB ve AC kenarlarına çizilen dik doğrular AB kenarını K'da ve AC kenarını M'de kesmektedir. AKNM dörtgeninin alanının ABC üçgeninin alanına eşit olduğunu gösteriniz.

1987/3 $x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 = 1$ olan $x_1, x_2, \ldots x_n$ gerçek sayıları veriliyor. Her $k \geqslant 2$ tamsayısı için hepsi birden sıfır olmayan öyle $a_1, a_2, \ldots, a_n$ tamsayılarının varlığını gösteriniz ki her $i = 1,2,\ldots,n$ için $|a_i| \leqslant k-1$ ve

$$|a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n| \leqslant \frac{(k-1)\sqrt{n}}{k^n-1}$$

olsun.

1987/4 Negatif olmayan tamsayılar kümesinden kendi içine tanımlı ve her n için $f(f(n)) = n + 1987$ şartını sağlayan bir f fonksiyonunun olmadığını ispat ediniz.

1987/5 Öklid düzleminde (iki boyutlu koordinat düzlemi) her $n \geqslant 3$ için n noktadan oluşan öyle bir küme bulunuz ki herhangi iki nokta arasındaki uzaklık irrasyonel olsun ve her üç nokta dejenere olmayan ve alanı bir rasyonel sayıya eşit olan bir üçgen belirlesin.

1987/6 $n \geqslant 2$ bir tamsayı olsun. Eğer $0 \leqslant k \leqslant \sqrt{\frac{n}{3}}$ şartını sağlayan her k tamsayısı için $k^2 + k + n$ bir asal tamsayı ise $k = 0,1,\ldots,n-2$ için $k^2 + k + n$ sayılarının hepsinin asal olduğunu ispat ediniz.

Soruların çözümleri gelecek sayımızda yayınlanacaktır.

* *TÜBİTAK BAYG üyesi.*

Ruhsal koruma mekanizması, insanlara has bir özelliktir, uygarlığımızı geliştirmemizi ona borçluyuz. Ancak bu mekanizmanın belirli ölçüleri aşmaması gerekir. Filozof Gregory Bateson: "Her şey için belirli bir yararlılık ölçüsü vardır. Bu ölçüyü aştığı takdirde yararlı değil, zararlı olur" diyor. Her şeyin fazlası, ister oksijen, ister uyku, ister psikoterapi, ister kendi kendini aldatma olsun; zararlıdır. Her canlı varlık gibi, insanın da dengeye ihtiyacı vardır. Gerçeği perdelemekle perdelememek arasında herhalde ideal bir denge durumu bulunabilir. Biz insanlar, kendisi hakkında bilinç sahibi varlıklar olduğumuz için; kendi kendimize doğru denge durumunu bulabiliriz. Bu denge durumu, kuşkusuz kişiden kişiye değişecektir.

P.M.'den kısaltarak çeviren: Dr. Ergin KORUR