

Zekâ Oyunları

Selçuk Alsan

Cin Ruhî'nin Kismeti Açılıyor



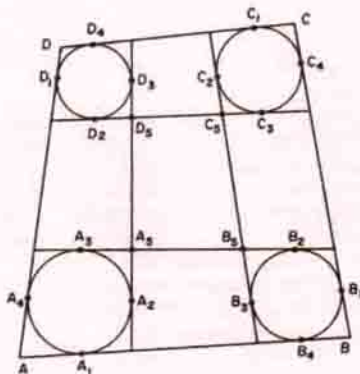
Cin Ruhî'nin annesi bir gün ona "oğlum, zekâyâ aşık olursa, aşk romanlarının kahramanları hep matematikçiler olurdu; bunu unutma" demişti. Ruhî bunu hiç unutmadı; bazan yalnızlığına dayanamaz olunca bu sözü hatırlar ve teselli bulurdu. Bir hocası da ona şu avutucu öğüdü vermişti: "Dehanın aynası yalnızlıktır. İnsan kendi ruhunun derinliğini ancak yalnızlık aynalarında ölçebilir. İnsanlık yargısız bir infazla dehayı yalnızlığa ve acıya mahkûm eder. Dahiler insanlara onlardan üstün olmanın faturasını öderler. Toplum deha ağacını kurutmak için her şeyi yapar; fakat ağaç dayanıp da kurumazsa onun meyvelerini yer. Deha devrim gibidir: Başarılı olursa önünde eğilir; olmazsa suçlanır." Fakat günün birinde uzaylı bir kız Cin Ruhî'ye nasılsa deli gibi aşık oldu. İkisi Amoros-

Mortos yıldızında karşılaşmışlardı. Bu ad "aşk öldürür" anlamına geliyor ve Ruhî'yi ürpertiyordu. Kızın adı Afroditos-Mortos'du; yani "Afrodit öldürür". Kızın resmini şekilde görüyorsunuz. Cin Ruhî Amoros-Mortos polisi tarafından apar topar kızın evine götürülüp yatak odasına kilitlendi. Ruhî, Amoros -Vitas (aşk hayatır) yıldızına gitmesine kiskançlık nedeniyle engel olan Deli Ruhîye'ye içinden "kasideler" yazıyordu. Müstakbel kayıpederi zoraki nikahattan önce Cin Ruhî'yi ziyaret ederek gerdeğe girebilmesi için kızının ana yurdunu bilmesi gerektiğini bildirdi (bu aile göçmendi). Kızı Andromeda, Balenciaga veya Cygnus yıldızından (kısaca A, B veya C'den) gelmiş olabilirdi. Bir A'lı, bir B'li ve bir C'li bir araya gelince ayak sayısı kafa sayısının üç katı olur ve toplam 8 kol vardır. B'liler C'liler gibi tek kafalıdır. B'lilerin ayak sayısı C'lilerden 2 fazla, kol sayıları 2 eksiktir. Afroditos Mortos nereli idi?

19 veya 13 ile Bölünebilme

Bir sayının 19 veya 13 ile bölünebilme koşulu nedir? (Matematik Dünyası, 2 (4):22, 1992).

olduğunu iddia ediyor. Diğer ise bunu kabul etmiyor. Hangisi haklı? (Not: Teğetler dörtgeninde karşılıklı kenarların toplamı birbirine eşittir.)



Teğetler Dörtgeni

İki şehircilik uzmanı mîmar, şekilde görülen şehir haritası üzerinde tartışıyorlardı. ABCD bir teğetler dörtgenidir. A, B, C ve D köşelerinde kenarlara teğet, daire biçimi 4 yüzme havuzu bulunmaktadır. (A,B), (B,C), (C,D) VE (D,A) yüzme havuzları ikişer ikişer alınarak 4 teğet daha çiziliyor. Mimarlardan biri yeni oluşan A₅, B₅, C₅ ve D₅ dörtgeninin de bir teğetler dörtgeni

Bir Cinayet Soruşturması

Komiser Colombo, Muckrake Villası'nda işlenmiş bir cinayeti soruşturuyordu. Bayan Lipstick kütüphanede, mutfakta veya yemek odasında; Bay Britches mutfakta, yemek odasında veya oturma odasında; Bayan Uppity kütüphanede, mutfakta veya oturma odasında; Bay Splutterer kütüphanede, kilerde, oturma odasında veya banyoda ve Profesör Twinkle mutfakta, kilerde, banyoda veya oturma odasında olabilir. Colombo her odada yalnızca bir kişi olduğunu biliyordu. Bu bilgilere evdeki herkes de sahipti. Kafasını kaşıyıp biraz düşündük-



ten ve Crumpet'in ellerini kokladıktan sonra vardığı sonucu bildirdi: "Katilin oturma odasında olan kişi olduğunu anlamış bulunuyorum. Katilin adı dir". Her odada kim vardı? Katil kimdi?

Moda Değil Mod Önemli

Mod (modül) hesabı kullanarak şu problemi çözmeye çalışın bakalım (çok zeykli): 1'den 1991'e kadar (1991 dahil) olan tek sayıların 1991 kuvvetlerinin toplamı olan $1^{1991} + 3^{1991} + \dots + 1991^{1991}$ sayısının birler basamağındaki sayı nedir? (Matematik Dünyası, 2 (1):28, 1992).

Zarif Bir Kısaltma

$(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3$ ifadesini a, b, c'nin olası en küçük dereceli ve tam katsayılı çarpımı olarak gösteriniz. (ibid)

Biraz Coğrafya

1-Dünya'nın neresinde yıl boyu gece ve gündüzün uzunluğu eşittir.

2-Ekvatorda mevsimler var mıdır?

3-Ekvatorda yılın en sıcak günü ne zamandır?

4-Kuzey Yarıkürede yaz gün durumunda (22 Haziran) Güneş'in ufuktan yüksekliği maksimum, Güney Yarıkürede minimumdur. Ekvatorda 22 Haziran'da Güneş'in ufuktan yüksekliği nasıldır?

1/n'in Desimal İfadesi

J.C.P. Miller 1920'de okulda bir öğrenciyken bazı 1/n tipi kesirleri, tekrarlayan desimaller (ondalıklar) olarak gösterebilmek için ilginç bir yöntem buldu. n'i 2 veya 5 ile bölünemeyecek bir sayı olarak alın. 1/n'i tekrarlayan ondalıklar olarak ifade edilebilecek bir yöntem bulun. (Coxeter-Ball, Math., Recreations and Essays, 1987, Dover)

Maksimum Çarpım

Bir A sayısını öyle n parçaya bölünüz ki bu n parçanın çarpımı maksimum olsun. Formülle ifade edersek $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n$ iken $N = A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n$ 'in maksimum olma şartı nedir? (Örneğin, toplamı 10 yapan sayılardan hangilerinin çarpımı maksimumdur?)

Sayı Bilmecesi

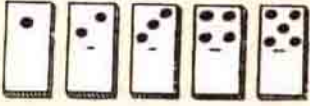
Yatay: A- Ortadaki sayı, son iki sayının toplamı ve ilk iki sayının toplamı ardışık. B- Basamakların toplamı 9, çarpımı 15. C-Basamakların toplamı 5; 11

	A	B	C	D	E
A					
B					
C					
D					
E					

ile bölünen bir sayı D-Yüzler basamağı birler basamağına eşit ve onlar basamağının iki katı. E-Basamakların çarpımı 105.

Dikey: A- Bir kare sayı, basamaklarının toplamı 19. B-Basamakların çarpımı 4. C-5'in katı; tam küp bir sayı. D-Onlar, yüzler ve birler basamağı ardışık tek sayılar. E-Tam küp bir sayı.

37 Oyunu



Burada size Dudeney'in bulduğu çok basit; fakat çok zevkli bir oyunu veriyoruz.

Birçok kişi bunu şans oyunu zanneder; fakat değildir. İlk oynayan kazanma stratejisini bilirse daima kazanır. Ma-

sanın üstüne beş domino taşı koyunuz: 1-0, 2-0, 3-0, 4-0, 5-0 (kartonlar üzerine yazılmış 1, 2, 3, 4, 5 de olabilir). İki oyuncu alterne ederek oynar. Birinci oyuncu bir madeni parayı herhangi bir domino üzerine koyar. 5 üzerine koymuş olsun. İkinci oyuncu aynı parayı alıp, örneğin 3 üzerine koyar ve yüksek sesle 5+3=8 der vb. Diğer oyuncudan önce 37 diyen veya diğer oyuncuya 37'yi aşmaya mecbur eden oyunu kazanır. Oyuna ilk başlayan nelere dikkat ederek oyunu daima kazanabilir?

Güdümlü Füzeler

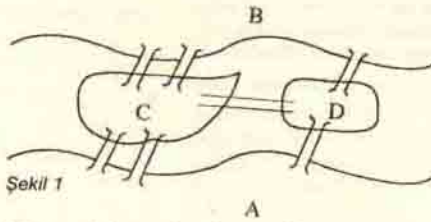
Bir eşkenar üçgenin köşelerinden aynı anda birer güdümlü füze atılıyor. Bu füzelerin her biri sağındaki füzeye yöneliyor. Füzeler nasıl bir eğri çizirler ve nerede buluşurlar?

Üç Problem ve Graf Teorisi

Size önceden de bilmeniz olası üç basit problem sunuyoruz. Bunlardan ilkinin graf teorisi kullanarak biz çözeceğiz. Diğer ikisini graf teorisi kullanarak sizin çizmenizi ve çözmenizi bekliyoruz. Euler'in Königsberg Köprüleri problemi:

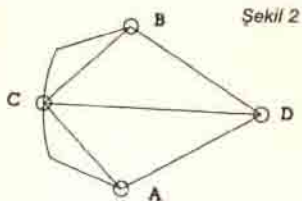
Şekil 1'de ırmağın üzerinde D ve C adaları ve ırmağın A ve B kıyıları görülüyor. Her köprüden yalnız bir kere geçerek bu şehri dolaşabilir misiniz?

Şekil 2'de bu problem graf haline getirilmiştir. Şehrin 4 bölümü birer nokta ve köprüler de bu noktaları birbirine bağlayan çizgiler. Noktalara düğüm, çizgilere giriş diyoruz. Düğümlere gelen girişleri sayalım: A:3, B:3, C:5, D:3 Bir düğüme bağlı giriş sayısı tekse o düğüme tek düğüm, çiftse çift düğüm diyoruz. Dört düğümün dördü de tek

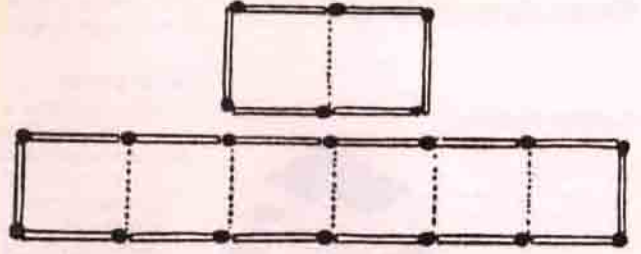


Şekil 1

olduğundan bu problem çözümsüzdür. Nedenini açıklayalım: Bir şekli el kaldırmadan çizebilmeniz için gereken şart şudur: Tek düğüm sayısı 2 olmalıdır: Biri başlangıç, diğeri bitiş düğümü. Bütün diğer düğümler çift olmalıdır. Bunun nedeni açıktır: Başlangıç düğümünde şu sıra izlenir: çıkış, (çıkış→giriş→çıkış) veya (çıkış→giriş→çıkış) veya (giriş→çıkış→giriş) veya (giriş→çıkış→giriş)... vb. Görülüyor ki başlangıç düğümünden çıkış için 1, 3, 5... hamle, yani tek sayıda hamle gerekli. Bitiş düğümündeki sıra ise şu: giriş, (giriş→çıkış→giriş) veya (giriş→çıkış→giriş)... vb. Yine tek sayıda hamle gerekli. El kaldırmadan çizilen mektup zarfına bakarsanız, başlangıç ve bitiş noktalarında 3 girişli iki tek düğüm ve çift (2 veya 4) girişli 4 düğüm gö-



Şekil 2



20 Kibrit

Şekilde 20 kibrit 6 ve 14 şeklinde ikiye bölünmüştür. Üst şeklin alanı alt şeklin alanının üçte biridir. Şimdi 20 kibriti 7 ve 13 olarak öyle bölün ki küçük şeklin alanı, büyük şeklin alanının yine üçte biri olsun.

Kolay Sorular

1- Bir at arabasının ön dingili neden arka dingilden daha önce eskir?

2- Bir parça kurşunu çift kefelî terazide demir gramlarla tarttık. 1 kilo geldi. Teraziyi suya daldırdık. Denge bozulur mu?

3-İki kişinin aynı günde doğmuş olmaları olasılığının a-

%50'den büyük olması için b-%100 olması için, bir odada en az kaç kişi bir araya gelmelidir?

4- Bir uzunçalar plakta kaç oluk vardır?

El Sıkışanlar

Bir davete konuklar gelir ve el sıkışır. Davetin ortasında p sayıda (p>1) konuk davetten ayrılmış gider. Davetin sonunda yine el sıkışılır. Davetin başında sıkılan ellerle sonunda sıkılan ellerin farkı 76'dır. Davete kaç konuk gelmişti?

Cin Saati

Öyle bir saat düşünün ki akreple yelkovan eşit uzunlukta olsun. Saat 12'de akreple yelkovan üst üstedir. Saat 12'den sonra ilk ne zaman doğru saati söylemek olanaksız olacaktır? (Dikkat: Aranılan akreple yelkovanın ne zaman tekrar üst üste bineceği değildir. Akrep ve yelkovan eşit uzunlukta olduğundan, böyle bir saat gelecektir ki saat hem a'yı b geçiyor hem de c'yi d geçiyor olabilir ve biz akreple yelkovan eşit uzunlukta olduğundan bu saatlerden hangisinin doğru saate karşılık olduğunu bilemeyiz. Akrep nerede, yelkovan neredeyken böyle çetrefil bir durum oluşabilir?)

Sürpriz Sayılar

a- $\sqrt{121}=12-1$; $64=6+\sqrt{4}$. Böyle 6 eşitlik daha yazabilir misiniz? Yalnız +, -, x, : ve $\sqrt{\quad}$ 'e izin var. Eksi sayı kullanılabılır.

b- $24+3=27$ ve $24 \times 3=72$ (27'nin tersi). Böyle 3 eşitlik daha yazabilir misiniz?

c- $1^3+5^3+3^3=153$. Böyle bir eşitlik daha yazabilir misiniz?

rürsünüz, Ancak şekli hem el kaldırmadan çizip hem de başladığınız noktaya dönmek istiyorsanız bütün düğümler çift olmalıdır. Tek düğümün hem başlangıç, hem bitiş noktası olması olanaksızdır; çünkü başlanan noktaya dönüş hep çift sayıda hamle (ve dolayısıyla giriş) gerektirir: çıkış-dönüş→çıkış-dönüş→çıkış-dönüş (2, 4, 6... hamle).

Örneğin iki kapaklı mektup zarfını el kaldırmadan ve başladığımız noktaya dönerek çizebiliriz. Bütün düğümler çifttir.

2) Bir graf kullanarak şu bilmeceyi çözümleriz: Bir adamın yanında 1 lâhana, 1 kuzu ve 1 kurt var. Adam sandalla karşıya geçecek. Sandal küçük, adam yanına tek şey alabiliyor. Karşıya kaç sefer yapması gerekir? (Tabii lâhana ile kuzuyu veya kurt ile kuzuyu yan yana bırakmıyor)

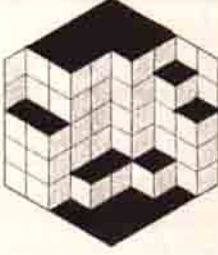
3) Üç ev ve üç kuyu var. Her evden her kuyuya öyle yollar çizin ki yollar birbirini asla kesmesin. Graf kullanarak bu problemin çözümsüz olduğunu ispatlayın.

(Matematik Dünyası, 3(1): 10, 1993)

Geçen Ayın Çözümleri

Calisson Problemi

Yatay eksenli calisson'lar siyah, kuzey doğu olanlar gri boyanmış, kuzey batı olanlar beyaz bırakılmıştır. Bu şekil düzenli istif edilmiş küplerin üç boyutlu görünüşü olarak düşünülebilir. Siyahlar küplerin üst, griler sağa bakan, beyazlar sola bakan yüzeyini temsil etmektedir. Küplerin görebildiğiniz sol, sağ ve üst yüzleri eşit sayıda olduğundan yatay, kuzey doğu ve kuzey batı eksenli calisson sayıları eşittir. 25 siyah, 25 gri ve 25 beyaz yüz vardır. (İlginç dir ki siyahlar alt, beyazlar sağ, griler sol yüz olarak düşünülebilir. Sonuç yine aynıdır. Siyahlar önce üst, sonra alt yüzey olarak düşünüp üç boyutlu şekli iki farklı şekilde görmeye gözlerinizi alıştırm. İlk örnekleri bu size zor gelebilir, fakat öğrenebilirsiniz. Siyahlar üst yüz olunca apartman bloku oluşuyor. Siyahları alt yüz kabul edince havada asılı (altları boş) sütunlar beliniyor. Şekle soldan, sağdan ve yukarıdan bakın. Her keresinde görünüm ve üst, sol ve sağ yüzlerin rengi değişiyor. Her keresinde üst yüzü alt yüzde farzedebilirsiniz.) (American Mathematical Monthly, vol. 96, No 5, Mayıs 1989)



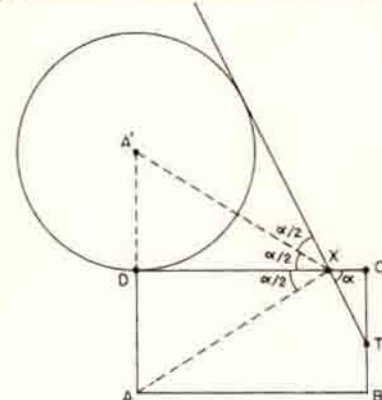
Venn Diyagramı

Venn diyagramını kullanalım.

S, P, B ve T daireleri satranç, ping pong, basketbol ve tenis oynayanları temsil ediyor. T çemberi içindeki bütün sayılar verildiğinden T oynayanların sayısı $1+2+3+4+5+6+7=28$ dir. $T=S=P=B=28$ olduğunu bulduk. Başka oyunlarla beraber satranç oynayanların sayısı $3+4+6+7+x=28$ 'den $x=8$ bulunur. 8 kişi yalnız satranç oynamaktadır. Benzer mantıklar P için $1+5+6+7+x=28$ 'den $x=9$ bulunur. B için $2+4+5+7+x=28$ 'den $x=10$ bulunur. 9 kişi yalnız ping pong ve 10 kişi yalnız basketbol oynamaktadır. Yalnız tenis oynayan kişi yoktur.

Bilardoda Falsolu Vuruş

A'nın CD'ye göre simetrisi olan A' alınır. A' merkezli A'D yarıçaplı çember çizilir, T'den bu çembere teğet çizilir. Teğetin DC'yi kestiği nokta X olsun. CXT açısına α diyelim. X ile A' noktalarını birleştirelim.



A'XD açısı $= \alpha/2$ olur ki bu da AXD açısı $= \alpha/2$ demektir. Öyleyse aranan nokta X noktasıdır.

Üç Kuyumcu

Safir = s, zümrüt = z ve elmas = e diyelim.
 $12s+2z+2e=6z+2s+2e=4e+2z+2s$ Buradan
 usa vururuzla varlabilecek tek sonuç şudur:
 $s:z:e=2:5:10$ dur.
 Örneğin $s=2$ ise $z=5$ ve $e=10$ dur.
 O halde: $(12 \times 2) + (2 \times 5) + (2 \times 10) =$
 $(6 \times 5) + (2 \times 2) + (2 \times 10) =$
 $(4 \times 10) + (2 \times 5) + (2 \times 2) = 54$

İngiliz Soliter'i

Bunun için en az 46 hamle gereklidir. Problemi 47 veya 52 hamlede çözenler çoktur; fakat 46 hamle yeterlidir.

Sınıfta Tartışma

Verilen sayılar $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{55}$ ile gösterelim. (Bu 55 sayının ardışık olmak zorunda olmadığını hatırlayalım). Genel terim a_i olsun. ($i=1, 2, 3, \dots, 55$). Her a_i için $b_i = a_i + 10$ sayıyı tanımlayalım. Elimizde 55 a_i ve 55 b_i olmak üzere $55+55=110$ farklı sayı var. Öte yandan a_i ve b_i tam sayıların alabilecekleri değerler 1 ile 109 arasında ($109=99+10$). Analogi (benzetme) yöntemini uygularsak elimizde 110 top ve 109 çekmece var. O halde iki top aynı çekmeceye veya iki sayı birbirine eşittir. Bunların ikisi de a cinsi olamaz; a sayıları birbirlerinden farklı demistik. Bunların ikisi de b cinsi olamaz; çünkü b'ler a'lardan 10 fazladır ve a'lar birbirinden farklıysa b'ler de farklıdır. O halde $a_i = b_j$ olacak şekilde bir çift sayı vardır. $a_i = b_j + 10$ olduğundan bu $a_i - b_j = 10$ demektir. Matematikte deney de yapılabilir; ancak, tümevarımlarda çok dikkatli olunmalıdır. Belli bir sayıdan sonra kural işlemeyebilir, 1 ile 99 arasında rastgele 55 sayı seçin; mutlaka aralarındaki fark 10 olan en az bir çift sayı bulacaksınız.

Piyango Biletleri

Burada bir önceki problemde (Sınıfta Tartışma) kullandığımız yöntem sonucu veremeyecek. (Nedeni şu: burada $51+51=102$ top ve 109 çekmece var; Sınıfta Tartışma probleminde ise 110 top ve 109 çekmece vardı ve en az bir çekmeceye iki top var diyebiliyorduk; Burada fark > 1 olduğundan o usa vurma geçerli olamaz). Toplar 51 tamsayının birer basamağı olsun. Çekmeceler ise 0, 1, 2, ..., 9 tamsayılar. 10 çekmece ve 51 top olduğundan en azından 6 top aynı çekmeceye düşer. Bu ise en az 6 sayının birer basamağı aynı demektir. Bu 6 sayı için onlar basamağına bakalım; onlar basamağı 0, 1, 2, ..., 9 olabilir. Çekmeceleri (0, 1), (2, 3), (4, 5), (6, 7) ve (8, 9) kümeleri olarak tanımlarsak 6 sayıdan en az ikisinin, bu 5 kümeden birine karşılık olarak, onlar basamağının ardışık sayılar olduğunu buluruz. (6 topa karşılık 5 çekmece olduğundan). İki sayının onlar basamağı ardışık, birer basamağı ise eşitse o iki sayının farkı 10 demektir; 19 ve 29 gibi.

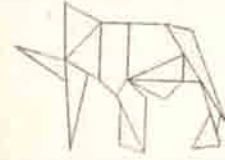
Kendi Kendinin Doktoru

Hasta aspirin, sinir hapları ve kas gevşetici almaktadır. Böylece bütün şikayetleri tedavi edilmiş olur.

Lastik Adamlar Yıldızı

Kadının eni 62 m olur. $26 \times 93 = 62 \times 39$. Görüldüğü gibi 62, 26'nın ve 39, 93'ün tersidir. Aşağıdaki iki rakamlı sayı çiftlerinde her iki rakam da ters çevrilirse çarpım aynı kalır: $12 \times 42 = 21 \times 24$; $23 \times 96 = 32 \times 69$; $13 \times 62 = 31 \times 26$ vb. Bunun nedenini görelim: $(10a+b)(10c+d) = (10b+a)(10d+c)$ yazalım. Bu hesap yapılırsa $ac=bd$ çıkar. O halde $ab \cdot cd = ba \cdot dc$ olabilmesi için $ac=bd$ olacak şekilde a, b, c ve d seçilmelidir. Örnek: $a=4$, $c=3$, $b=2$, $d=6$ alınırsa $ac=bd=12$ olur ve $42 \times 36 = 24 \times 63$.

Arşimed'in Loculus'u



Cin Ruhü Uzayda Sıkışıyor

Karenin kenarı a ise, her büyük dairenin içinde bulunduğu küçük karenin köşegeni Pisagor'a göre,

$$\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = a^2/2 \text{ den } D = a/\sqrt{2}$$

olur. Büyük dairenin çapı a/2 dir. Küçük dairenin çapı $\{a/\sqrt{2}\} - \{a/2\}$ den $\sqrt{2} - a - a/2$ ' dir.

Çapların oranı:

$$(a/2) / (\sqrt{2} - a - a/2) \text{ den } 1/(\sqrt{2} - 1) \text{ dir.}$$

Payı ve paydayı $(\sqrt{2}+1)$ ile çarparsak aranan oran $\sqrt{2}+1$ olarak bulunur. $(\sqrt{2}+1) < 2.5$ olduğundan kaçış mümkün olmuştur. Görüldüğü gibi büyük daire ve küçük daire çaplarının oranı, a'dan bağımsız olup daima $(\sqrt{2}+1)$ 'dir.

Bir Topçu Problemi

$BC = AB = a$ ve $CF = b$ olsun. CEF ve BAF üçgenleri benzer

$$\Rightarrow \frac{b}{a+b} = \frac{CE}{a} \Rightarrow CE = \frac{ab}{a+b}, ED = a - CE = \frac{a^2}{a+b}$$

DRE ve BRA üçgenleri benzer

$$\Rightarrow \frac{DR}{BR} = \frac{ED}{a} \left[ED = \frac{a^2}{a+b} \text{ olduğu için} \right]$$

BFD üçgeninde Menelaüs teoremini uygularsak

$$\frac{BC}{CF} \cdot \frac{FP}{PD} \cdot \frac{DR}{RB} = 1.$$

Buradan

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{FP}{PD} \cdot \frac{a}{a+b} = 1$$

Şimdi $FP = x$ ve $PD = y$ alalım:

$$x = \frac{(a+b)y}{a^2} \quad (1)$$

Kosinüs teoreminden

$$FD^2 = BF^2 + BD^2 - 2 \cdot BF \cdot BD \cdot \cos 60^\circ. (x+y)^2 = a^2 + b^2 + ab$$

$$\frac{(a+b)y}{a^2} + y =$$

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2 + ab}{a^2}} = y = \frac{a^2}{a^2 + b^2 + ab}, \text{ xv } \frac{b(a+b)}{a^2 + b^2 + ab}$$

ve buradan

$$FP \cdot FD = \frac{b(a+b)}{a^2 + b^2 + ab} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + ab} = b(a+b), FP \cdot FD = CF \cdot FB$$

(çemberde kuvvet) \Rightarrow O halde BCPD bir çember üzerindedir. Öyleyse BPD açısı = BCD açısı (aynı BD kirişini görüyorlar). Buradan BPD açısı = BCD açısı = 60° .

Romeo ve Jülyet

pxq boyutlarında bir ızgarada sol üst köşeden sağ alt köşeye, yalnızca sağa ve alta giden yolların sayısı

C_q^{p+q} dir. Bu durumda A'dan B'ye giden yolların

sayısı $C_5^{12} = 792$ ve A'dan P'ye giden yolların sayısı

$C_5^9 = 126$ olur. Ancak A'dan B'ye giden bir yolun

P'den geçme olasılığı $126/792 = 0,159$ değildir. Zira bu yolların seçimi eşit ağırlıklı değildir. Örneğin önce üst, sonra sağ kenarı seçme olasılığı $1/32$, önce sol, sonra alt kenarı seçme olasılığı ise $1/128$ dir. Bu göz önüne alınarak hesap yapılırsa A'dan B'ye giden yolların P'den geçme olasılığı $1/2$ olarak bulunur.