

# MEKANİK PROBLEMLERİNİ NASIL ÇÖZERİZ?

Gülşen ÖNENGÜT \*

Geçen sayıda öğrencilerin ilk mekanik dersine geldiklerinde taşıdıkları yanlış ön-kavramlar anlatılmış ve bunların öğrenciyi yanıltma olasılığını azaltmak için mekanik problemlerinin analizine bir serbest cisim diyagramı çizerek başlanması önerilmişti. Bu sayıda Newton yasaları ile ilgili problemlerin çözülmesi için tam bir strateji verilecek ve çeşitli örnek problemler bu strateji ile çözülecektir.

## PROBLEM ÇÖZME STRATEJİSİ

1. Mekanik sistemin basit bir diyagramını çiziniz.

2. Hareketi analiz edilecek cisim sistemden ayrılarak serbest cisim diyagramını çiziniz. Bu diyagramda cismin üstüne etki eden bütün dış kuvvetleri göstermelisiniz. Birden fazla cisim içeren mekanik sistemlerde her cisim için ayrı bir serbest cisim diyagramı çizilmelidir. Bu diyagramlar üstünde cismin kendi çevresinde uyguladığı kuvvetler gösterilmelidir.

3. Her cisim için uygun koordinat eksenleri seçiniz ve kuvvetlerin bu eksenler üzerindeki bileşenlerini bulunuz. Her eksen için Newton'un ikinci yasasını,  $\Sigma F = ma$ , uygulayınız. Yani her üç koordinat eksenini için bu eksenler üzerindeki kuvvet bileşenlerinin toplamını cismin kütlesi ile ivmesinin bu eksen üzerindeki bileşeninin çarpımına eşitleyiniz. Bir diğer deyişle cismin hareket denklemlerini yazınız:

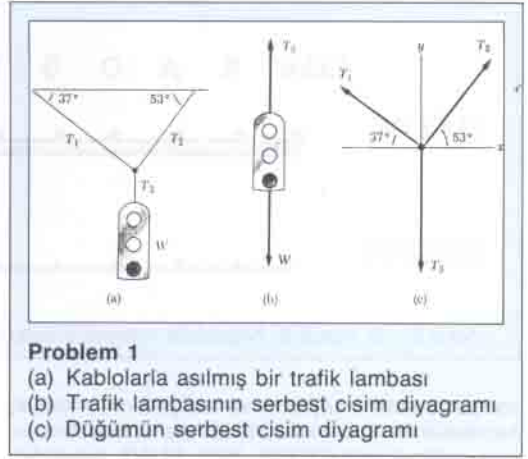
$$\Sigma F_x = Ma_x, \quad \Sigma F_y = ma_y, \quad \Sigma F_z = ma_z$$

Bu aşamada tüm terimlerin boyutlarını kontrol ederek kuvvet boyutunda olduğundan emin olunuz.

4. Bu üç denklemi çözerek bilinmeyenleri bulunuz. Tam bir çözüm bulabilmeniz için bağımsız denklemlerin sayısı bilinmeyenlerin sayısına eşit olmalıdır.

5. Çoğu kez, çözümleri uç (en büyük ve en küçük) ve özel değerler için kontrol etmek iyi bir fikirdir. Bu, kontrol sonuçlarınızda yanlışları bulmanıza yardımcı olacaktır.

\* Prof. Dr., Çukurova Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü.



### Problem 1

- (a) Kablolarla asılmış bir trafik lambası  
(b) Trafik lambasının serbest cisim diyagramı  
(c) Düğümün serbest cisim diyagramı

**PROBLEM 1 :** Bir trafik ışığı şekil 1a'da görüldüğü gibi bir desteğe bağlı iki kablunun birleşme noktasına bir üçüncü kablo ile asılmıştır. Trafik ışığının ağırlığı 50 newton, üstteki iki kablunun yatay ile yaptığı açılar  $37^\circ$  ve  $53^\circ$ 'dir. Her üç kablodaki gerilimleri bulunuz.

**Çözüm :** Çözüm stratejisinin birinci adımı, yani mekanik sistemin basit bir diyagramını problemde verilmiştir (Şekil 1a). Bu nedenle çözüme ikinci basamaktan başlanacaktır. Trafik ışığının serbest cisim diyagramı Şekil 1b'de verilmiştir. Cisme etki eden kuvvetler yerçekimi (cismin ağırlığı,  $W$ ) ile düşey kablodaki gerilim ( $T_3$ )'dir. Cisim dengede olduğundan, bu iki kuvvet birbirine eşit olmalıdır. Dolayısı ile  $T_3 = W = 50N$  bulunur. Diğer iki gerilim bulmak için üç kabloyu bir arada tutan düğümün serbest cisim diyagramını çizmeliyiz. Her üç gerilim de bu noktaya etki ettiği için bu uygun bir noktadır. Koordinat eksenlerini Şekil 1c'de görüldüğü gibi seçebiliriz. Düğüm noktasına etki eden üç kuvvetin seçilen koordinat eksenleri üzerindeki bileşenleri şöyledir:

Kuvvet	x bileşeni	y bileşeni
$T_1$	$-T_1 \cos 37^\circ$	$T_1 \sin 37^\circ$
$T_2$	$T_2 \cos 53^\circ$	$T_2 \sin 53^\circ$
$T_3$	0	$-50 N$

Düğüm noktası dengede olduğundan, ivmesinin tüm bileşenleri sıfırdır. Dolayısı ile hareket denklemleri şöyle yazılabilir:

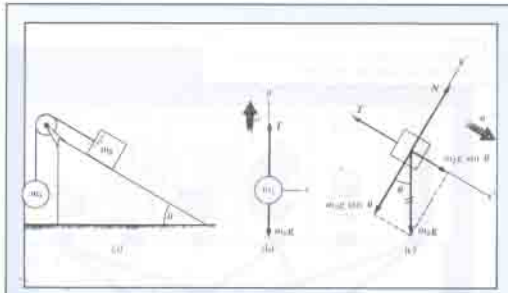
$$\Sigma F_x = T_1 \cos 53^\circ - T_1 \cos 37^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma T_1 F_y = T_1 \sin 37^\circ + T_2 \sin 53^\circ - 50 N = 0 \quad (2)$$

Bu iki denklem, iki bilinmeyen gerilimi çözmek için yeterlidir. Sonuçlar şöyle bulunur:

$$T_1 = 30.0 N, \quad T_2 = 39.9 N$$

Sonuçları özel değerler için irdelemek yararlıdır. Örneğin hangi şartlarda  $T_1 = T_2$  olacağını araştırabiliriz. İplerin yatay doğrultu ile yaptığı açılara  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  dersek birinci denklem şu şekli alır:



### Problem 2

- (a) Sürtünmesiz bir makaradan geçen bir iple birbirine bağlı iki kütle  
 (b)  $m_1$ 'in serbest cisim diyagramı  
 (c)  $m_2$ 'nin serbest cisim diyagramı

$$\Sigma F_x = T_1 \cos \theta_2^\circ - T_1 \cos \theta_1^\circ = 0$$

Buradan açıların eşit olması gerektiği çıkmaktadır. Bu, problemin simetrisi nedeni ile beklenen bir sonuçtur.

**PROBLEM 2 :** Şekil 2b'de görüldüğü gibi iki farklı kütleli cisim, sürtünmesiz bir makaradan geçen, kütlesi ihmal edilebilen bir iple birbirine bağlıdır. Kütlelerden biri  $\theta$  açılı sürtünmesiz bir eğik düzlemin üzerindedir. Kütlelerin ivmesini ve ipteki gerilimi bulunuz.

**Çözüm :** Kütleleri birleştiren ip esnek olmadığı için her iki kütlein ivmesinin büyüklüğü eşit olmalıdır. Kütlelerin serbest cisim diyagramları ve seçilen koordinat sistemleri Şekil 2b ve 2c'de gösterilmiştir. Kütlelerin değerlerine bağlı olarak ivmelerin yönü değişecektir. Hareket denklemlerini yazabilmek için bir ivme yönü kabul etmemiz gerekir. Bu yön şekillerde oklarla belirtilmiştir;  $m_1$  ve  $m_2$  için hareket denklemleri sırası ile şöyledir:

$$\Sigma F_x = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = T - m_1 g = m_1 a \quad (2)$$

$$\Sigma F_x' = m_2 g \sin \theta - T = m_2 a \quad (3)$$

$$\Sigma F_y' = N - m_2 g \cos \theta = 0 \quad (4)$$

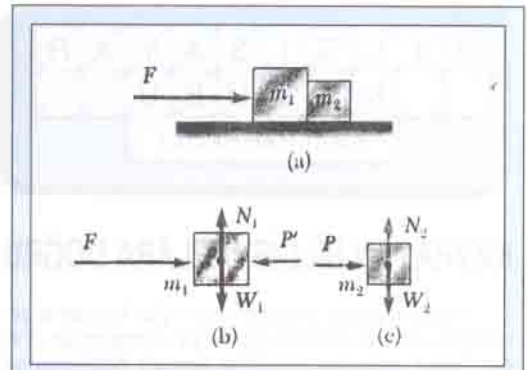
(1) ve (4) numaralı denklemler ivmeyi içermektedir. (2) ve (3) numaralı denklemleri  $a$  ve  $T$  bilinmeyenleri için çözebiliriz:

$$a = \frac{m_2 g \sin \theta - m_1 g}{m_1 + m_2}$$

$$T = \frac{m_1 m_2 g (1 + \sin \theta)}{m_1 + m_2}$$

Görülüyor ki  $m_2 \sin \theta > m_1$  ise  $a$  pozitif çıkacak; yani ivmenin yönü baştaki kabulümüzle çıkışacaktır. Ters durumda ise  $m_2$  eğik düzlem üzerinde yukarıya doğru,  $m_1$  ise aşağıya doğru ivmelenecektir.

**PROBLEM 3 :** Kütleleri  $m_1$  ve  $m_2$  olan iki kutu, yatay, sürtünmesiz bir düzlem üstünde yan yana durmaktadır.  $m_1$  kütlesine şekil 3b'de görüldüğü gibi yatay, sabit bir  $F$  kuvveti uygulandığında sistemin ivmesini ve iki kutunun birbirine uyguladığı kuvvetleri bulunuz.



### Problem 3

- (a) Sürtünmesiz yatay düzlem üzerinde yatay bir kuvvetle itilen iki kutu  
 (b)  $m_1$ 'in serbest cisim diyagramı  
 (c)  $m_2$ 'nin serbest cisim diyagramı

**Çözüm :** İki kutu birbirine dokunduğu için ivmeleri aynı olmalıdır.  $F$  kuvveti sisteme (iki kutuya) etki eden tek yatay kuvvet olduğu için

$$\Sigma F_x (\text{sistem}) = F = (m_1 + m_2) a$$

yazılarak sistemin ivmesi bulunabilir:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

İki kutunun birbirine uyguladığı kuvvetleri bulmak için ise, kutuların serbest cisim diyagramlarını ayrı ayrı çizmek gerekir (Şekil 3b ve 3c). Şekil 3c'de görüldüğü gibi  $m_2$  kütlelerinin üstüne etki eden tek yatay kuvvet  $m_1$ 'in uyguladığı  $P$  kuvvetidir. Dolayısıyla  $m_2$ 'nin hareket denklemi şöyle yazılabilir:

$$\Sigma F_x = P = m_2 a$$

İvmenin yukarıda hesaplanan değeri yerine katarsa,  $P$  şöyle bulunur:

$$P = m_2 a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

$P$  için bulunan bu değeri  $m_1$ 'in serbest cisim diyagramını kullanarak kontrol etmek yararlı olabilir: Şekil 3b'de görüldüğü gibi  $m_1$ 'in üstüne etki eden yatay kuvvetler uygulanan dış kuvvet  $F$  ve  $m_2$ 'nin uyguladığı  $P'$  kuvvetidir. Newton'un üçüncü yasasına göre  $P'$ ,  $P$ 'nin tepkisi olduğu için  $|P| = |P'|$  olmalıdır. Newton'un ikinci yasasına  $m_1$  kütlesine uygularsak şu hareket denklemini buluruz:

$$\Sigma F_x = F - P' = F - P = m_1 a$$

$a$ 'nın değerini yerine koyarsak  $P$  şöyle bulunur:

$$P = F - m_1 a = F - \frac{m_1 F}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

Görüldüğü gibi bu sonuç ikinci kütlein hareket denkleminde bulunan sonuçla uyusmaktadır.

Umuyoruz ki, bu üç örnek problemle, önerdiğimiz problem çözme stratejisinin nasıl uygulanacağı hakkında bir fikir edinebilirsiniz. Bir dahaki sayıda sürtünme kuvvetlerini de hesaba katarak örnek problemler çözmeye devam edeceğiz.