

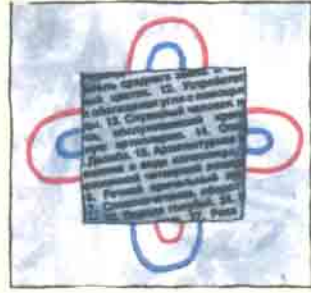
Zekâ Oyunları

Selçuk Alşan

İlginc Bir Kanıt: $a^2 - b^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ olduğunu hepimiz biliriz. Bu cebirsel formülü geometrik çizimle kanıtlayabilir misiniz?

Askeri Harita Üzerinde Mantık



Şekilde şematik olarak bir askeri harita görülmüyor. Kırmızı çizgiler piyade, mavi çizgiler topçu birliklerinin dizilişini gösteriyor. Entelijans servis (istihbarat) şu bilgiyi veriyor: 3 kırmızı kapalı eğri ve 3 mavi kapalı eğri vardır. (Uçları birleşen eğriler kapalı eğri denir, daire, elips vb kapalı eğri örnekleridir). Bu eğrilerin hiçbirisi diğerini kesmemektedir. Düşman, harita ele geçip de okumasın diye, şekilde kare ile gösterilen harita kısımlarını karalamıştır. Buna rağmen şu kadar bilinmektedir: Mevcut 6 kapalı eğriden yalnızca bir tanesi tamamıyla karalamanın altında kalmıştır; diğer 5 eğri kısmen karalamanın altındadır. Ordu komutanı harita korgenerali Cin Ruhi'ye karalama ile tamamen örtülüp hiç görülmeyen birliğin piyade mi, topçu mu (yani mavi mi, kırmızı mı?) olduğunu sorar. Cin Ruhi, yalnız mantık yoluyla bu soruyu yanıtlar. Şimdi sıra sizde.

Düşman Karargâhları

Cin Ruhi'nin başında bulunduğu Askeri Entelijans Servis (istihbarat) düşman hakkında bazı bilgiler toplamıştır:

- 1) A, B ve C şehirlerinin oluşturduğu üçgenin içinde düşman başkomutanlığı vardı.
- 2) Düşman başkomutanlığı ABC üçgeninin yüksekliklerinin kesişme noktası olan H'da idi.
- 3) Tank birlikleri komutanlığı A, B ve H'dan eşit uzaklıkta olan O₁ noktasındaydı.
- 4) Topçu birlikleri komutanlığı B, C ve H'dan eşit uzaklıkta olan O₂ noktasındaydı.
- 5) Piyade birlikleri komutanlığı A, C ve H'dan eşit uzaklıkta olan O₃ noktasındaydı.

Cin Ruhi'nin elinde yalnız A, B ve C şehirleri arasındaki uzaklıklar vardı. Başkomutanlık Cin Ruhi'den

derhal şu soruları yanıtladığını istiyordu: a) O₁'in AB'den uzaklığı; b) O₂'nin BC'den uzaklığı; c) O₃'ün AC'den uzaklığı. d) H noktasının O₁, O₂ ve O₃ noktalarının her birinden uzaklığı.

Havuzdaki Çocuk

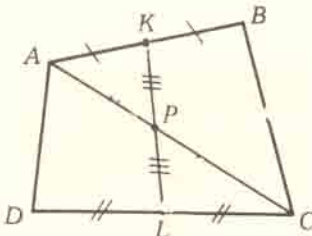
Daire biçimi büyükçe bir yüzme havuzunun tam merkezinde bir çocuk yüzüyor. Havuzun kenarında çocuğun babası duruyor. Çocuğun babası yüzme bilmiyor. Baba oğluna kızmıştır ve onu yakalamak istemektedir. Çocuk yüzerek kaçmaya, baba koşarak yetişmeye çalışıyor. Babanın koşma hızı, çocuğun yüzme hızının kaç katı olursa baba oğlunu yakalayabilir?

Miki'nin Kibritleri



Miki Fare kibrit kutusunda bir miktar kibrit buldu; kibritlerin sayısını iki kata çıkarıp 8 kibrit aldı. Biraz sonra Miki'nin teyzesi geldi, o da kibrit sayısını iki kata çıkarıp 8 kibrit aldı. En sonra Miki'nin dedesi geldi ve o da aynı şekilde kibrit sayısını iki kata çıkarıp 8 kibrit aldı. En son Miki'nin eşi Mini geldi ve kutuda kibrit kalmadığını görüp ağlamaya başladı. Başlangıçta kutuda kaç kibrit vardı?

Barış Getiren Akıl



Şekilde görülen ABC ülkesi ile ACD ülkesi 100 yıldır savaşıyordu. Savaşın nedeni şuydu: 100 yıl önce yapılan bir anlaşmayla iki ülkenin ortak sınırı AC kabul edilmişti. Ayrıca AB'nin ortasındaki K şehri KL demiryoluyla birbirine bağlanmıştı. AC sınırı çizgisi KL demiryolunun tam ortasındaki P şehirden geçiyordu. Sa-

vaşın nedeni şuydu: Bu iki ülkeden her biri, 100 yıl önce yapılan anlaşma sırasında kendilerine haksızlık yapıldığını, diğer ülkeye çok daha fazla toprak verildiğini, kendi ülkelerinin ise küçücük bırakıldığını iddia ediyorlardı. Konu nihayet Lahey Adalet Divanı'na getirildi. Bu Divan'ın başsavcısı kahramanımız Cin Ruhi'den başkası değildi. Ruhi haritaya bir gözattı, sonra iki ülkenin de temsilcileriyle bir toplantı yaptı ve... savaş sona erdi. Cin Ruhi onlara ne demişti?

Ejderhanın Gözü

Daire biçimi iki kağıdın her biri üzerine bir ejderha resmi çizilmiştir. Birinci dairede ejderhanın gözü dairenin tam merkezindedir. İkinci dairede ejderhanın gözü dairenin merkezinde değildir. İkinci daireyi öyle bir çizgi boyunca keserek iki parçaya ayırın ki bu iki parça yapıştırılarak birleştirildiğinde ejderhanın gözü tam dairenin merkezine gelsin. (44. Moskova Matematik Olimpiyatlarından, 1981).

Gerçeği Arayan Bilge

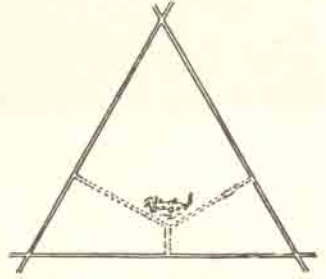
Bilge Tarakan 1 cm den ötesini göremeyecek kadar körleşmişken gerçeği aramaya karar verdi. Gerçek D yarıçaplı bir daire üzerindeydi. Tarakan'ın her adımı 1 cm idi; her adım attıktan sonra ona gerçeğe yaklaşıp yaklaşmadığını söylüyorlardı. Tarakan'ın belleği mükemmeldi; adımlarının yön değiştirmesini çok iyi hatırlıyordu. Kanıtlayınız ki, Tarakan gerçeği en fazla 2^{100} adımda bulacaktır. (33. Moskova Matematik Olimpiyatlarından, 1970).

Kara Koncoloslar

Bu 7 kara koncolosdan (öcünden) altısı aynı soydan, biri ise yabancıdır. Yabancıyı bulunuz. (Biyolojik zeminde düşününüz)

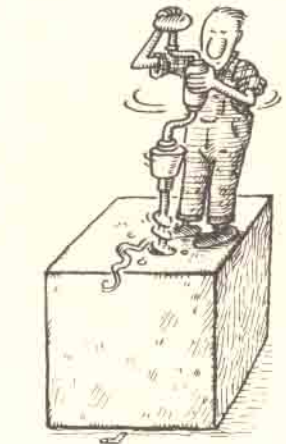


Üçgenin Neresinde?



Bir ormanın içinden geçen üç demiryolu bir eşkenar üçgen oluşturuyor. Bu üçgenin içindeki ağaçlar kesilerek oluşan açıklıkta bir kereste deposu oluşturulacak. Keresteleri trenlere en kısa yoldan nakletmek gerekli. Eşkenar üçgen içinde depo hangi noktaya konulursa, bu 3 demiryoluna ulaşmak için yapılacak yolun uzunluğu minimum olur?

Olanaksız Delik



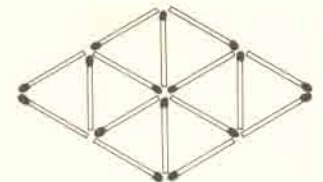
Küp biçimi bir tahta içinde öyle bir delik açın ki bu delikten, deldiğiniz küpten daha büyük bir küp geçebilsin.

Tufan Matematiği

M.Ö. 3000 yıllarından kalma Mezopotamya efsanelerinde Tufan'dan söz edilir. Tufan'ın olamayacağına dair bazı matematiksel kanıtlar bulabilir misiniz?

Eşkenar Üçgenler

4 kibrit almız; 4 eşkenar üçgen kalsın.



Cin Ruhü'nün Yaşı

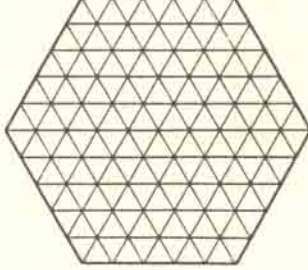


Cin Ruhü'nün ablasının ve babasının yaşlarının toplamı 100 dür. Cin Ruhü babasının bugünkü yaşına geldiğinde, ablasının yaşı iki ile çarpılmış olacak. Diğer taraftan ablası babasının bugünkü yaşına geldiği zaman Cin Ruhü kaç yaşında olacaktı bunun iki katını alıp sonra Cin Ruhü'nün bugünkü yaşını eklediğimizde, baba-

nın bugünkü yaşının iki katını buluyoruz. Her birinin yaşlarını bulunuz.

Mayınlı Altıgen

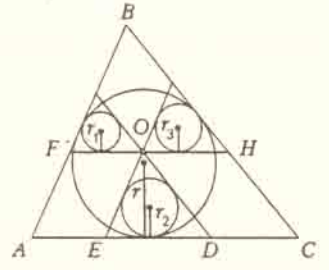
Düşman şekilde görülen altıgen biçimi toprağı mayınlı, mayınları eşkenar üçgenlerin köşelerine koymuşt. Eşkenar üçgenlerin köşelerine "düğüm" adını verelim. Entelijans Servis (istihbarat), merkez dahil düğümlerin yarından fazlasına mayın konulduğunu öğrenmişti. Kanıtlayın-



nız ki, bu mayınlardan beşi, aynı çember üzerinde bulunmaktadır. (Kvant, 21. Okullararası Matematik Olimpiyatlarından).

Çan Kuleleri

Kiliselere çan ve çan kuleleri 10. yüzyılda eklenmiştir. Acaba hangi nedenle Hıristiyanlık alemi 1000 yıl çana gerek duymamıştır? Çan neden yerde değil de bir kulede çalınıyordu? (Çan teknolojik olarak 10. yüzyıldan çok önce yapılmaya başlanmıştı).



r_1, r_2 ve r_3 , ABC üçgeninin iç dairesinin yarıçapı r . Kanıtlayınız ki, $r = r_1 + r_2 + r_3$. (Kvant'dan No: 3/96 Geometriya) (Rafael'in veya Rubens'in bir tablosuna bakıyor gibiyiz. Rodin'in Düşünen Adam'ını görüyor, Mahler'in 1.senfonisini duyuyor, Baudelaire'in şiirlerini dinliyor gibi hissediyor insan kendini. Nereden nereye; hiç ilgisi yok gibi duran 4 nicelik nasıl gizli örgüt kurmuş da haberimiz yok. İşte matematiksel güzellik bu: Basit, sade ve yalın bir şekilde, görülmeyen bir gerçeği kanıtlamak).

Geçen Ayn Çözümleri

11 Küçük Flütçü

Toplam 21 flüt vardı. $(21/11) + (1/11) = 2$ 'dir. Birinci çocuk 2 flüt aldı. Geriye 19 flüt kaldı. $(19/10) + (1/10) = 2$ 'dir. İkinci çocuk 2 flüt aldı. Geriye 17 flüt kaldı. $(17/9) + (1/9) = 2$ 'dir. Üçüncü çocuk 2 flüt aldı... Sonndan bir önceki $(3/2) + (1/2) = 2$ flüt aldı. 10 çocuk ikinci flüt almış Cin Ruhü'ye 1 flüt kalmıştı.

Kurbaga Soyundan 10 Lord

Birinci soru: $13 \rightarrow 4, 17 \rightarrow 8, 14 \rightarrow 25, 25 \rightarrow 12, 5 \rightarrow 14, 20 \rightarrow 9, 12 \rightarrow 5, 4 \rightarrow 6, 6 \rightarrow 13$.

İkinci soru: Bu mümkün değildir (umarız çözüme çalışırken öğrenmişiz). İşte kanıtı: 1, 4, 6, 11, 13, 15, 22, 24, 26, 28, nolu daireleri kırmızıyla boyayınız. Göreceksiniz ki kırmızıdan başlayan sırayımlar daima kırmızıya sona erer. Üç köşe kırmızıdır; fakat lordlardan yalnız 13 no kırmızıdır; yalnız 13 no köşeye erişebilir, diğerleri erişemez.

Yedi Kuğu ve Sekiz Göl

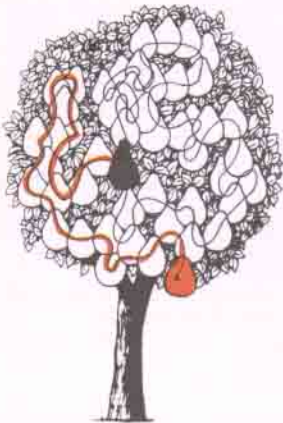
$6 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 6, 8 \rightarrow 3, 5 \rightarrow 8, 2 \rightarrow 5, 7 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 7$. Her kuğu kendine kanalla bağlı güllerden biri boyalıca oraya geçer.

Dört Karataşık

$8 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 5, 5 \rightarrow 8, 4 \rightarrow 7, 7 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 5, 6 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 7, 7 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 6, 6 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 4, 8 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 6, 5 \rightarrow 8$.

Armut Ağacındaki Keklik

Keklik her armutun içinden geçerken 2 sımsı çaprazlar: Girdiği sımsı ve çıktığı sımsı. Bu nedenle kekliğe yol vermiş olan her ar-

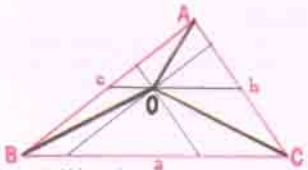


mut, çift sayıda armuta değmektedir. Giriş noktasındaki ve gizlenme noktasındaki armutlar tek sayıda armuta değmektedir. Çünkü bunlar kekliğin geçmesinde izin veren transit armutlardır, yolun başlangıç ve bitiş noktasının armutlarıdır. Kırmızı renkli giriş armutu 1 armuta, siyah renkli gizlenme armutu 3 armuta değmektedir. Kekliğin alabileceği en kısa yol kırmızı ile gösterilmiştir.

İç İçer Barakalar

Üçer baraka uçları birbirine değer. Sonra üçlü baraka grubu diğer üçlü baraka grubunun üstüne konur ve gerekli kapılar açılır. Üst üste konmuş iki çiftin parmakları gibidir barakalar.

Tank Birliği



a) A'dan a kenarına inen yüksekliğin üzerinde yarı noktasını bulup buradan a'ya bir paralel çizin. b) B'den b kenarına inen yüksekliğin üzerinde b'ye yakın üçte bir noktasını bulup b'ye bir paralel çizin. c) C'den c kenarına inen yüksekliğin üzerinde altıda bir noktasını alıp buradan c'ye bir paralel çizin. 4) Bu üç paralelin kesişme noktası O'dur. O'yu A, B ve C'ye birleştirerek üçgeni üç üçgene bölmüş olursunuz. AOB: OCA: OBC= 1:2:3 tür. Üçgenin alanı = taban x o tabanına inen yükseklik olduğundan yüksekliği 1:2, 1:3 ve 1:6 oranında azaltılmak, alanı da o oranda azaltır. ABC'nin alanı 6 ise diğerlerinin 1,2 ve 3 olur.

Kütle Çekim Problemleri

1. Herhangi bir cismin Dünya merkezindeki ağırlığı sıfırdır. Çünkü Dünya merkezinde bir cisim belli bir yöne doğru değil, her yöne doğru çekilir ve bu karşıt çekimler birbirini yok eder. Dünya merkezine doğru düşmekte olan bir cismin



ağırlığı aynı nedenle giderek azalır.

2. Yerçekimi Dünya merkezine olan uzaklığın karesiyle (ters orantılı olarak) değişir. Dünyadan 2 yarıçap uzaklaşmakla yerçekimi $2^2=4$ kere azalır. Bu nedenle Dünyadan 4200 km yüksekte bir astronot 80/4=20 kg gelir.

3. Serbest düşmekte olan bir cismin ağırlığı sıfırdır. Örneğin asansör aşağı inmeye başlarken kendinizi hafiflemiş hissedersiniz; bu aslında bir çeşit yerçekimsizliktir. Bu olayın nedeni, başlangıçta asansör zemininin bizden daha hızlı aşağı inmesidir; bu nedenle asansör zeminine yaptığımız basınç azalır ve kendimizi hafiflemiş hissedersiniz. Az sonra durum dengelenir ve zemine kendi ağırlığınızla bastırılmaya başlarız. Asansör yukarı çıkarken buntların aksı olur. Kesin kanıt: Bir el kantarına bir ağırlık asıp kantarı düşmeye bırakarsanız, çekilen fotoğraflar ağırlığın süra indığını kanıtlar. Cisim ve kantar aynı hızla düştüğünden, cisim artık kantarın yayını aşağı çekmemektedir. El kantarını hızlı aşağı indirirseniz ağırlığın geçici olarak çok azaldığını görürsünüz.

4. Fındıkların kolu düşerken ağırlığı sıfır olur ve sol kefe bir an için hafifleyerek yukarı kalkar.

Küçük bir deneyle bunu kanıtlayabiliriz: (Resim Perelemin Fizik s 53) İki kefli bir terazinin bir kefesine bir fındık kutucu, diğerine gramlar koyup dengeyi sağlayalım. Fındık kutucu masaya açıp bir bacağıni iplikle terazinin koluna bağlayalım. İpliği yakınca bacak aşağı düşer ve bu sırada kefe hafifleyerek kısa bir süre için yukarı kalkar.

Boyalı Küpler

8 kırmızı, 8 mavi, 8 sarı kare var.



Maupertius-Voltaire Problemi

Bu problem ilk kez 18. yüzyılda Fransız matematikçisi Maupertius ve filozof Voltaire ortaya attı. Yanıt şudur: Dünyanın merkezine doğru hızımız giderek artarak düşersiniz. Merkezde hızımız 8 km/saniyeye erişir. Tünelin öteki ucuna doğru hızımız giderek azalarak düşersiniz (merkezden uzaklaşırken merkezden giderek sizi daha çok kendine çekmesi yüzünden), tünelin öteki ucunda hızınız sıfır olur. Kenara tutunup yeryüzüne çökabilmeniz kurtulursunuz; aksi halde sonsuza kadar tünelin iki ucu arasında gidip gelirsiniz (daha doğrusu iskeletiniz gidip gelir). Bu çözüm hava sürtünmesi yok sayılarak yapılmış teorik bir çözümdür. Aslında sürtünme nedeniyle merkez etrafında gidip kü-

çülen genliklerde (ampütüd) gidip gelmeler yapar ve sonunda merkezde yapışır, sonsuza kadar orada kalırsınız.

İskele Problemi

Belki bazılarız "herhalde politikacıdır" diye düşündünüz, ama o değil. İskeleyle dindik oturan ve iki ayağını iskele ayaklarına yapıştıran bir kimse ayağı kalkamaz. Ayağı kalkabilmesi için öne eğilmesi veya ayaklarını iskele altına doğru kaydırması gerekir. Çünkü denge için ağırlık merkezinden yer indirilen dikim, kişinin ayaklarından geçmesi gerekir. Oturan insanın ağırlık merkezi göbeğin 20 cm üstünde omurgaya yakındır; bu nedenle kipi öne eğilerek ağırlık merkezini ayakları hizasına veya ayaklarını arkaya iterek ayaklarını ağırlık merkezi hizasına getirir. Aksi halde ayağı kalkması imkansızdır. Pisa Kulesi, ağırlık merkezi silindirin tabanı sırtları içine düştüğü için devrilmez. İp camazları dayanma yüzeyleri küçüldüğü için dengesi zor sağırların ellerindeki sırtla ağırlık merkezlerini sürekli tabanları hizasına getirir. Eski deniz kurtları karada ayaklarını ayına ayına geniş tabanlı yürütürler; çünkü güne yalpalara dayanmak için dayanma yüzeylerini genişletmeyi öğrenmişlerdir. Otobüste düşmemek için biz de ayaklarımızı ayırırız. Kafaları üstünde yük taşıyan hamullar ve Afrikalı kadınlar dindik yürütürler; aksi halde dengeleri bozulur.

Bir Saymatik

3 sayının toplamı en çok 27 olabileceğinden $(9+9+9=27)$, Y 1 veya 2 olmalıdır. Sağdan 1.sütunda toplamın Z olabilmesi için $X+Y=10$ olmalıdır. Bu ise şunlarla mümkündür: 9 ve 1, 8 ve 2, 7 ve 3, 6 ve 4. Bu sıtundan toplam elde bir verir. Sağdan 2. sütunda $1+X+Y+Z$ 'nin X olabileceği için $1+Y+Z=10$ olmalıdır; bu ise $Y+Z=10$ demektir. Bu durumda olasılıklar: $Y=1, X=9, Z=8$ veya $Y=2, X=8$ ve $Z=7$. Buna göre iki olasılık vardır: $9999+1111+8888=19998$ veya $8888+2222+7777$. İkinci solda Y içermediğinden geçerli olmaz.Sonuç: $9999+1111+8888=19998$.

Düşündürücü Zarlar

Her zarın 6 yüzü var, iki zar birlikte atıldığında $6 \times 6 = 36$ olasılık vardır. Şanslıların eşit olması için 2 zar atıldığında 18 kombinasyon mavi, 18 kombinasyon kırmızı olmalıdır. 1. zarda 5 kırmızı ve 1 mavi yüz var. 2. zarda x kırmızı ve 6-x mavi yüz olsun. Kırmızı yüz kombinasyonu $5x$ ve mavi yüz kombinasyonu $1(6-x)$ dir. O halde $5x+6-x=18$ den $x=3$. İkinci zarda 3 yüz kırmızı, 3 yüz mavi olmalıdır.