



Not Defteri

V u r a l A l t ı n

Doğal Birimler

$$L_p = 1.61624 \times 10^{-35} \text{ m}$$

$$M_p = 2.17645 \times 10^{-8} \text{ kg}$$

$$T_p = 5.39121 \times 10^{-44} \text{ s}$$

Ölçmek nedir ölçmek? Bir masanın boyu, bilmiyoruz, x diyelim; nedir x'in birimi?... Belki değil. Yok ki... Öyle ya, masanın boyu orada duruyor, biz olsak da olmasak da; nereden haberi olacak bizim birimlerimizden, metreden filan: Ta ki belli bir birimle ölçmeye karar verene kadar. Diyelim metre birimini kullanmaya karar verdik, metreyle ölçmeye: O zaman "x metre" diyoruz uzunluğuna, "x metre olsun, da nedir bakalım..." Sonra ne yapıyoruz: Bir metre çubuğu alıp masanın boyunu tarıyoruz, içinde bizim metremizden kaç tane var ona bakıyoruz. Yani bir oran alıyoruz, $(x \text{ m}) / (1 \text{ m}) = x$, diyelim 2; bu 2 ne? Tane: Birimsiz. Oran olduğu için birimsiz. Vay canına; demek bütün ölçümler birimsiz, oranlardan ibaret. Kıyaslama yapıyoruz çünkü, yalnızca kıyaslama; William Shockley'in dediği gibi: "Ölçmek, kıyaslamaktır."

O zaman, bir değişkenin farklı değerlerini birbiriyle kıyaslayabilir, oranlarını alabiliriz; de ölçümlerin kendilerinin ne anlamı oluyor, mutlak? Doğanın kendi birimleri olsaydı, ölçümler bu birimlerle yapılsaydı; o zaman olurdu. Halbuki bizim kullandığımız birimler dünya kökenli, dünyadaki yaşamdan kaynaklanıyor; medeniyetimizin ürünü. Yaşam demek gözlem demek, gözlem de yaşam. Bilim bunların tesbiti, yenilerinin tasarımı, icrası, aralarındaki bağlantıların inşası; teknik de, kullanımı. O yüzden Bilim ve Teknik: yaşasın! Neyse... Örneğin metre, meridyen boyunun kırk milyonda biri. Saniye günün kesri, kilogram bir desimetreküp suyun kütlesi filan. Gerçi metreyle saniyenin modern tanımını farklı; ışık hızı, sezyum saati; ama köken öyle. Bunlar fani, insan yapımı; Doğanın kendi birimleri var mı acaba, kendi iç işleyişinde kullandığı?... Örneğin kütle için?... Bir sürü parçacık var, atom veya molekül: hangisinin küt-

lesini birim sayacaksınız? Temel parçacıklar, keza bir sürü: hangisinininki daha temel?... Zaman?... Evrende bir sürü salıncak var; atom saatleri, farklı atomların; çekirdek saatleri, farklı çekirdeklerin; gezegenlerin, yıldızların filan: Hangisinin periyodu temel? Uzunluk için: dünyanın yarıçapı, güneşe uzaklığı?... Gerçi bu ikincisi gökbilimde kullanılıyor, kaba bir birim olarak; ama duyarlı değil, yıl boyunca değişiyor. Diğeri de öyle, nerede ölçüldüğüne bağlı. Hem; dünyanın evrene ölçü biçmek gibi bir yetkisi mi var, evren ona böyle ayrıcalıklı bir konumu niye tanımış olsun ki? Onu biz yapıyoruz, üzerinde yaşadığımız için; o bizim teknemiz de ondan. 'Antropik' ilke, insan merkezli... Başka şeylere bakmak lazım. Bohr atomunun yarıçapı örneğin: Ama başka bir sürü uzunluk daha var, atom yarıçapları; hangisini temel olarak alacaksınız? Gerçi sicim kuramında bir λ_s var, sicim uzunluğu, onun temel gibi durduğu düşünülüyor... Ama bunu kuramsal fizikçi bir arkadaşına sormak lazım. Anlaşılan; görünürde doğanın, bizim algıladığımız boyutlar için birim olarak sunduğu bir şey yok gibi, doğrudan önerdiği... O yüzden zaten dolaylı olarak tanımlamışız metreyi, sonunda ışık hızı cinsinden. Hah! Evrensel sabitler: Doğa belki bizim temel saydığımız birimler için, doğrudan standartlar

vermiyor; ama karmaşık birimler kanalıyla önerilerde bulunuyor. Örneğin ışık hızı, evrensel bir sabit: m/s, 'uzunluk bölü zaman' birimi?... Öyle ya; uzunluk, kütle ve zaman için doğal birimler yoksa eğer; L, M, T için doğrudan verilen; belki bunların kombinasyonları için vardır, evrensel sabitler aracılığıyla verilen... O zaman bu karmaşık birimlerin doğal değerlerinden, L, M, T için de doğal birimler bulunabilir. Doğanın dolaylı olarak önerdiği temel birimlerimiz olur bunlar. Güzel! Başka hangi evrensel sabitler var, ışık hızından başka?...

Planck sabiti \hbar , evrensel kütleçekim sabiti G, Boltzmann sabiti k ve boşluğun elektrik geçirgenliği $1/4\pi\epsilon_0$. Bunlar, bizim uydurduğumuz uluslararası standart (SI) birimleriyle belli değerlere sahip, yandaki tablodaki. Mantık şu: Doğanın kendi birimleri olsaydı eğer, evrensel sabitlerin bu birimler cinsinden değeri, en doğal sayı olan 1'e eşit olurdu. Şimdi soru şu: Bu evrensel sabitleri 1 yapacak olan birimler nelerdir?...

Dikkat edilecek olursa, $1/4\pi\epsilon_0$ için kullanılan birimler arasında coulomb var. Diyelim temel birim olarak, amper yerine o kullanılıyor. Bu durumda temel birimler; metre, kilogram, saniye, coulomb ve kelvin. Doğanın

Evrensel sabit	Simge	SI birimi	SI büyüklüğü
Işık hızı	c	m.s ⁻¹	3x10 ⁸
Planck sabiti	$\hbar = h/2\pi$	kg.m ² .s ⁻¹ (J.s)	1.05x10 ⁻³⁴
Kütleçekim sabiti	G	m ³ .kg ⁻¹ .s ⁻²	6.67x10 ⁻¹¹
Boltzmann sabiti	k	kg.m ² .s ⁻² .K ⁻¹ (J/K)	1.38x10 ⁻²³
Boşluğun elektrik geçirgenliği	$1/4\pi\epsilon_0$	kg.m ³ .s ⁻² .C ⁻²	8.99x10 ⁹

Not Defteri

Planck	İfade	MKS büyüklüğü
Uzunluğu, L_p	$(\hbar G/c^3)^{1/2}$	1.61624×10^{-35} m
Kütlesi, M_p	$(\hbar c/G)^{1/2}$	2.17645×10^{-8} kg
Zamanı, T_p	$(\hbar G/c^5)^{1/2}$	5.39121×10^{-44} s
Sıcaklığı, Θ_p	$(\hbar c^5/k^2 G)^{1/2}$	1.41679×10^{32} K
Yükü, Q_p	$4\pi\epsilon_0\hbar c$	$1.8755459 \times 10^{-18}$ C

uzunluk birimi $L=x_1$ m, kütle birimi $M=x_2$ kg, zaman birimi $T=x_3$ s, sıcaklık birimi $\Theta=x_4$ K, yük birimi $Q=x_5$ C olsun. Problem; $x_1=L/m$, $x_2=M/kg$, $x_3=T/s$, $x_4=\Theta/K$, $x_5=Q/C$ oranlarının bulunmasına indirgenmiş oluyor. Evrensel sabitler bu yeni birimler cinsinden yazılınca, herbirinin 1'e eşit olması lazım. Yani; burası önemli; evrensel sabit simgelerini, birimlerinden koparıp, sadece SI büyüklüklerini temsil ediyormuşlar gibi kullanırsak; x_i 'leri bulmak kolay, kutuda olduğu gibi.

olarak adlandırılabilirler." Büyük insan doğrusu. O kadar önemsemiş ki bu konuyu, siyah cisim ışımasıyla ilgili makalesinin bir eki olarak yayınlamış, 1900 yılındaki. Biraz yakından bakalım şu 'doğal' birimlere, akıl cimmastığı yapalım, SI birimleriyle kıyaslayarak...

Planck uzunluğu çok küçük, kütlesi ise çok büyük: Protonun kütlesinin $(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})$ 1.3×10^{19} katı, dev bir kütle. Planck zamanı çok kısa, sıcaklığı çok büyük. Yükü ise, elektron veya protonun yükünden büyük; 11 katı kadar. İlginç: niye büyük?... İki protonu,

sahip iki parçacık için bu oran, $(Q_p^2/4\pi\epsilon_0)/GM_p^2$; hesaplırsak, 1 oluyor. Yani Planck kütleyle yükü, elektromanyetik ve kütleçekim kuvvetlerini eşitleyen büyüklüklere sahip. Bunda şaşılacak birşey yok aslında; Planck kütleyle yükünü bulurken, hem G'yi hem de $1/4\pi\epsilon_0$ 'ı 1'e eşitlemiştik çünkü... Fakat o zaman, "kütleçekim kuvveti elektromanyetik kuvvete oranla niye bu kadar zayıf" sorusunun yerine, "protonun kütlesi yüküne oranla niye bu kadar küçük" diye sormak lazım. Frank Wilczek'in dediği gibi².

Başka ne var? Planck yüküne ve külesine sahip bulunan, fakat yüklerinin işareti zıt olan iki parçacığın, birbirlerine Planck uzunluğu kadar yaklaştırılmaları halinde, bu iki parçacıklı sistemin elektrostatik potansiyel, yani bağlanma enerjisi ne olurdu: $Q_p^2/(4\pi\epsilon_0 L_p) = (1.876 \times 10^{-18})^2 / (8.99 \times 10^9) / (1.616 \times 10^{-35}) = 1.96 \times 10^9$ J. İlginç: Bu da $k\Theta_p$ 'ye eşit. Yani Planck sıcaklığındaki ortalama kinetik enerji düzeyine... Böyle bir 'Planck atomu' olabileseydi eğer, hidrojene benzer; Planck sıcaklığında iyonlaşırdı ancak... Ama bu saçma görünüyor.

$$\begin{aligned}
 c \text{ (m.s}^{-1}\text{)} &= 1 \text{ (L.T}^{-1}\text{)} & \rightarrow c &= (L/m).(T/s)^{-1} & \rightarrow c &= x_1.x_3^{-1} & (1) \\
 \hbar \text{ (kg.m}^2\text{.s}^{-1}\text{)} &= 1 \text{ (M.L}^2\text{.T}^{-1}\text{)} & \rightarrow \hbar &= (M/kg).(L/m)^2.(T/s)^{-1} & \rightarrow \hbar &= x_2.x_1^2.x_3^{-1} & (2) \\
 G \text{ (m}^3\text{.kg}^{-1}\text{.s}^{-2}\text{)} &= 1 \text{ (L}^3\text{.M}^{-1}\text{.T}^{-2}\text{)} & \rightarrow G &= (L/m)^3.(M/kg)^{-1}.(T/s)^{-2} & \rightarrow G &= x_1^3.x_2^{-1}.x_3^{-2} & (3) \\
 k \text{ (kg.m}^2\text{.s}^{-2}\text{.K}^{-1}\text{)} &= 1 \text{ (M.L}^2\text{.T}^{-2}\text{.}\Theta^{-1}\text{)} & \rightarrow k &= (M/kg).(L/m)^2.(T/s)^{-2}.(K)^{-1} & \rightarrow k &= x_2.x_1^2.x_3^{-2}.x_4^{-1} & (4) \\
 1/4\pi\epsilon_0 \text{ (kg.m}^3\text{.s}^{-2}\text{.C}^{-2}\text{)} &= 1 \text{ (M.L}^3\text{.T}^{-2}\text{.Q}^{-2}\text{)} & \rightarrow 1/4\pi\epsilon_0 &= (M/kg).(L/m)^3.(T/s)^{-2}.(Q/C)^{-2} & \rightarrow 1/4\pi\epsilon_0 &= x_2.x_1^3.x_3^{-2}.x_5^{-2} & (5)
 \end{aligned}$$

veya: (1) $c.x_3=x_1$, (2) $\hbar.x_3=x_2.x_1^2$, (3) $G.x_2.x_3^2=x_1^3$, (4) $k.x_3^2.x_4=x_2.x_1^2$, (5) $1/4\pi\epsilon_0.x_3^2.x_5^2=x_2.x_1^3$.

(1)'den $x_3=x_1/c$ 'yi çözer, (2)/(1)'den de $x_2=\hbar/(cx_1)$ elde ederiz. Bunları (3)'e yerleştirmek, $x_1=(\hbar G/c^3)^{1/2}$ verir. Geri dönüp, bir önceki ifadede $x_2=(\hbar c/G)^{1/2}$, ilkinden de, $x_3=(\hbar G/c^5)^{1/2}$ bulunur. Bu sonuçların (4)'e yerleştirilmesi $x_4=(\hbar c^5/k^2 G)^{1/2}$, (5)'e yerleştirilmesi $x_5=4\pi\epsilon_0\hbar c$ verir. Yani: $L=(\hbar G/c^3)^{1/2}$ m, $M=(\hbar c/G)^{1/2}$ kg, $T=(\hbar G/c^5)^{1/2}$ s, $\Theta=(\hbar c^5/k^2 G)^{1/2}$ K, $Q=4\pi\epsilon_0\hbar c$ C.

Tüm diğer birimlerin doğal karşılıkları, bu birimlerden türetilirler; kuvvet, enerji, güç, gerilim, direnç, manyetik akı, vs. Fizik denklemleri bu birimler cinsinden yazıldıklarında basitleşirler. Çevrim faktörleri ortadan kalkar, yandaki tabloda olduğu gibi. Fakat, π hâlâ ortada. Bu ilginç bir sayı, boyutsuz ve evrensel. Tevekkeli bazı matematikçiler tarafından milyonuncu basamağına kadar hesaplanıyor...

Max Planck 1897-1899 yılları arasında, Prusya Bilimler Akademisi'ne, birbirini izleyen beş rapor sundu. Hepsinin de başlığı aynıydı: Işımanın Tersinmez Süreci Hakkında. ('Über irreversible Strahlungsworgänge') Siyah cisim ışımasında, enerji yoğunluğunun frekansa bağlı dağılımının formülünü bulmuştu. Kendi adıyla anılan h sabitinin Boltzman sabitine oranıyla karşılaşıncı da, ilk iş olarak; h , G , c ve k 'dan hareketle; uzunluk, zaman, kütle ve sıcaklığın 'doğal birimleri'ni hesaplamış olsa gerek. Raporlarının içeriğini ve Münih'te yaptığı bir konuşmanın özetini, 1900 yılında bir makale olarak yayınladı. Şöyle diyor orada¹: "Bunların anlamı; tüm zamanlar, dünya ve insanlık dışı da dahil olmak üzere tüm medeniyetler için önem taşıyor; dolayısıyla 'doğal birimler'

İlişki	MKS birimleriyle	Planck birimleriyle
Kütleçekimi yasası	$F=Gm_1m_2/r^2$	$F=m_1m_2/r^2$
Coulomb yasası	$F=q_1q_2/4\pi\epsilon_0r^2$	$F=q_1q_2/r^2$
Enerji-frekans	$E=\hbar\omega$	$E=\omega$
Enerji-kütle	$E=mc^2$	$E=m$
Enerji-momentum	$E^2=(m.c^2)^2+(p.c)^2$	$E^2=m^2+p^2$
Enerji-sıcaklık	$E=(1/2)kT$	$E=T/2$
Maxwell yasaları:	$\text{div.E}=(1/\epsilon_0)\rho$	$\text{div.E}=4\pi\rho$
	$\text{div.B}=0$	$\text{div.B}=0$
	$\text{gradx.E}=-\partial\mathbf{B}/\partial t$	$\text{divx.E}=-\partial\mathbf{B}/\partial t$
	$\text{gradxB}=\mu_0\mathbf{J}+\mu_0\epsilon_0\partial\mathbf{E}/\partial t$	$\text{divxB}=4\pi\mathbf{J}+\partial\mathbf{E}/\partial t$

birbirlerinden r uzaklığına koyup, aralarındaki elektrostatik ve kütleçekimi kuvvetlerinin oranına bakarsak; $F_E/F_G=(e^2/4\pi\epsilon_0r^2)/(Gm_p^2/r^2)=(e^2/4\pi\epsilon_0)/Gm_p^2=(1.6 \times 10^{-19})^2/(8.99 \times 10^9)/6.67 \times 10^{-11}/(1.67 \times 10^{-27})^2=1.24 \times 10^{36}$ çıkıyor. Çok büyük bir oran. İki elektron için daha bile büyük, bu F_E/F_G oranı; 4.18×10^{42} oluyor. Elektromanyetik kuvvet, kütleçekimine oranla niye bu kadar büyük? Halbuki, Planck külesine ve yüküne

Bildiğimiz temel parçacıkları birbirine bu kadar yaklaştırmak mümkün değil. Parçacık boyutları Planck uzunluğundan çok daha büyük çünkü, kuarklarınki bile 10^{-18} metre... Neyse şimdi bunu bırakalım da, elimizdeki şu 5 sabite bir bakalım. Yakından... Hangileri gerçekten evrensel?...

¹Okun, L. B., 1 Cube of Hypercube of Natural Units, arXiv: hep-ph/0112339 v1 27 Dec 2001.

²Wilczek, F., Physics Today, Vol.54, No.6, s. 12, June 2001.