Zekâ Oyunları

Selçuk Alsan

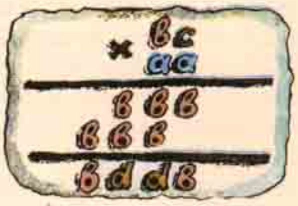
Futbolcular

11 oyuncudan oluşan bir futbol takımında yaş ortalaması 22'dir. Bir oyuncu yaralanıp oyun dışına çıkarılınca kalan 10 oyuncunun yaş ortalaması 21 olur. Yaralanan oyuncu kaç yaşındadır?

Pulların Sayısı

Çantamdaki pulların sayısı iki basamaklı bir sayıdır. Bu sayıya A diyelim. Bu iki basamağın toplamına, iki basamağın toplamının karesini ekleyince A'yı elde ediyoruz. A kaçtır?

Harfematik



Farklı harfler farklı sayıları, aynı harfler aynı sayıları gösterir.

Bardaklar

Yan yana üç boş ve üç dolu bardak var. 1., 2., 3., bardaklar boş, 4., 5., ve 6. bardaklar dolu. Tek bir bardağı oynatın. Bir dolu, bir boş, bir dolu, bir boş... durumu oluşsun.

9 Nokta

x	x	x
x	x	x
x	x	x

Bu 9 noktadan elinizi kağıttan kaldırmadan 4 doğru geçiriniz.

Pazartesi

Bir ayın içinde 5 Pazartesi olmasının koşulları nelerdir?

Satranç ve Sihirli Kare

a) Bir ata bir satranç tahtası üzerinde, hamlelere 1, 2, ..., 64 diyerek öyle 64 hamle yaptırın ki at başladığı kareye dönsün ve bütün sıraların ve sütunların (fakat köşegenlerin değil) toplamı birbirine eşit olsun.

(Köşegenlerin toplamı da, sıra ve sütunların toplamına eşit tam bir sihirli kare yapacak bir at turu bugüne kadar bulunamamıştır).

b) Her biri satranç tahtasının 32 karesini kaplayacak iki yarım at turu (1-32 ve 33-64) yapın. (32. hamleden 33. hamleye geçiş atın hareketi gibi değil) (Tahtayı ortadan ikiye bölmek yok; yalnızca 32 kare). Hamle sayıları tam bir sihirli kare oluştursun.

c) Şah'a satranç tahtasının 64 karesini öyle gezdirin ki hamle sayıları tam bir sihirli kare oluştursun. (Scientific American, Eylül 1997).

Gölgeler

Dünya üstünde gölgeler genellikle öğleyin en kısadır; akşama doğru uzar. Dünyada gölge uzunluğunun değişmediği bir yer var mıdır?

21 Bilye

21 bilyeyi 4 kutuya öyle dağıtınız ki her kutu içinde tek sayıda bilye olsun.

Baykuşun Kareleri

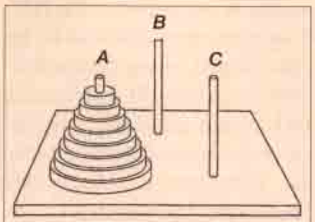
Bu 9 kareye öyle sayılar koyunuz ki yatay, dikey ve çapraz karelerin toplamı 1980 olsun. Aksi halde bahçenize baykuşlar dolsun.

Sırayı Tamamlayın

4, 7, 12, 21, 38, ...

38'den sonra hangi sayı gelmeli?

Hanoi Kulesi



Bir A çubuğu üzerine en alttaki en geniş, en üstteki en dar olmak üzere çapları giderek küçülen 64 halka yerleştirilmiş. A'nın yanında B ve C çubukları var. Halkaları A'dan alarak çubuklardan biri üzerine A'daki sırayla dizeceksiniz. Kural şu: Bir halka asla kendinden daha küçük bir halka üzerine konulmayacak, daima kendinden büyük bir halka üzerine konulacak. Bir halkayı oynatmak 1 saniye alırsa bu nakil ne kadar zamanda biter? (İnternet'den.)

Elektrik Telleri

4 katlı bir binada bir boru içinde 4 elektrik teli var. En alt ve en üst katta tellerin ucu borudan dışarı çıkıyor. En alt katta tellerin ucunda 1,2,3 ve 4 diye numara var. En üst katta görülen 4 tel ucunun hangisinin hangi numara olduğu bilinmiyor. Elinizde yalnız bir ampul ve bir akümülatör var. Hangi telin hangi numara olduğunu nasıl ve kaç operasyonda bulursunuz?

Kolay Bir Kanıtlama

Kanıtlayınız ki ardışık 4 sayının çarpımına 1 eklenince bir kare sayı elde edilir.

Doğum Günü

Haftanın hangi gününde doğduğunuzu nasıl bulursunuz?

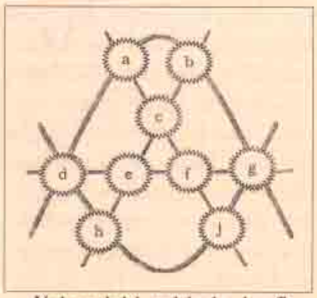
Öğrenciler

A, B, C ve D sınıfları var. A hariç öğrenci sayısı 42, B hariç öğrenci sayısı 40, C hariç öğrenci sayısı 38 ve D hariç öğrenci sayısı 36. Her sınıfta kaç öğrenci var?

18!

18!'in son 3 rakamı nedir?

1'den 9'a



Yukarıdaki tabloda harflerin yerine 1'den 9'a kadar rakamların yerleştirilmesi gerekiyor. Sonuçta a+c+f+j, h+e+c+b, d+e+f+g, a+b+g+j ve a+d+h+j toplamları eşit değerde olmalı. Yapmanız gereken hangi rakamın nereye yerleştirilmesi gerektiğini bulmak. (ODTÜ Matematik Zekâ Oyunları Topluluğu'ndan)

Elinizi Kaldırmadan

Kral Aslan Yürekli Richard'ın resmini elinizi masadan kaldırmadan ve bir çizginin üstünden ikinci kez geçmeden çizebilir misiniz?

İki Hilal

İki hilalin alanlarının toplamı nedir?

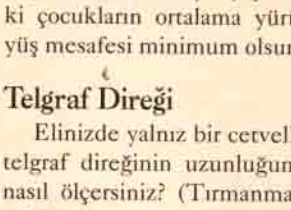
Okulun Yeri

A, B ve C köyleri bir diküçgenin köşelerindedir. C dik köşe. Okulu nereye yapalım ki çocukların ortalama yürüyüş mesafesi minimum olsun?

Telgraf Direği

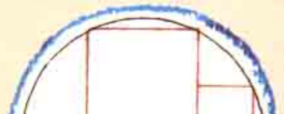
Elinizde yalnız bir cetvelle telgraf direğinin uzunluğunu nasıl ölçersiniz? (Tırmanmak yok.)

İki Kare



İki kare şekildeki gibi bir yarım daire içine konulmuş. Küçük karenin alanı S ise büyük karenin alanının 4S olduğunu ispatlayınız.

Kibrit Bilmecesi



Bir kibrit çöpünü yerinden oynatın; eşitlik sağlansın.

Açıyı Hesaplayın

Saat 7'yi 38 geçe akreple yelkovan arasındaki açı nedir?

Savaş Alanı Paralelkenarsa

Savaş alanı ABCD paralelkenar'dır. Ordu komuta merkezi ABCD içindeki bir M noktasıdır. M'den A'ya, B'ye, C'ye ve D'ye siper kazılmıştır. Bu sırada haritacılar şu açıları ölçmüştür: MBC açısı= 20°, MCB açısı+ 50°, MDA açısı= 70°, MAD açısı= 40°. Alan top ateşi altında olduğundan A, B, C ve D açıları ölçülememiştir. Genel Kurmay, savaş alanı paralelkenarının A, B, C ve D açılarını soruyor. Bu açıların değerini bulunuz.

a+b+c= 15

Boş karelere öyle sayılar koyunuz ki yan yana herhangi 3 sayının toplamı 15 olsun.

Kitabın Fiyatı

9 kitabın fiyatı 1 rubleden az; 10 kitabın fiyatı 1 rubleden fazla. 1 ruble= 100 kopek. Kitabın fiyatı nedir?

1998 Sayı

1998 adet farklı doğal sayıdan oluşmuş bir küme verilmiş. Bu sayılardan hiçbiri, bu kümedeki sayılardan ikisinin toplamı değil. Bu kümenin en büyük sayısı en ez kaçtır? (Quantum, Mayıs, Haziran 1998. Challenges in physics and math., s. 15)

Puanlar Değişince

Bir futbol turnuvasında yengi 3, beraberlik 1 ve yenilgi 0 puansa, bu puanlara göre birinci olan takım eski puan sistemine göre (yengi 2, beraberlik 1, yenilgi 0) sonuncu olabilir mi?

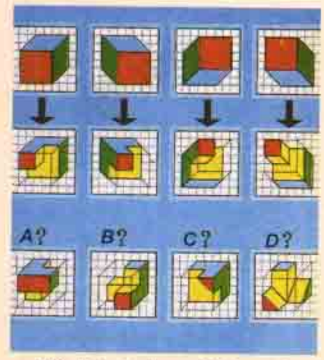
Neden Çift Sayı?

Öğretmen öğrencilere kareli defterin çizgilerini izleyerek çokgen çizmelerini söyledi ve sonra kaç kenarlı çokgen çizdiklerini sordu. Biri 4, diğeri 12, bir diğeri 10 dedi. İşin garibi öğrencilerin hepsi de çift bir sayı söyleyerek yanıt verdi. Acaba neden?

Kesirler ve Esirler

Cin Ruhi Kara Örümcekler yıldızında fosilleşmiş böcekler ararken Karanlık Gelecekler fedailerine esir düşmüştü. Bu yıldızda herşey karaydı: Peçeler, geceler, çarşaflar ve çirkefler, sarıklar, çarıklar, sakallar, çakallar, botlar, otlar, paralar, dubaralar, yarasalar, piyasalar... Başka esirlerle beraber tek sıra oldular. Her esirin, paydası 99'u geçmeyen sadeleştirilmiş bir kesir şeklinde bir numarası vardı. Kara cüppeliler esirleri sıra numarasına dizdiler. Cin Ruhi'nin numarası 5/8'di. Daha önceden Entelijans Servis (Haberalma) Ruhi'ye iki esirin kulak yollarında minik birer lazer silahı sakladığını bildirmişti; bunlar kurtulmalarını sağlayacaktı. Her esirin numarası arkasında yazıyordu ve ışık yasak olduğundan numaralar okunamıyordu. Ruhi, lazerli esirlerin numarasını önceden biliyordu. Hemen bir hesap yaparak önündeki ve arkasındaki esirin numarasını hesapladı ve sevinçle gördü ki bir rastlantı sonucu bunlar lazer silahlı arkadaşlarıydı. Tabii ki ondan sonra kurtuldular; lazerin yırttığı karanlıklar arasında Atatürk roketine ulaşıp güneşli dünyamıza döndüler. Öykü bu kadar; ama problem devam ediyor: Cin Ruhi, önündeki ve arkasındaki birer esirin numaralarını nasıl bulmuştu?

Üç Boyutlu Hayal Gücü



Bir küpün karşılıklı yüzleri kırmızı, yeşil ve maviye boyanmış. Küp sarı ve kesilebilir bir maddeden yapılmış. 1. sırada bu küpün değişik açılardan görünüşü verilmiş; kırmızı yüz önde sağdan ve soldan bakış; kırmızı yüz yukarıda soldan ve sağdan bakış. 2. sıra birinci resimde bu küpten bir parça kesilip atıldıktan sonra küpün kalan parçasının görünüşü verilmiş. 2. sıranın diğer resimlerinde 2. sıra 1. resmin değişik açılardan görünüşü verilmiş. A, B, C ve D'de bir parçası kesilip atıldıktan sonra kalan 4 küp parçası görülüyor. Bu dört küp parçasının her birinde atılan parça değişik biçimde. Her parçanın 2. sıradaki gibi 3 değişik açıdan görünümünü kareli kağıda çizin. Toplam 12 resim çizeceksiniz.

Torus (Simit Yüzeyi)

Simit veya otomobil tekerleği iç lastiği biçiminde bir halkaya torus denir. Torus bir dairenin, kendisiyle düzlemdaş bir doğrunun etrafında dönmesiyle elde edilen şekildir. Torusun hacmini ve yüzeyini veren formülü bulunuz. (Bunun için çok kolay bir yol vardır; basit aritmetik ve biraz geometri yeterlidir. Bir silindir düşünün).

Geçen Ayın Çözümleri

İşgal Kuvvetleri

a) Vezir: 5 vezir yeterlidir: c6, d3, e5, f7, g4. 5 vezir 8 x 8 lik tahtaya 4860 türlü yerleştirilebilir. 5 vezir 9 x9, 10x10 ve 11x11 karelik satranç tahtaları için de yeterlidir. (deneyebilirsiniz). nxn kare için genel çözüm bulunamamıştır.

b) Fil: 8 fil yeterlidir: d1,d2,d3,d4,d5, d6, d7, d8 veya a4,b4,c4,d4,e4,f4,g4,h4. Merkezden geçen bir dikey veya yatay üzerine filleri dizmek yeterlidir. n fil nxn kareye p farklı şekilde konabilir: $n=4k$ ise $p=[(2k-1)!\ (4k^2+k)]^2$, $n=4k+2$ ise: $p=[(2k)!\ (4k^2+5k+2)]^2$; $n=2k+1$ ise $(k>0)$: $p=2(k!)^2\ (k+2)$.

c) Kale: nxn kare için n kale yeterlidir (köşegen boyunca dizilmiş). n kale, nxn kareye $2n^n-n!$ şekilde dizilebilir.

d) Herhangi bir n sayısı şu üç şekilden biri şeklindedir: n=3k, n=3k-1, n=3k-2. nxn karelik bir satranç tahtasında bütün serbest karelerin kontrolü için k^2 şah yeterlidir. 8x8 için k=3. O halde 9 şah yeterlidir: b2, b5, b8, e2, e5, e8, h2, h5, h8.

e) At: nxn kare için genel çözüm yok. 8x8 lik tahtada 12 at yeterli: b6, c2, c3, c5, c6, d3, e6, f2, f3, f6, f7, g2.

f) Piyon: 8x8 lik tahta için 29 piyon yeterli: 1. yatay hatta ve a, d ve g dikey hatlarına. nxn'lik tahta için yanıtı kendiniz bulabilirsiniz.

g) Normal 8 kişilik ordunuzla en fazla 63 kareyi tehdit edebilirsiniz. Ancak iki filinizin ikisi de aynı renkteyse; 64 karenin hepsini tehdit edebilirsiniz:

Ka8, Vc3, Fc6, Ad5, Ae4, Ff3, Şf6, Kh1. Eğer yalnız serbest (üzerinde taş bulunmayan) kareleri tehdit etmek istiyorsanız 7 taş yeterlidir: Şb4, Vg2, Kf8, Kh1, Ac7, Ae5, Fc5.

Son Üç Harf

Derbeder, lebaleb, serkomiser, keşmekeş, tam tam, rap rap, çek çek. (Siz kendiniz de daha bulabilirsiniz.)

Birbirini Alamayan Taşlar

a) 8 vezir. nxn karelik bir satranç tahtasına, birbirini alamayacak şekilde n'den fazla vezir koyamazsınız. 2x2'lik tahtada bu sayı 1, 3x3'lük tahtada 2'dir. Bunun ispatı matematikledir ve karmaşıktır; ispatı matematik kitaplarında bulabilirsiniz.

Bu probleme toplam 92 çözüm vardır; bunlardan 12'si temel olup diğerleri onların döndürülmüş şekilleridir.

b) 8 kale. nxn'lik karede n kale. n kale nxn'lik tahtaya n! şeklide yerleştirilebilir.

c) 14 fil. nxn'lik tahtaya 2n-2 fil konulabilir. 8x8'lik tahtada 1. yataya 8 fil ve sonuncu yataya köşeler hariç 6 fil koyarsınız.

d) 32 at. Bütün beyaz karelere veya bütün siyah karele birer at.

e) n=2k veya n=2k-1 olsun. nxn'lik bir kareye k^2 şah konulabilir. 8x8 için k=4 olduğundan yanıt 4^2= 16 şah. 16 şah 8x8 lik kareye 287571 türlü konulabilir. Şahlar bütün tek sayılı (1,3,5,7) yataylarda aynı renk karelere veya bütün çift sayılı (2, 4, 6, 8) yataylarda aynı renk karelere konur. nxn kareye şah kaç türlü konulur: Genel formül bilinmiyor.

f) n=2k veya n=2k-1 iken nxn'lik kareye nk piyon konabilir. n=8 ve k=4 için bu 4.8= 32 piyon demektir. Piyonlar bir atlayarak yatay veya dikey sıralara konulabilir.

g) 8vezir+8. kale+14fil+21at konulabilir. İstenirse 13 siyah kareden 8'ine birbirini alamayan 8 şah da konabilir. Toplam:8+8+14+21+8=59 kare işgal edilebilir. (Geriye 5 siyah kare boş kalır).

Asal Sayıların Sayısı

a) En basiti Eratosthenes kalburudur (M.Ö 3. yüzyıl). 1'i çizin. 2 asaldır. 2 ile bölünen bütün sayıların üstünü çizin. Şimdi üstü çizilmeyen ilk sayı 3'dür 3 asaldır. 3'ün katlarının üstünü çizin. Şimdi üstü çizilmeyen ilk sayı 5'dir; 5 asaldır; 5'in katlarının üstünü çizin vb.

b) 1896'da J. Hadamard ve Ch. J. de la Vallée-Poussin tarafından birbirinden habersiz bulunan bir formülle

π (x) = x/logx (yaklaşık olarak) (π, bildiğimiz π değil, f yerine kullanılmış, x'e kadar olan asal sayıların sayısı yaklaşık x/logx'e eşittir. f(x) demek)

x sonsuza yaklaştıkça bu sayı gerçeğe yaklaşır.

Bir Denklem

x=2k+1 ve y=3k+1 alınırsa (k= 0, 1,2,3,...) sonsuz sayıda çözüm olduğu görülür.

Asal Sayı Var mı?

Bertrand postülatına göre, n ile 2n arasında en az bir tane asal sayı bulunur. Bu postülat Çebişev tarafından ispatlanmıştır.

İlginç Asal Sayılar

a) 2, 3 ve 11. 5=2+3 ve 7=2+5

11'den büyük bütün asal sayılar, en az iki asal sayının toplamıdır (Crux Mathematicorum, 4:1, s. 28-30, Ocak 1978).

b) 37=29+5+3=23+7+5+2= 19+11+7=19+11+5+2= 23+11+3=19+13+5= 19+13+3+2=17+13+7= 17+13+5+2= 17+11+7+2.

Gnomon Sihirli Kare

5 farklı çözüm vardır:

374	486	495	576	657
615	321	312	231	241
829	759	768	849	839

Çıtırtı

Yürürken ağırlığımız altında kar kristalleri kırılır ve patlar; çıtırtı bundan ileri gelir.

Kareyi Bölmek

Belki uzun uzun düşündünüz. Ama bu çok kolay: Kareyi birbirine parelel çizgilerle 5 eşit dilime bölünüz.

Salı Sallanır

Ayın ilk Salı'sı, ilk Pazartesi'nden sonra gelmiyorsa ayın 1'i Salı demektir. O zaman ilk Pazartesi'den

Euler'in 3 Boyutlu Subay Problemi

Bir Latin karesi öyle bir nxn karedir ki 0, 1,2, ..., n-1 sayılarının her biri her sırada ve her sütunda yalnız bir kere görülür:

```
              0123
        012   1230
   01   120   2301
   10   201   3012
```

Yukarıda 2x2, 3x3 ve 4x4 lü Latin kareleri görüyorsunuz. İki Latin karesinin her hücredeki sayıları birleştirilince 00, 01, 02, ... n-1 n-1 sıralı ikilisini oluşturabiliyorsa o karelere "ortogonal" denir; örneğin

```
012        012
120   ve   201
201        120
```

Latin kareleri üst üste konulursa:

```
00  11  22
12  20  01
21  02  10
```

Latin karesi oluşur; bunlar ortogonaldir.

Şimdi 2x2 ve 3x3 lü Latin küpleri yazalım:

```
01 10  ve  012 120 201
10 01      120 201 012
           201 012 120
```

Dikkat edelim ki 0, 1 ve 2 birbirine dik x, y, z eksenleri doğrultusunda asla tekrarlamıyor.

3 ortogonal Latin küpü üst üste getirilirse 000, 001, 002, ..., n-1 n-1 n-1 sıralı üçlüleri oluşur.

İki adet 3x3 lük Latin karesi

```
00  11  22
12  20  01
21  02  10
```

üç adet 3x3x3 lük Latin kübü verecek şekilde birleşir:

```
A:  012  120  201
    120  201  012
    201  012  120
B:  012  120  201
    201  012  120
    120  201  012
C:  021  102  210
    210  021  102
    102  210  021
```

Üç ortogonal Latin kübünün birleşmesi 3 adet 3x3x3 lük Latin küpü verir:

```
000 112 221    111 220 002    222 001 110
122 201 010    200 012 121    011 120 202
211 020 102    022 101 210    100 212 021
     I              II             III
```

Nihayet 6x6x6 lık Latin küpümüz:

```
313 435 241 522 000 154    201 353 415 134 542 020
402 541 350 014 133 225    330 422 501 245 054 113
534 050 423 105 242 311    443 514 030 351 125 202
045 123 512 231 354 400    552 005 143 420 211 334
151 212 004 340 425 533    024 131 252 513 300 445
220 304 135 453 511 042    115 240 324 002 433 551
             I                          II
455 221 333 040 114 502    120 504 052 315 431 243
521 310 442 153 205 034    213 035 124 401 540 352
010 403 554 222 331 145    302 141 215 530 053 424
103 532 025 314 440 251    434 250 301 043 122 515
232 044 111 405 553 320    545 323 430 152 214 001
344 155 200 531 022 413    051 412 543 224 305 130
             III                        IV
032 140 524 203 355 411    544 012 100 451 223 335
144 253 015 332 421 500    055 104 233 520 312 441
255 322 101 444 510 033    121 235 342 013 404 550
321 414 230 555 003 142    210 341 454 102 535 023
410 505 343 021 132 254    303 450 525 234 041 112
503 031 452 110 244 325    432 523 011 345 150 204
             V                          VI
```

Dikkat edilirse 000, 001, 002, ..., 555 şeklinde dizilmiş sayılarda yatay,dikey ve düşey doğrultuda basamak tekrarı yok. Örneğin sol üst köşede 1. satırı alalım: 313, 435, 241, 522, 000, 154. Birinci basamaklar 3,4,2,5,0,1; ikinci basamaklar 1,3,4,2,0,5; üçüncü basamaklar 3,5,1,2,0,4. Tekrar yok. Bu nedenle 0,1,2,3,4,5 Alay (A), Rütbe (R) ve M (millet) için kullanılabilir: A3R1M3,A4R3M5 vb.

sonraki Salı, ayın 8'i olur. Demek ki her iki ay da Salı ile başlamıştır. Fakat her iki ayın 1. gününün Salı olabilmesi için bu iki Salı arasında tam 28 gün (4 hafta) olmalıdır. Bu ise ancak ayın Şubat olmasıyla mümkündür. A şehrinde 1 Şubat, B şehrinde 8 Şubat, C şehrinde 1 Mart ve D şehrinde 8 Mart'ta bulunuyordum.

Mavi ve Kırmızı Üçgenler

İç ve dış üçgenleri paralelkenara tamamlarsak bu paralel kenarların eşit olduğu görülür. Üçgenler bu paralelkenarların yarısı büyüklüğünde olduğundan iç ve dış üçgenlerin toplam alanları eşittir.

Heron Üçgenleri

a) ABC Heron üçgenin kenarları a,b,c olsun. s=1/2 (a+b+c). Üçgenin alanı:

$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $A^2 = s(s-a)(s-b)(s-c)$ tam bir kare sayıdır. Buradan s'in de tam sayı olduğu anlaşılır. 2s= a+b+c çift sayı olmalıdır. a+b+c'nin çift sayı olabilmesi için, bu üç terimden biri veya üçü çift olmalıdır, a'nın çift olduğunu, b ile c'nin de iki tek ya da iki çift sayı olduğunu düşünelim. $a=2d$, $b+c=2e$, $b-c=2f$ olsun (iki tek sayının toplamı da farkı da çifttir, iki çift sayının da toplamı ya da farkı çifttir; bu nedenle bu eşitlikler yazılabilir). $b=e+f$, $c=e-f$ ve $s=d+e$ olduğu kolayca görülür. O halde:

$A^2=(d+e)(e-d)(d-f)(d+f)=-(d^2-e^2)(d^2-f^2)$. x bir tamsayı ise $x^4 \equiv 0,1,4$ veya 9 (mod 12) ve $x^4 \equiv x^2$ (mod 12). Benzer olarak $y^2 \equiv y$ (mod 12) ve $y \equiv 0,1,4$ veya 9 (mod 12).

$-A^2=y=(d^2-e^2)(d^2-f^2)$ olsun. y^2-y (mod 12)'yi değerlendirelim. $y^2-y=(d^2-e^2)^2(d^2-f^2)^2-(d^2-e^2)(d^2-f^2)$. Şimdi 4. kuvvetler yerine 2. kuvvetleri koyalım (hatırlayalım ki $x^4 \equiv x^2$ (mod 12)). $y^2-y \equiv (d^2+e^2-2d^2e^2)(d^2+f^2-2d^2f^2)-(d^2-d^2f^2-e^2d^2+e^2f^2)$. $y^2-y \equiv d^2+d^2f^2-2d^2f^2+d^2e^2+e^2f^2-2d^2e^2f^2-2d^2e^2-2d^2e^2f^2+4d^2e^2f^2-d^2+d^2f^2+d^2e^2-e^2f^2 \equiv 0$ (mod 12). $y^2 \equiv y$ (mod 12) olduğundan $y=0,1,4$ veya 9 (mod 12) ve

$A^2=-y=0,11,8$ veya 3 (mod 12) [y eksi olunca modül hesabında 0,1,4, ve 9'u 12'ye tamamlayan sayılar alınır: 0, 11, 8 ve 3. 11+1=8+4=9+3=12]. Fakat Heron üçgenin de A^2 tam karedir; bu nedenle $A^2 \equiv 0,1,4$ veya 9 (mod 12). [Kare bir sayı, 12'ye bölünürse 0,1,4 veya 9 artar]. O halde $A^2 \equiv 0$ (mod 12) [Hem $A^2=-y$ ve hem de A^2 tam kare iken ortak olan terim sıfır]. $A^2 \equiv 0$ (mod 12) olabilmesi için $A \equiv 0$ veya 6 (mod 12) olmalıdır. $A \equiv 0$ (mod 6). Bu ise A'nın 6'ya bölünmesi demektir.

[Bir örnek: $186 \equiv 6$ (mod 12) ve $186^2 \equiv 0$ (mod 12); gerçekten de $34596 \equiv 0$ (mod 12)].

b) En küçük Heron üçgeni kenarları 3,4,5 ve alanı 6 olan bir dikuçgendir.

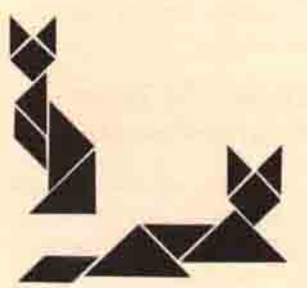
Faktöriyal ve Kare

Olmayana ergi kullanalım. $m! = k^2$ olsun. m!'in en büyük asal çarpanı q olsun. m!'in çarpanlarından biri 2 olduğundan 2q da m!'in ve dolayısıyla k^2'nin çarpanlarından biridir. Bertrand postulatı şunu söyler: "Her pozitif n tamsayısı için öyle bir p asal sayısı vardır ki n<p<2n'dir (n ile 2n arasında en az bir asal sayı vardır). O halde q<r<2q yazılabilir. q'den büyük r gibi bir asal sayının da m!'in çarpanlarından biri olması gerekir. Oysa biz "q en büyük asal çarpandır" demiştik. Çelişki var. O halde m! kare olamaz.

Gramlar

Evet, ayırabiliriz. 18 çift ağırlığı şöyle seçelim: 1+101, 2+100, 3+99, ..., 18+84. Sonra kalan 32 çift ağırlığı şöyle ayıralım. 20+83, 21+82, 22+81, ... , 51+52.

Kediler



Saman

Samanı karıştırmak buharlaşma yüzeyini büyütür. Samanın her yeri kurur ve kuruma daha çabuklaşır.

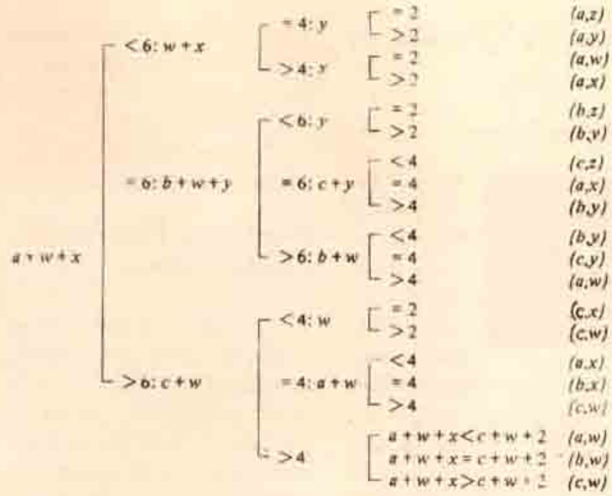
20 Vezirli Problem

Çinliler

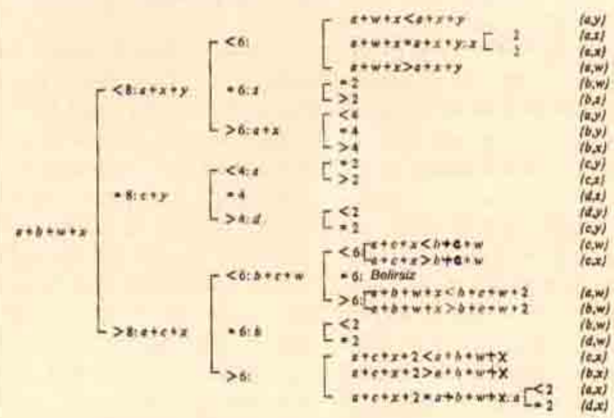
Büyücü Hi-Si-Ci-En' in yanıtı için bkz. Çin Büyüsü

İki Sahte Para

a) 1. yığındaki paraların ağırlıkları a, b, c; ikinci yığındakilerin w, x, y, z olsun.

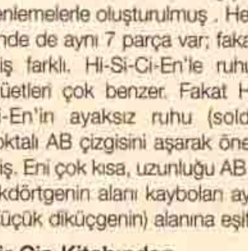


Üç tartış yeterlidir. 1. tartış a+w+x'dir. Sonuç <6, = 6 ya da >6 olabilir. Bu üç olasılığa göre sırasıyla w+x, b+w+y, c+w tartılır (2. tartış). Üçüncü tartışda olasılıklara göre y, x,y, c+y, b+w, w, a+w tartılır. Sahte paralar en sağdaki sütundadır.



a şıkkına benzer şekilde üç tartış yeterlidir. Sahte paralar en sağdaki sütundadır.

Çin Büyüsü



Görüldüğü gibi büyücü Hi-Si-Ci-En'in ruhu ve kendisi değişik düzenlemelerle oluşturulmuş . Her ikisinde de aynı 7 parça var; fakat diziliş farklı. Hi-Si-Ci-En'le ruhunun silüetleri çok benzer. Fakat Hi-Si-Ci-En'in ayaksız ruhu (soldaki), noktalı AB çizgisini aşarak öne gitmiş. Eni çok kısa, uzunluğu AB olan dikdörtgenin alanı kaybolan ayağın (Küçük diküçgenin) alanına eşit.

Bir Çin Kitabından

Yanıt yok. Kendiniz deneyeceksiniz. Bulanlara bravo.

Gölgeler

Uzun boylu olanın.

Toplantı Odası

2 iskemle + 2 tabure +4 tek bacaklı adam. Toplantı Gaziler Derneğinin toplantısıydı.

Toplamımız Sonsuza Gidebilir mi?

Harf bilmeceleri 1'den 10'a kadar sayıların, ayların ve günlerin başharfleri. $a^a+b^b+c^c+...+x^x=$ abc ... x'i arıyoruz. x^x en fazla 9^9=387 420 489 olabilir. Yan yana 11 tane 9^9 dizildiğini düşünelim.

Bunların toplamı 11 x 9^9= 1 261 625 379 olur. Bu on basamaklı bir sayıdır; oysa aldığımız sayı 11 basamaklıydı, çelişki. 11'den büyük her sayı için de çözüm yoktur.

O halde sonsuz çözüm olamaz. 0^0= 0 ise sıfır çözüm, 0^0=1 ise 1 çözümdür. 3435 dışında üçüncü tek çözüm şudur:

$4^4+3^3+8^8+5^5+7^7+9^9+0^0+8^8+8^8=$ 438 579 088. (J. S. Madachy'nin bilgisayarla çözümü).