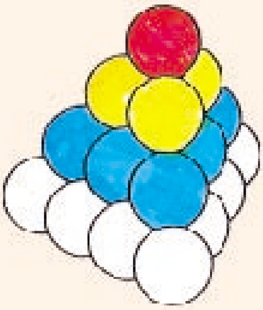
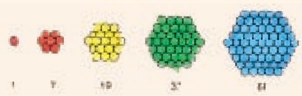
Zekâ Oyunları

Selçuk Alsan

Mahavira Problemi





MS 850'lerde yaşamış Hint matematikçisi Mahavira şu problemi sormuştur: "Kesiti düzgün altıgen biçimindeki bir ok demetinin çevresinde 18 ok var. Ok demetinde kaç ok var?" Şekilde 1, 7, 19, 37, 61 ok içeren ok demetlerinin kesitleri görülüyor. Bunların kenarında sırasıyla, 6, 12, 18, 24 ok var. (6'nın katları). Şekilde eşkenar üçgen piramit şeklinde yığılmış top mermileri görülüyor. Bir kenarda 4 top mermisi varsa üçgen piramitte kaç tane top mermisi vardır? (Eskiden dürbünle böyle sayılırdı top mermileri). 1, 7, 19, 37,... sayılarını şöyle de ifade edebiliriz: $1+7=8=2^3$; $1+7+19=27=3^3$; $1+7+19+37=64=4^3$. Burada nasıl bir model var? 1, 7, 19, 37, 61, ... sayılarını nasıl buluyoruz?

Mantıkorama-I

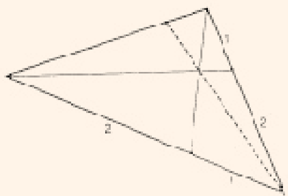
Aşağıdaki 10 cümleden istediklerinizi atarak birbiriyle çelişmeyen en fazla sayıda cümle elde ediniz:

1) Bu cümlelerden yalnız üçü doğrudur. 2) Bundan bir önceki cümle yanlıştır. 3) Bundan bir önceki cümle yanlıştır. 4) Bu cümleden sonraki cümlelerden bazıları doğrudur. 5) Bundan bir sonraki cümle yanlıştır. 6) Bundan bir sonraki cümle yanlıştır. 7) Bu 10 cümleden ikisi doğrudur. 8) Bu cümleden daha kısa olan her cümle yanlıştır. 9) Bu son cümleden önceki bazı cümleler yanlıştır. 10) Burada üçten fazla doğru cümle vardır.

Mantıkorama-II

1) Atub'ların hepsi Bisman'dır. 2) Dondar olmayan Krislof yoktur. 3) Krisloflar Bismanları da içerir. 4) Bazı Bismanlar Dondar değildir. Bu 4 cümleden istediğiniz birini atarak kalan 3 cümleden Atublar, Bismanlar, Krisloflar ve Dondarlarla ilgili bir gerçeği ortaya koyun.

Ceva Teoremi

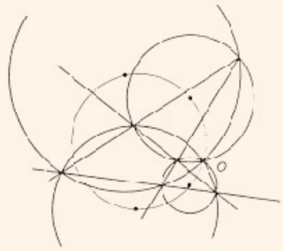


Şekildeki üçgenin iki kenarı, karşı tepeden geçen bir doğruyla 2:1 oranında bölünmüştür. Şekilde noktalı çizgiyle gösterilen doğru karşı kenarı hangi oranlarda böler?

Altın Para

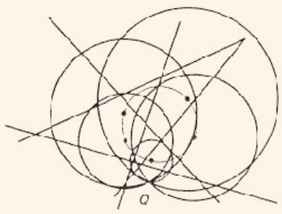
Kralın elinde 1000 altın para var. Bu paraların ya hepsi aynı ağırlıkta ya da 1 veya 2'si sahte; sahte olan ya da olanlar daha hafif ya da daha ağır. İki sahte para varsa ikisi de aynı ağırlıkta. Kral iki kefeli bir terazide gramsız olarak üç tartı yapmanızı ve tartı sonucunda: a) Yalancı para olup olmadığını, b) Yalancı para varsa daha hafif mi, daha ağır mı olduğunu bilmek istiyor. Yalancı paraların kaç tane olduğunu sormuyor. Denemek ister misiniz?

5 Çember Problemi



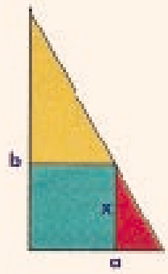
Şekilde üçer üçer alınınca dört üçgen oluşturan dört doğru görülüyor. Bu dört üçgenin çevrel çemberleri çizilmiş. Ne görüyorsunuz? Ortada ince çizgili 5. dairenin anlamı nedir?

6 Çember Problemi



Şekilde kesişen 5 doğru görülüyor. Bu doğruları dörder dörder alarak 5 küme oluşturabiliriz. 5 çember problemini hatırlayalım. 4 doğru üçer üçer alındığında 4 üçgen oluşmuş ve bu 4 üçgenin çevrel çemberlerinin merkezleri aynı bir (ince çizilmiş) daire üzerinde bulunmuştu. Bu son daireye "özel daire" diyelim. 5 adet dörtlü doğru kümesinin herbirinin bir özel dairesi vardır. Şekilde bu 5 özel daire çizilmiş olarak görülüyor. Ne görüyorsunuz? 6. bir daire var (ince çizilmiş üstü noktalı). Bu 6. dairenin anlamı nedir?

Liu Hui Problemi



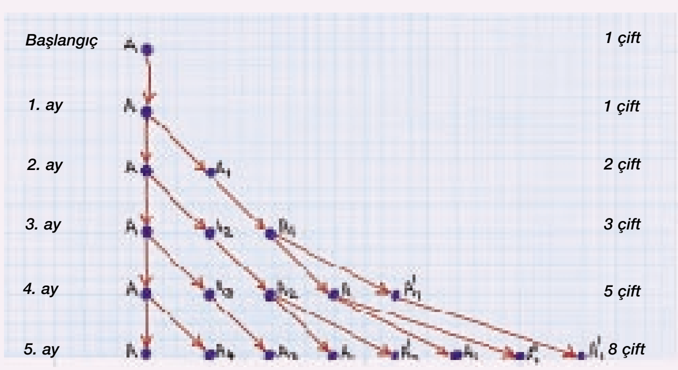
M.Ö. 270'de Çinli Liu Hui'nin bulduğu ve çözdüğü bu ilginç problem şöyledir: bir çiftçinin dik kenarları a ve b olan diküçgen biçimi bir otlağı vardır. Çiftçi kuzularının yeşille gösterilen x kenarlı kare içinde otlamasını istiyor. x'in a ve b cinsinden değerini bulunuz.

Kentler

Şu kentlerin harfleri kasırgada altüst olmuş; kent adlarını bulunuz: Asrip, Harnat,

Tavşanaçşi Problemi (Fibonacci'nin tavşan problemi)

Başlangıçta biri dişi biri erkek olarak iki yavru tavşan var; yani 1 çift tavşan (A) var. (Her nokta bir çift tavşanı temsil ediyor.) 1. ayın sonunda yavrular henüz küçük olduklarından yine 1 çift tavşan (A) var. 2. ayın sonunda başlangıçtaki iki yavru olgunlaşıp bir çift yavru (A1) yapıyor. Tavşan sayısı A ve A1 olarak iki çift. 3. ayın sonunda A çifti yeni 2 yavru yapıyor: A2. A1 çifti üremeden devam ediyor. Üç çift tavşan var. A, A1 ve A2. 4. ayın sonunda A çifti A3 çiftini, A1 çifti A^1_1 çiftini yapıyor; A2 çifti üremeden devam ediyor. Beş çift tavşan var: A, A1, A^1_1, A2, A3. 5. ayın sonunda A çifti A4 çiftini, A1 çifti A^{11}_1 çiftini, A2 çifti A^1_2 çiftini doğuruyor; A^1_1 ve A3 çifti üremeden devam ediyor. Sekiz çift tavşan var: A, A1, A^1_1, A^{11}_1, A_2, A^1_2, A_3, A_4. Bir yıl sonra toplam kaç tavşanınız olur?



Kipne, Racatak, Lukarumlapu, Okvosma, Lehid, Nalosaber, Karad, Atrab, Meradmast, Dikvaltosvo.

Kırıklar

Karnedeki kırıklar onurunuzu kırar; despot babalar karnedeki kırıkları başka kırıklara çevirebilir. Kırılan yumurta onarılamaz; ama zaten buna gerek yoktur: yumurta kırılmadan kullanılamaz. Kırılan kalpler de onarılamaz, buna gerek vardır; ama olanak yoktur. Peki ya matematikdeki kırık çizgiler? Onlar çok işe yarar. İşte kafanızı patlatacak bir kırık çizgi problemi: Bir küpün bütün köşelerinden 6 parçalı bir kırık çizgi geçirebilir misiniz?

Dans ve Mantık

Size harika bir mantık problemi soruyoruz. Çözümü yok gibi görülüyor. Ama var. Sınıfta 22 öğrenci var. Renata 7, Şirina 8, Vera 9 erkekle dansetti. Geri kalan kızların dansettiği erkek sayısı 10, 11, ... şeklinde 9'u izleyen ardışık sayılar olarak arttı. Nihayet sonuncu kız İrina bütün erkeklerle dansetti. Sınıfta kaç erkek, kaç kız vardı?

Çokgen Biçimli Uzaylılar

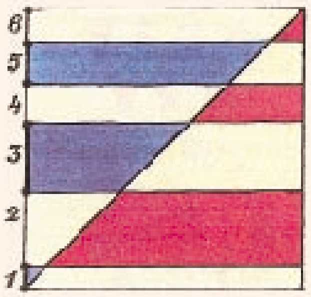
Uzayda bilimle hayat o kadar iç içe geçmiştir ki anatomi bile matematiğe uydurulmuştur. Cin Ruhi'nin en unutamadığı yaratıklar Geometros yıldızındaki çokgen yaratıklardı. Bu yaratıkların biçimleri düzgün çokgendi; köşe sayısı 3'den sonsuza kadar değişiyordu (tabii düzgün çokgen oldukları için sonsuz köşesi olanlar daire biçimindeydi). Bu yaratıkların vücudu hücreler yerine üçgenlere ayrılmıştı. Şöyle ki çokgenin her köşesi bütün diğer köşelere birleştirilerek (çokgenin bütün köşegenleri çizilerek) çok sayıda üçgen oluşturulmuştu. Yaratık öyle programlanmıştı ki bu yolla oluşturulan üçgenlerden herbirine en az bir beyin düşüyordu. n köşesi olan bir yaratığın en az kaç beyni olabilir?

Uzay Vampirleri

4005 yıllarına doğru Dünya'yı uzay vampirleri işgal ettiler. Bu vahşi yaratıklar bir yarasaya benziyor, uçarak geliyor ve yakaladıkları insanların kanını emiyorlardı. Bunların tek bir zayıf noktaları vardı: birbirlerinden 1 m den daha fazla uzaklaşamıyorlardı.

Dünya güvenlik güçleri bu uzay vampirlerinin hepsini bir çelik küre içine toplayıp hapsetmeye karar verdi. Böyle bir kürenin yarıçapı en fazla ne kadar olmalıdır? (Vampirler nokta olarak alınacak)

Eşitlik



1., 3. ve 5. doğru parçalarının uzunluklarının toplamı 2., 4. ve 6. doğru parçalarının uzunluklarının toplamına eşittir. Mavi alanlarının toplamının, kırmızı alanların toplamına eşit olduğunu kanıtlayınız.

Arkadaş Sayısı

Herhangi bir toplulukta arkadaş sayıları eşit olan en az iki kişi vardır.

Nasıl? Neden?

Kare ve Küp Farkları

a) 0'dan başlayıp ardışık doğal sayıların karelerini yazalım: 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ... Bu kare sayıların farkları nasıl bir dizi yapıyor?

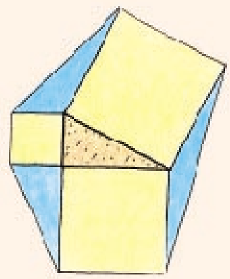
b) 0'dan başlayıp ardışık doğal sayıların küplerini yazalım: 0, 1, 8, 27, 64, 125, ... Şimdi bu ardışık küplerin aralarındaki farkları yazalım: 1, 7, 19, 37, 61, 91, 127, ... Bu son diziyi de şöyle gösterelim:

(0x6)+1, (1x6)+1, (3x6)+1, (6x6)+1, (10x6)+1, ... 6'yı çarptığımız sayıları sırasıyla yazalım:

0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, ... Şimdi de bu dizinin terimlerinin farklarını yazalım:

1, 2, 3, 4, 5, 6,... Sorumuz şu: 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, ... dizisinin özelliği nedir?

Pisagor'a Ek Teorem



Ortada bir diküçgenin kenarları etrafına sarı kareler çizilmiş. Sonra karelerin köşeleri birleştirilmiş. Mavi üçgenlerin alanlarının eşit olduğunu gösteriniz. (İpucu: Mavi üçgenlerin kenar ve yüksekliklerine dikkatle bakınız).

Yanlış Terazi

Elinizde çift kefeli bozuk bir terazi ve normal gramlar var (örneğin 1, 5, 10, 50, 100 ve 250 gramlık birer ağırlık, iki adet 500 g'lık ve bir adet 1000 g'lık ağırlığınız var; ağırlıklarda kusur yok). Bu bozuk terazi ve normal gramlarla tam 1 kilo bulguru nasıl tartarsınız? Terazinin kaç gram eksik ya da kaç gram fazla tarttığını nasıl anlarsınız?

Dev Satranç Tahtası

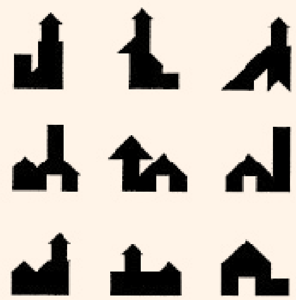
Uzayda 4444 yılında Şahmatos yıldızında, yıldızlar arası satranç turnuvası düzenlenmişti. 1. gelene ödül şöyle veriliyordu: Yüksek bir kuleden nxn karelik dev bir satranç tahtasına bakıyordunuz. n çok büyük olduğundan kareleri sayamıyordunuz. Her siyah kareye ve her beyaz kareye altın bir şah konuluyordu. Sonra şampiyona soruluyordu: siyah karelerdeki altınları mı istersiniz, beyaz karelerdeki mi? Siz olsanız ne yanıt verirdiniz?

Açıkgöz Lokantacı

Güzel bir yaz günü Cin Ruhi, Sonsuz Solen, Peri Perihan ve Şeytan Şeyda bir lokantanın denize bakan bahçesinde kendilerine nefis Türk yemekleriyle bir ziyafet çektiler. Lokantanın kapısında şöyle yazıyordu: "Burada yediğiniz yemeklerin parasını torunlarınızdan alacağız. Afiyet olsun. Bol bol yiyin". Ruhi "Herhalde reklam olsun diye yazmışlar. Yiyelim çocuklar" dedi. Tam kapıdan çıkıyorlardı ki lokantacı gelip yakalarına yapıştı: "Hey gençler, ödeme yapmadan nereye gidiyorsunuz?"

Ruhi "Peki öyleyse kapıya neden öyle yazdın?" diye sordu. Adam öyle bir şey söyledi ki onu haklı bulmamak olanaksızdı. Acaba adam ne söyledi?

Tangram: Evler



Odaları Yerleştirelim

8x8lik bir kareye A, B, C, D odalarını aşağıda verilen özellikleri sağlayacak şekilde yerleştirin.

Odaların alanları: A: 17, B: 17, C: 16 ve D: 14 birimkare.

Odaların birbirinden ayıran sınırların uzunluğu:

A-B: 10, A-C: 6, A-D: 0, B-C: 1, B-D: 5 ve C-D: 4 birim çizgi.

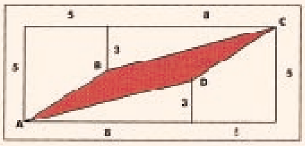
Toplamlar

İlk n doğal sayının toplamı

$S_1 = \frac{n(n+1)}{2}$ ilk n doğal sayının karelerinin toplamı S_2= n (n+1) (2n+1)/6 ve ilk n doğal sayının küplerinin toplamı $S_3 = S_1^2$ dir. İlk n doğal sayının 5. kuvvetlerinin toplamı olan S_5 neye eşittir? Öyle n'ler bulunuz ki S_5 tam bir kare olsun.

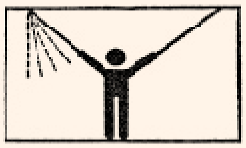
Geçen Ayın Çözümleri

Bir Geometri Paradoksu



Parçalar arasında 1 alan birimine karşılık olan bir alan vardır. AB ve AD doğruları AC ile çakışmaz. Bu üç doğrunun eğimleri şöyledir: 2/5=0.4, 3/8=0.375, 5/13= 0.384.

İki İp



Bir ipi tutup ötekine uzanırsanız tabii yetişemezsiniz. Tek bir çare vardır: Cebinizdeki herhangi bir cismi (kalem, dolmakalem, anahtar, gözlük vb) ikinci ipin ucuna bağlar ve onu sarkaç haline getirirsiniz, siz ipe uzanacağınıza ip size gelir. Önce bir ipi tutar, sonra sarkaç hareketi yapan diğer ip size yaklaşınca onu tutarsınız.

Kimler Daha Kuvvetli?

Portos, Dartanyan, Atos, Aramis.

Pick Teoremi

1) Çokgenin çevresi üzerindeki noktaları sayınız. Burada p= 13.

2) Çokgenin içindeki noktaları sayınız. Burada i=6.

3) Çokgenin alanı (S)= P/2+i-1 ve S=13/2+6-1= 11.5 cm^2.

Çözümsüz Gözüken 3 Süper Problem

a) Dairelerin yarıçapları verilmeden çözüm istendiğine göre, teğetin uzunluğu 100 m olduğu sürece, daire yarıçapları ne olursa olsun, halkanın alanı aynı olmalıdır. Limit durumda iç dairenin çapı sıfırdır ve halka, daire biçimine dejenere olur. Bu dairenin çapı 100 m'dir. O halde halkanın alanı

S= πR^2= $50^2\pi$= 2500π m^2'dir.

b) a şıkkına benzer şekilde halkanın alanı

S= πR^2=$\pi.5^2$= 25 π'dir.

Metalin hacmi 25π.

1000= 25 000π cm^3

(10m=1000 cm).

c) Deliğin çapı verilmeden yanıt istendiğine göre, sonuç delik çapı ne olursa olsun aynıdır. Delik çapını sıfır alalım.

Delik, bir doğru halini alacak şekilde dejenere olur. Bu doğru kürenin çapıdır. O halde geri kalan küre hacmi:

(4/3) $\pi.3^3$= 36π.

Pingpong topu

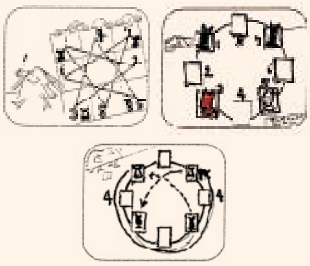
Toplara 1'den 12'ye kadar numara verelim. (5,6,7,8)'i bir kefeye, (9,10,11,12)'yi diğer kefeye koyalım. Terazi dengede kalırsa farklı top 1,2,3 ve 4'ten biri olmalıdır. O zaman (1,2,3)'ü bir kefeye, (10,11,12)'yi bir kefeye koyarız. Terazi dengede kalırsa farklı top 4 Nolu toptur. 3. tartı onun hafif mi, ağır mı olduğunu belirler.

Diyelim ki (1,2,3) kefesi ağır bastı (hafifse aynı mantık). 1 ile 2'yi kıyaslarız; terazi dengedeyse 3. top ağırdır; dengede değilse ağır gelen top (1 veya 2) aranan toptur.

(5,6,7,8) ile (9,10,11,12) dengede olmasın. (5,6,7,8) hafif ve (9,10,11,12) ağır gelsin. Bir kefeye (5,9,10)'u, diğerine (6,11,12)'yi koyarız. Terazi dengedeyse 7 veya 8 farklıdır. 3. tartıda 7 veya 8'den hangisinin hafif olduğunu buluruz.

Terazi dengede değilse (6,11,12) kefesinin (5,9,10)'dan daha ağır olduğunu varsayalım. Bundan şu sonuca varılır; ya 11 veya 12 ağırdır, ya da 5 hafiftir. Çünkü farklı top, birinci tartıda hafif ve ikinci tartıda ağır tarafta olamaz. 3. tartıda (5,11)'i bir kefeye ve iki normal topu, örneğin 1 ve 2'yi diğer kefeye koyarız. (5,11) kefesi hafif gelirse farklı top 5'tir ve hafiftir; (5,11) ağır gelirse farklı top 11'dir ve ağırdır. (1,2) ile (5,11) denk gelirse 12 farklıdır ve ağırdır.

Atlara Yer Değiştirme



a) Bu gibi problemleri çözmek için graf tekniğini öğrenmelisiniz. Problemin ne kadar kolaylaştığına şaşabilirsiniz. 1. şekilde 1 Nolu kareden başlayarak siyah at sırasıyla 2,3,4,5,6,7,8 ve tekrar 1 şeklinde 3x3'lük karenin bütün karelerini dolaşıp başladığı kareye (No 1) dönüyor. 2. şekilde bu yolculuğun grafı görülüyor. 1. şekilde kalın siyah çizgiler iplik olsun; vardığınız her kareyi boncuk gibi ipliğe dizin. 8'den sonra 1'e dönebildiğinize göre ipliğin iki ucu birleşmiştir. 2. şekilde iplik, daire şeklinde açılmış. 1. şekildeki sırayı, saatin tersi yönde buraya almışız: S= siyah, B= beyaz. 1(S), 2(boş), 3(B), 4(boş), 5(B), 6(boş), 7(S), 8(boş). Problemin çözümü çok basitleşti: saatin tersi yönde her at önündeki boş kareye ilerler:

Birinci tur

1→2; 3→4; 5→6; 7→8.

İkinci tur:

2→3; 4→5; 6→7; 8→1.

Üçüncü tur:

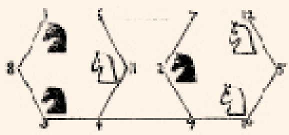
3→4; 5→6; 7→8; 1→2.

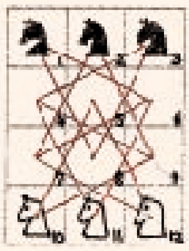
Dördüncü tur:

4→5; 6→7; 8→1; 2→3.

Üçüncü resimde görüldüğü gibi 1 Nodaki siyah at 5 Nodaki beyaz atın ve 7 Nodaki siyah at 3 Nodaki beyaz atın yerini almış, 1 ve 7'deki siyah atlar yerine de beyaz atlar gelmiştir. Her at 4 hamle yapmak zorundadır. Bu nedenle çözüm en az 4x4= 16 hamle gerektirir.

b) Bunun çözümü yoktur. Bunu a'daki 2. grafla kanıtlayalım. Kırmızı atın yerine beyaz at gelemez. Siyah atlar 1 ve 7'de, kırmızı at 3'de ve beyaz at 5'dedir. a'daki grafta atlar birbiri üstüne atlayamaz; yalnızca önündeki boş haneye kayar. Saat yönünde beyaz at (5), daima kırmızı atın (3) arkasında olacaktır; öne kayarak asla kırmızı atın önüne geçemez.





c) Altta atların olası bütün yolları çizilmiştir. Üstteyse bunun grafını görüyoruz. 16 hamlede siyah atlarla beyaz atların yerlerini değiştirin. Bu mümkün. Grafı kullanın. Biraz zor. Bulamadınızsa işte 16 hamlelik çözüm:

3→4→9; 11→4→3; 1→6→11; 12→7→6→1; 2→7→12; 9→4; 10→9→2; 4→9→10.

Renkli Peçeteler

İlk konulan sarı peçetedir. Kahverengi, beyazdan önce konulmuştur.

Kar Tanesi Eğrisi

Bu fraktal bir eğridir. n. safhada şeklin çevresi

$$P_n = 3\times\left(\frac{4}{3}\right)^n$$

'dir. n sonsuza giderken çevre de sonsuza gider. n. safhada A_n alanı:

$$A_{n+1} = A_n + \frac{\sqrt{3}}{12}\cdot\left(\frac{4}{9}\right)^n$$

ve

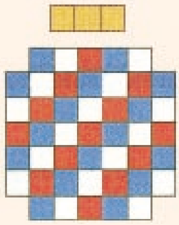
$$A_n = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{20\left[1-\left(\frac{4}{9}\right)^n\right]}.$$

n sonsuz için

$$A_n = \frac{2\sqrt{3}}{5}.$$

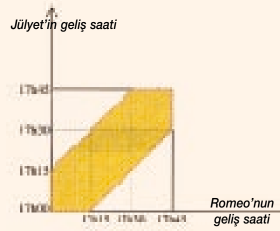
Başlangıç alanı √3/4 olduğundan yeni alan ilkinin 8/5'idir.

Triminolar



45 kareyi şekilde görüldüğü gibi mavi, beyaz, kırmızıya boyayalım. Her trimino zorunlu olarak 3 farklı rengin üstünü örtecektir. Demek ki 15 mavi, 15 beyaz ve 15 kırmızı kareyi örtmek zorundadır. Oysa köşeleri çıkartılmış karede 16 mavi, 13 kırmızı ve 16 beyaz kare vardır.

Romeo ve Jülyet



Jülyet'in geliş saati ordinatta, Romeo'nun absiste gösterilmiştir. Sarı renkli alan buluşmaya karşılıktır. Sarı alanın çizilen kareye oranı 5/9 olduğundan ikisinin buluşma olasılığı % 50'nin üstündedir.

İlginç Uçak Yolculukları

1) Uçak kuzey kutbundan kalkmıştır. 2) Ekvator üzerinde, başladığı noktanın tam 100 km doğusuna. 3) Meridyenler arası yatay uzaklık kutuplara gittikçe azaldığından, başladığı noktanın 100 km'den daha uzağına iner. 4) 100 km güneye indikten sonra 100 km doğuya gitmesi demek güney kutbu merkez olmak üzere güney kutbu etrafında 16 km yarıçapında tam bir daire çizmesi demektir. Bu dairenin çevresi 100 km yapar; 100 km ku-

zeye gidince başladığı noktaya döner. 5) Uçak, merkezi güney kutbu olan içiçe (konsantrik) daireler üzerinde 2, 3, ..., n kere döner. n limit durumda sonsuza gider. İçiçe dairelerin sayısı da limit durumda sonsuz olur. 6) Uçağın yolu, meridyenleri sabit bir α açısıyla kesen bir küresel helisdir. Uçak kuzey kutbuna gelir ve α dar açısya orada sonsuz kere döner. Uçağın çizdiği eğriye loksodrom denir. Mercator izdüşümüyle yapılmış bir haritada pilotun yolu düz bir çizgidir. Bir uçak veya gemi pusulaya göre sabit bir yönde giderse, Mercator tipi haritalarda yolu bir doğru olur (bu nedenle gemiciler ve pilotlar bu tip haritaları tercih eder). Loksodromun ekvatora paralel ve kutba teğet bir düzlem üzerindeki izdüşümü eşit açılı veya logaritmik spiraldir. Bu spiral yarıçap vektörünü daima aynı açıyla keser. Loksadromun denklemi:

$$v \cot\alpha = R \ln \tan\left[\frac{\pi}{4}+\frac{u}{2R}\right]$$

Kuzey kutbundan başlayıp sürekli güneybatıya giden bir uçak nereye varır? Bu uçak yine loksodrom çizer; fakat ekvatoru nerede keseceğini bilemeyiz. (Ekvatorun herhangi bir noktasından kalkıp sürekli kuzeydoğuya uçan bir uçak kuzey kutbuna vardığı için).

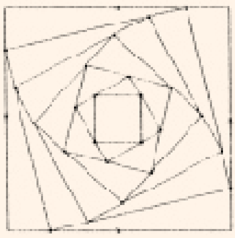
Helis Biçimi Merdiven

Kuledeki helis (helezon) biçimi merdiven, açıları 60°, 30°, 90° ve yüksekliği 100 m olan bir diküçgenin hipotenüsüne karşılıktır. Böyle bir diküçgenin hipotenüsü, yüksekliğin (30°lik açının karşısında olan kenarın) iki katıdır. Silindircik (oğul) haklıdır. Bu sonuç kulenin çapından (=13 m) bağımsızdır.

Helisin, doğru ve daire aksine, birbirinin ayna hayali olan iki şekli vardır: yönü sola doğru ve sağa doğru olan helisler. Nötrino, "spin"i olduğundan uzay-zamanda helis çizer. Nötrino ve antinötrino helislerinin yönleri birbirine karşıttır. Dairesel silindirin etrafına, silindirin ana doğrularıyla hep aynı θ açısını yapan bir tel sarıldığını düşünelim. Bu silindirik bir helistir (konik helisler de olabilir). $\theta = 0$ ise helis bir doğruya, $\theta = 90°$ ise bir daireye dejenere olur (a ve b sabit olmak üzere silindirik helezonun üç boyutlu uzayda koordinatları $x= a \sin\theta$, $y= a \cos\theta$ ve $z= b\theta$'dır. Söylediğimiz bu denklemlerden de anlaşılır). Helisin, silindir tabanından geçen (veya buna paralel) bir düzlem üzerindeki izdüşümü bir daire, bu düzleme dik bir düzlem üzerindeki izdüşümü bir sinüs eğrisidir (yılankavi eğri; absis sıfır, $\pi/2$, π, $3\pi/2$ ve 2π değerlerini alırken y'nin sırasıyla 0, 1, 0, -1 ve 0 değerlerini alışı; $y= \sin\alpha$ eğrisi).

Sizden uzaklaşırken saat yönünde olan helisler sağ yönlüdür. Vida, civata ve somunlar böyledir. Helezon merdivenler, çelik yaylar, kablo ve iplerin örgüleri sağ veya sol yönlü olabilir. Hayvanların boynuzları, deniz kabukları, deniz gergedanının dişleri, insanda iç kulak salyangozu ve göbek kordonu helis biçimindedir. Bitkilerde saplar, filizler, tohumlar, çiçekler, kozalaklar, yapraklar, ağaç gövdeleri vb helis biçimi olabilir. Sincaplar ağaçtan inerken veya ağaca çıkarken helis çizer. Mağaradan çıkan yarasalar, helis biçimi yol çizerek uçarlar. Tornado hortumları ve deniz girdapları helis çizer. Bir lavabodaki su helis çize çize boşalır.

Dört Kaplumbağa



İki komşu kaplumbağa Abner ve Bertha olsun. Bertha her an Abner'e dik bir yol izliyor. Bu ikisi her an saatin tersi yönde dönen ve giderek küçülen bir karenin komşu iki köşesinde bulunurlar. Bertha'nın hareketi her an ne Abner'den uzaklaşmak, ne de yaklaşmak şeklindedir; hareketin önemi yoktur. Bertha'nın Abner'e varmak için çizdiği yol karenin kenarı kadar, yani 3m. uzunlukta bir logaritmik spiraldir. Kavuşmaları 300 saniye alır.

Çarpım Maksimum Olsun

Biliyoruz ki bunun için $n_1=n_2=n_3= ...=n_k$ olmalıdır. Ancak k'yı nasıl bulacağız? Yani n sayısını k eşit parçaya böleceğiz ama k nasıl hesaplanacak? Burada natürel logaritmaların tabanı e imdada yetişmektedir. N sayısını e'ye bölmeniz size k'yı verir. Örnek: 10/e=10/2.718...=3.678 3.678'e en yakın tam sayıyı alırız:

4. 10/4= 2.5.

Gerçekten $(2.5)^4$= 39.0625, 10'u eşit parçalara bölerek elde edilebilecek en yüksek çarpımdır. ($(10/3)^3$= 37, $(10/5)^5$= 32 vb). 20 için çözüm 7 dir: 20/e= 7.36. Yuvarlak olarak 7. $(20/7)^7$ maksimum çarpımdır. 100 için çözüm 37. 100/e= 36.8. Yuvarlak olarak 37. $(100/37)^{37}$ maksimum çarpımdır.

Son Basamak -I

n≥5 için n! mutlaka 2 ve 5 asal çarpanları içerir (n < 5 ise 5 çarpanı yoktur). O halde n≥5 için n! daima 10'un katıdır (2x5= 10'dan); yani son rakamı sıfırdır. Toplama yaparken 5 ve 5'den sonrası için birler basamağı (en sağ basamak) hep sıfır olacaktır; o halde yalnızca 5'den küçük olan 4 sayının faktoryellerinin toplamı bize yeter. 1!+2!+3!+4!= 33 olduğundan problemin çözümü 3'tür.

Son Basamak II

Son Basamak-I de olduğu gibi n≥5 için son basamak sıfırdır; o halde yalnız 1!x2!x3!x4! bize lazımdır: 1x2x6x24= 288. Aranan sayı 8'dir.

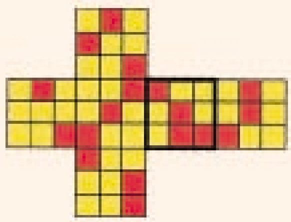
Satranç Turnuvası

	Cin Ruhi	Şahane Şaheste	Sonsuz Solen	Şeytan Şeyda	Kafaboş
Cin Ruhi		0	1	1	1
Şahane Şaheste	1		1/2	1/2	1/2
Sonsuz Solen	0	1/2		1	1/2
Şeytan Şeyda	0	1/2	0		1
Kafaboş	0	1/2	1/2	0	

Garip Bir Merdiven

Saat yönünde yürürseniz birçok basamak inmenize rağmen alçalmazsınız; saatin tersi yönde giderseniz birçok basamak çıkmanıza rağmen yükselmezsiniz.

Merkezdeki Küp



Elimizdeki 3 resme uyacak şekilde küpü açalım. 4 kırmızı küp içeren yüz, şekilde siyah çerçeveye alınan yüz gibi olmak zorundadır.

Görünen 26 küpten 17'si sarı ve 9'u kırmızıdır. O halde ortadaki küp kırmızıdır.

5 Küre

Yarıçaplar r_1,r_2,r_3,r_4 ve r_5 olsun.

$$\alpha_1=\frac{1}{r_1},\ \alpha_2=\frac{1}{r_2},\ \alpha_3=\frac{1}{r_3},\ \alpha_4=\frac{1}{r_4},\ \alpha_5=\frac{1}{r_5}$$

ise:

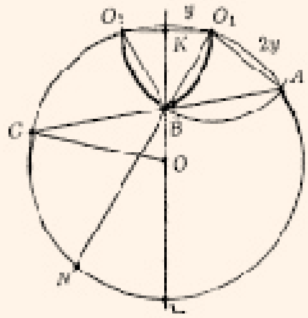
$$3(\alpha_1^2+\alpha_2^2+\alpha_3^2+\alpha_4^2+\alpha_5^2)=(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4+\alpha_5)^2.$$

(Soddy formülü). Kanıtlanması çok yer tutacağından veremiyoruz. İleri geometri kitaplarına bakabilirsiniz.

Miras

Cin Ruhi bu adama 1 at verdi. 17+1= 18 at. 18'in yarısı 9, üçte biri 6 ve dokuzda biri 2. 9+6+2= 17. Taksim vasiyete uygun. Ruhi verdiği atı geri aldı.

Üç Daire Problemi



O_1O_2B eşkenar üçgen olup O_1O_2nin orta dikmesi B ve O'dan geçer.

$KO_1=KO_2=y$ koyarsak $O_1A= 2y$ ve O_1BA üçgeni ikizkenar. $O_1B=O_1A$ ve O_1AB açısı= O_1BA.

$$\frac{\widehat{CN}+\widehat{O_1A}}{2}=\frac{\widehat{CO_2}+\widehat{O_2O_1}}{2}\Rightarrow$$

$$\frac{\widehat{CN}+2y}{2}=\frac{\widehat{CO_2}+2y}{2}\Rightarrow \widehat{CN}=\widehat{CO_2}$$

O_2O_1B açısı=60° (O_1O_2B üçgeni eşkenar)

$$\Rightarrow \widehat{CN}+\widehat{CO_2}=120^\circ\Rightarrow$$

$\widehat{CN}=\widehat{CO_2}=60^\circ$ bulunur.

$$\widehat{KBO_1}=30^\circ\Rightarrow\frac{\widehat{NL}+y}{2}=30^\circ\Rightarrow$$

$$\widehat{NL}=60-y$$

COK açısı= $\widehat{CO_2}+y=60^\circ+y$

CBO açısı= $\frac{\widehat{CN}+60-y+3y}{2}=$

$$\frac{120+2y}{2}=60+y$$

Bu, COB ikizkenardır demektir. CB=CO=R.

Negatif Sayının Modülü

Eksi sayıya modülü ekleyerek sonucu bulursunuz.

3-10= -7≡-7+9 (mod 9)≡2 (mod 9).
1-10=-9≡-9+10(mod 10)≡1(mod 10).
-10+18=8 ve -10≡8 (mod 18).
Bir başka örnek -10^{20}≡? (mod 11).
-10+11= 1 ve -10≡1 (mod 11);
o halde -10^{20}≡1^{20} (mod 11)
ve -10^{20}≡1 (mod 11).

Son bir örnek: 42769'u 842 ile çarpıp bu çarpımdan 89167 çıkarırsak sonucun son basamağı ne olur?

Yanıt süresi 3 saniye. Sayılar yerine sayıların son basamaklarını alarak işlemleri yaparız. (bu, 10 modülüne göre aritmetiktir):

(9.2) -7 = 1.

Gerçekten de sonuç 1 ile bitiyor.