



Biraz da Felsefe

Ünlü bir problem var, daha önce de konu etmiştim:

Aynı ray üzerinde, birbirlerinden 60 km uzaklıkta iki tren, saatte 30 km hızla birbirlerine karşı harekete geçerler. Trenlerin birisinin önüne konmuş olan bir kuş, 60 km süratle, aynı anda, diğer trene doğru uçmaya başlar. Diğer trene değdiği anda, geri dönüp ilk trene doğru uçar. İlk trene değer değmez, tekrar ikinci trene doğru 60 km hızla uçar ve böylece iki tren çarpışana kadar devam eder. İki tren çarpıştığında acaba kuş toplamda kaç km yol kat etmiştir?

Bu sorunun çok kolay bir çözümü var şüphesiz. İki tren birbirinden 60 km mesafede olduklarına göre ve her biri 30 km/saat hızla karşılıklı ilerlediklerine göre, 1 saat sonra çarpışacaklardır. Kuşun hızı 60 km/saat olduğuna göre de, 1 saatte 60 km yol alacağı kolayca bilinecektir.

Ama biz, bu problemle ilk karşılaştığımızda, ünlü matematikçi Von Neumann'ın yaptığını yapalım ve soruyu bir sonsuz toplam olarak çözelim:

Kuşun 60 km/saat hızına 2. trenin 30 km/saat hızını eklersek, kuşla tren birbirlerine 90 km hızla yaklaşacaklardır; ikisinin karşılaşması $60/90=2/3$ saat sonra olacaktır; yani birinci tren 20 km, kuş 40 km yol aldıktan sonra olacaktır. Bu anda, iki tren arasındaki mesafe 20 km kalmıştır çünkü ilk tren de 20 km ilerlemiş durumda olacaktır. Kuş ilk trene doğru döndükten $20/90 = 2/9$ saat sonra, ikinci buluşmasını ilk trenle yapacaktır. Bu sırada kuş $60 \times 2/9 = 120/9$, trenler ise $60/9$ 'ar km gitmiş olurlar. Trenler birbirinden ne kadar mesafedeler acaba bu noktada: her biri $60/9$ km ilerlediğine göre $120/9$ km daha birbirlerine yaklaşmış olacaklardır. Aradaki mesafe $20 - 120/9 = 60/9$ km'ye inmiştir. Geri dönen kuş, ikinci trene $(60/9)/90$ saat sonra ulaşır. Bu süreçte $(6/81)$ saat, kuş $60 \times 6/81 = 360/81$ km yol alır. Trenler ise birbirlerinden $360/81$ km daha yaklaşmış olurlar. Aradaki mesafe ise $60/9 - 360/81 = 180/81$ km kalacaktır. Bunları alt alta yazalım isterseniz:

buluşma sayısı	kuşun aldığı yol	kalan mesafe
1	40	20
2	40/3	20/3
3	40/9	20/9
4	40/27	20/27
...		
n	$40/(3)^{n-1}$	$20/(3)^{n-1}$

Kolaylıkla göreceğiniz gibi, kalan mesafe hızla sifıra yaklaşıyor. Bu durumda, her gidiş gelişte kuşun alması gereken yol da sifıra yaklaşıyor.

Daha önce de söylediğimiz gibi, kuşun aldığı yolları toplarsak 60 elde edeceğiz. Elde edeceğiz ama, bunun için kuşun sonsuz kez gidip gelmiş olması gerekir ki, bu pratik olarak biraz tuhaf değil mi? İki tren arasındaki mesafe kuşun boyutlarından da küçük olduğunda, bu

akıl deneyimiz anlamsızlaşıyor. Ancak isterseniz, iki tren arasında gidip gelen maddi bir nesne olmasın da hayali bir nokta olsun. Yani boyutları sıfır olsun. O zaman, boyutla ilgili gelebilecek eleştiriden kurtulmuş oluruz, maksadımıza ulaşmakta da herhangi bir eksiğimiz olmaz. Bu noktanın da iki tren arasında sonsuz kez gidip gelmesi gerektiği aşikâr.

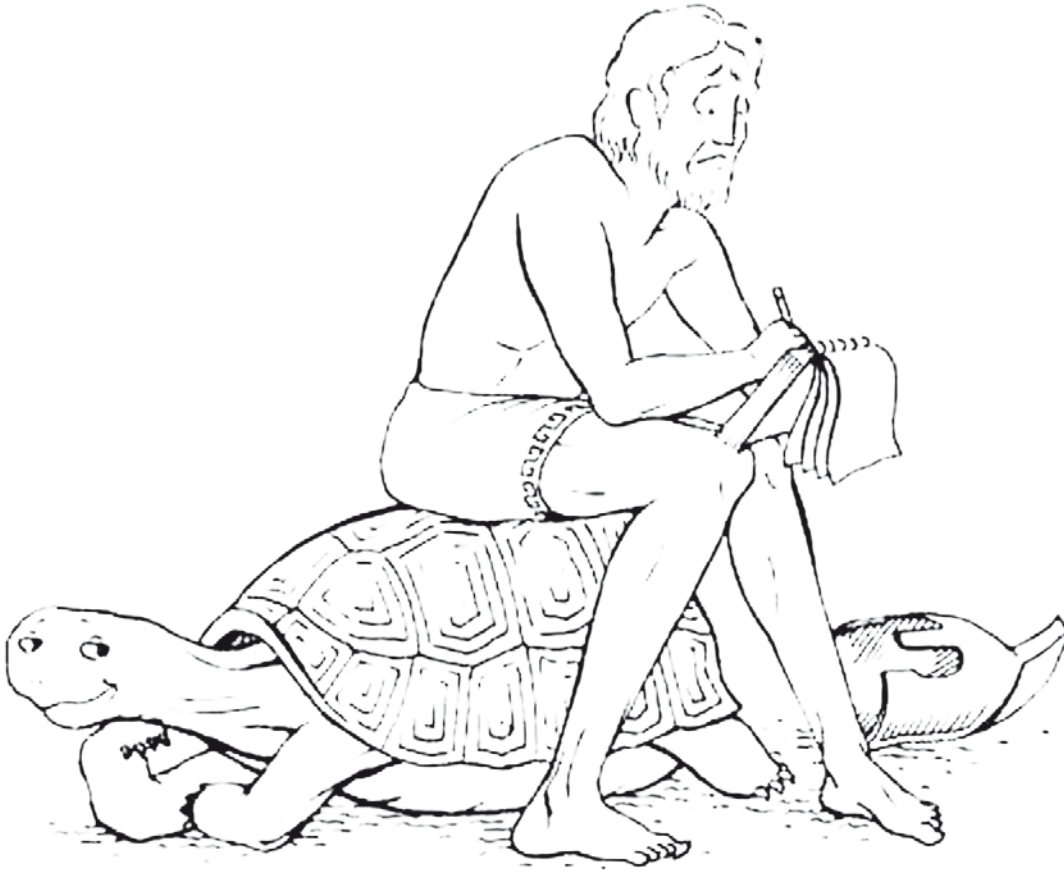
Bu kadar kısa zamanda, o kadar çok yön değiştirmek olanaklı mı sizce? Yani noktanın yön değiştirme hızının- yolculuk hızı değil, yön değiştirme hızı- sonsuz olması gerekiyor. Fizikçiler buna ne der bilemeyeceğim.

Varsayalım ki elimizde bir lamba var. Öyle ki, biz aklımızdan geçirdiğimiz anda yanık ise sönyüyor ya da sönyük ise yanıyor. Bunun nasıl olduğuna bakmayın, sadece oluyor diye varsayın.

Sıfırinci dakikada lamba sönyük olsun. Saniye kolu, 0 ile 1 dakika arasını gösteren çizgisel bir zaman göstergesi çalışmaya başlasın ve $1/2$ dakika dolduğu anda lamba yansın. $3/4$ 'üncü dakika dolduğu anda sönsün, $7/8$ 'inci dakikada yansın, $15/16$ 'inci dakikada sönsün, $31/32$ 'inci dakikada yansın ve böylece 1. dakikaya kadar, kalan sürenin yarı zamanlarında yansın veya sönsün; sırada hangisi varsa. Söyleyin bakalım, 1. dakikada lambamız yanıyor mu sönyük mü?

Zenon Paradoksu'nu hatırlayın; hani Aşil ile kaplumbağa hikâyesinde anlatmıştım. Unutmuş olanlar ya da o sayımızı okumamış olanlar için, kısaca özetleyelim: Kaplumbağa Aşil'in şımarık ve böbürlenlen haline kızıp yarışta meydan okur. Tek istediği 100 metrelik parkurda 10 metre avanstır. Şöyle düşünür: "Aşil ne kadar hızlı olursa olsun, benim de kendime göre bir hızım var. Aşil benim başlangıçta olduğum x_0 noktasına geldiğinde ben x_1 noktasında olacağım. O x_1 noktasına vardığında ben x_2 noktasında olacağım. Böylece o x_n noktasına geldiğinde ben çoktan orayı terk edip x_{n+1} noktasına varmış olacağım. Aşil beni asla yakalayamaz!"

Bu paradoks, Eski Yunanlı Zenon tarafından ortaya atılmış bir paradoks olduğu için, onun adıyla anılır ve biraz önce anlattığım akıl deneyleri de bu nitelikli paradokslardır. Ortada yapılması gereken bir görev var ve bu eylem sonsuz kere başarıyla yapılmalıdır: kuş sonsuz kere gidip gelmeli, lamba sonsuz kere yanıp sönmeli ya da kaplumbağa Aşil gelmeden sonsuz kere son bulunduğu noktayı terk etmelidir.



Dikkat ederseniz, burada sayılabilir sonsuz görev yapıyor. Sınırlı bir zaman ya da mesafe var. Başarılması gereken görev giderek daha kısa zaman aralığına ya da daha kısa mesafeye daralıyor. Bu tür problemlere süper-görev adını veriyoruz.

İlginçlik şurada: Kurguladığımız akıl deneylerinde, kuşun sonsuz kere gidip gelmesi, lambanın sonsuz kere yanıp sönmesi, kaplumbağanın sonsuz kere son bulunduğu noktayı terk etmiş olması pek de olacak şeyler gibi görünmüyor. Yani gerçekten, böyle süper görevler gerçekleştirilebilir şeyler midir? Bir lambanın, zaman göstergemiz yavaş yavaş 1 dakika noktasına yaklaşırken sonsuz kez yanıp sönmesi olabilir mi?

Burada konu ettiğim lamba deneyi filozof James F. Thomas tarafından düzenlenmiş olduğundan, Thomas'ın Lambası olarak anılıyor. Süper-görev sözcüğü de kendisine ait. Aslında Thomas'ın üzerinde durduğu nokta şu: Acaba lamba 1 dakika noktasına geldiğinde yanıyor mu yoksa sönük mü? Bunu bilmenin bir yolu var gibi gözüküyor. Tıpkı kuşun, iki tren çarpıştığında, hangi trende olacağını bilemeyeceğimiz gibi. Lamba

açık olamaz, çünkü açık lambanın hemen arkasından sönük olmadığı bir an yok. Aynı şekilde sönük olamaz çünkü hemen anında açık olmadığı bir nokta yok. Yani lamba hem açık hem kapalı. Aynı şey kuşun durumu için geçerli. Kuş 1. trende de değildir 2. trende de. Ya da hem 1. trendedir hem ikincide. Bunun aşikâr bir çelişki olduğu ortada.



Evet, işte böyle. Biraz karışık işler değil mi. Olsun ama bu karışıklıklar zaten işin güzelliği.

Sevgiyle kalın.