

# TESADÜF

Mehmet Serkan Kalaycıoğlu [ *Matematik Öğretmeni* ]

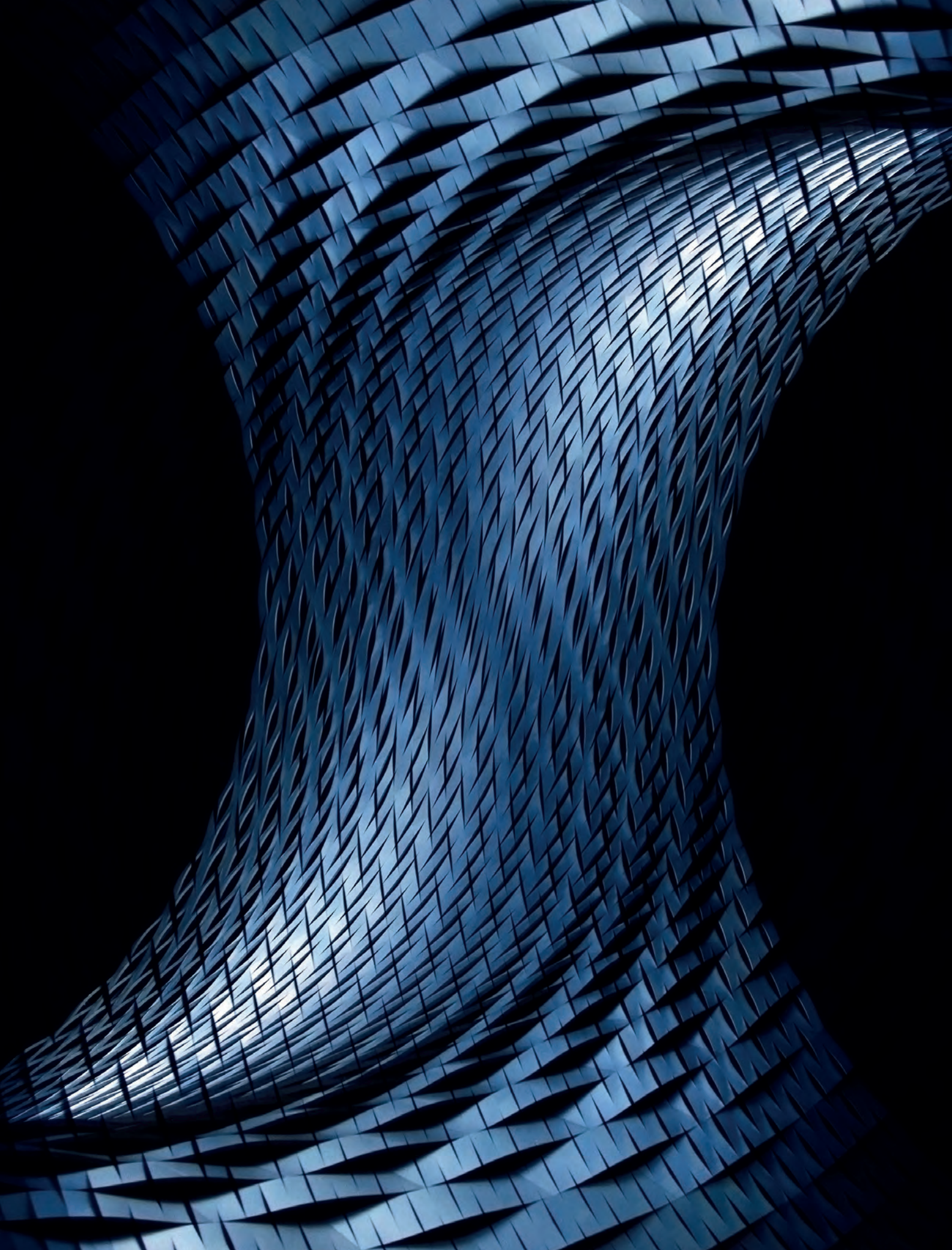
ABD’li fizikçi Michio Kaku bir konuşmasında yazılmış tüm fizik kitaplarının yanlış olduğunu söyler.

Kaku’nun anlatmak istediği şey fizik kitaplarının gelecekte bilim insanlarının çalışmaları sayesinde deđiŖeceđidir.

Kaku’nun sözleri bana MÖ 300 yıllarında yazılmış bir kitabın akıbetini hatırlattı.

**Michio Kaku**





Yunan filozof ve matematikçi Öklid'in yazdığı *Elementler* adlı kitap, insanlık tarihinin en çok tercüme edilen ve basılan kitaplardan biri olmasının yanı sıra yazıldıktan sonraki iki bin yıl boyunca matematikçiler için geometrinin tek kaynağıydı. Öklid bu kitapta geometriyi açıklamak için sadece beş kabullenme (postulat) kullanmıştı. İki bin yıl boyunca matematikçiler Öklid'in kabullenmelerini ispat etmek ya da çürütmek için çalıştı. Fakat bir kabullenme vardı ki, iki bin yıl boyunca birçok bilim insanının hayatını mahvetmişti. Parallellik postulatı olarak da bilinen beşinci kabullenme 19. yüzyıla kadar ne ispat edilmiş ne de çürütülmüştü. Bu yazıda tarihin en zorlu problemlerinden birinin çözümü sırasında yaşananlardan bahsedeceğim.



Öklid'in *Elementler*'i  
(Oxford Üniversitesi Western Kütüphanesi)

17. yüzyılda Sir Isaac Newton'un Öklid geometrisini (günümüzde geometriden bahsederken genellikle Öklid geometrisi ve Öklid dışı geometri ifadeleri kullanılır) kullanarak fizik ve astronomide çığır açması, Öklid geometrisinin sorgulanmasını engellemiştir. Öyle ki Öklid'inkinden farklı bir geometri arayışında olan bilim insanları akıl hastası olmakla dahi suçlanıyordu.

### Carl Friedrich Gauss

18. yüzyılın sonlarında Almanya'nın Brunswick şehrinde doğan Carl Friedrich Gauss, Öklid dışı geometrinin ortaya çıkmasında önemli bir rol oynamıştı. Birçok kişiye göre tarihin en büyük matematikçisi olan Gauss, daha üç yaşındayken babasının muhasebe hesaplarında bulunan bir hatayı fark ederek olağanüstü bir matematik yeteneğine sahip olduğunu belli etmişti. Kendi deyişiyle konuşmayı öğrenmeden önce saymayı biliyordu. Gauss 1795-1798 yılları arasında Göttingen Üniversitesi'nde eğitim almıştı.

Matematiğin birçok dalında önemli başarılarla imza atan Gauss'un orada Farkas Bolyai ile tanışması matematik tarihi için bir dönüm noktasıdır.



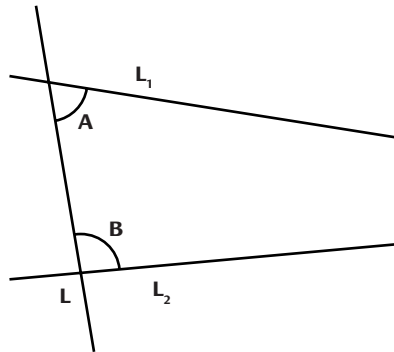
Carl Friedrich Gauss

Farkas (Wolfgang) Bolyai, üniversite eğitimi sonrası matematikle ilgili çalışmalarını geometri, özellikle paralellik kabullenmesi üzerine yoğunlaştırmıştı. Bir türlü Öklid'in beşinci kabullenmesini ispatlayamayan Farkas için bu uğraş zamanla takıntıya dönüştü. Aynı konu Bolyai'den önce Legendre ve Lagrange gibi büyük matematikçilerin de takıntısı olmuştu. Fakat hiçbir bilim insanı paralellikle ilgili kesin bir sonuca ulaşamamıştı. Parallellikle ilgili ilk çalışmasını 1804'te yayımlayan Bolyai'nin makalesindeki hataları ve eksiklikleri yakın arkadaşı Gauss ortaya çıkarmıştı. Pes etmeyen Farkas sonraki on yılını beşinci kabullenmeyi ispat etmek için harcamış ama bir türlü sonuca ulaşamamıştı.

### Parallellik kabullenmesi

Şekildeki gibi L doğrusu  $L_1$  ve  $L_2$  doğrularını kestiğinde oluşan A ve B açılarının toplamı 180 dereceden küçükse ve bu iki doğru açılarının olduğu yönde uzatılırsa kesişirler.

Bir diğer ifadeyle birbirine paralel doğrular kesişmez, birbirine paralel olmayan doğrular ise sonsuza dek uzatıldıklarında kesişir.



## Janos Bolyai

Farkas Bolyai'nin 1802'de dünyaya gelen oğlu Janos Bolyai daha çocukluk yıllarında babasının izinden gideceği izlenimini vermişti. Üniversite eğitimini tamamladıktan sonra Avusturya-Macaristan ordusunda görev yapmaya başlayan Janos bir yandan da matematikle uğraşıyordu. Oğlunun uğraşından haberdar olan Farkas ona yazdığı bir mektupta "Ben tüm hayat ışığı-mı ve zevkimi söndüren bu dipsiz geceden geçtim. Sana yalvarıyorum, paralellik biliminden uzak dur!" diyerek oğlunu uyarıyordu.



Farkas (Wolfgang) Bolyai

Janos babasının uyarılarını dikkate almayarak Öklid dışı geometri bulmak ümidiyle çalışmaya başladı. Daha önce bu konuyla uğraşanların tersine, beşinci kabullenmenin yanlış olduğunu farz ederek yola çıkmıştı. 1823'te babasına yazdığı mektupta "Beni hayretler içinde bırakacak kadar harika şeyler keşfettim. Hiçlikten garip yeni bir dünya yarattım" diyen Janos, iki yıl sonra çalışmasını kâğıda dökmüştü. 1832'de fikirleri



Nikolai Lobachevsky

babasının yazdığı geometri kitabında ek bir bölüm olarak yayımlandı. Arkadaşının kitabını okuyan Gauss'un dikkatini en çok Janos'un yazdığı yirmi dört sayfalık bölüm çekmişti. Gauss bunun üzerine Farkas'a yazdığı mektupta eski dostunun oğluya gurur duyması gerektiğini, Janos'un geometri konusunda birinci sınıf bir dâhi olduğunu yazdı. Fakat mektubun geri kalan kısmı kafa karıştırıcıydı. Gauss'a kalırsa Janos'un fikirlerinin tamamını kendisi daha çocukken bulmuştu ama yazıya dökmemişti.

## Nikolai Lobachevsky

19. yüzyılın başlarında Rus Çarı I. Alexander'ın başlattığı eğitim reformu ile Rusya'da birçok üniversite kurulmuş ve bu üniversitelerin öğretmen ihtiyacı Almanya ve Fransa gibi eğitimde ileri ülkelerden karşılanmıştı. Rusya'daki Kazan Üniversitesi'nde çalışmaya başlayan Alman matematikçi Martin Bartels'in öğrencilerinden birisi Nikolai Lobachevsky'ydi.

Bartels'in matematik tarihi dersini alan Lobachevsky paralellik kabullenmesi ile bu derste tanışmıştı. Mezun olduktan sonra tam zamanlı olarak Kazan Üniversitesi'nde çalışmaya başlayan Lobachevsky 1826'da Öklid dışı geometri ile ilgili fikirlerini kâğıda dökmüş ve 1829'da çalışmasını yayımlamıştı. Keşfinin daha geniş kitlelere ulaşması için Saint Petersburg Üniversitesi'ne başvuran Lobachevsky'nin isteği Rus matematikçi Ostrogradski tarafından reddedilmişti. 1837'de bitirdiği Öklid dışı geometri ile ilgili bir başka çalışmasının özetini 1840'ta Berlin'de yayımlayan Lobachevsky'nin buluşu Gauss'un takdirini kazanmıştı. Fakat Gauss, Lobachevsky'nin keşfi hakkında hiçbir açıklama yapmamıştı.

## Janos ve Lobachevsky Cephesi

Gauss'un yazdığı mektup sonrasında sessiz kalması Janos'un matematik kariyerini daha başlamadan bitirmişti. Öldüğü güne dek matematikle ilgili çalışmalarını amatör olarak sürdürmesine karşın hayatı boyunca yaptığı tek yayım babasının kitabındaki yirmi dört sayfadan ibaret kalmıştı. Janos'un hayatındaki kırılma noktalarından biri 1848'de Lobachevsky'nin yazdıklarına ulaşmasıdır. Kendi fikirlerinin bir başkası tarafından da yayımlanmış olduğunu görünce var olan ruhsal sorunları giderek büyüyen Janos hayatının geri kalanını akıl hastası olarak geçirmişti. 1860'taki ölümünden sonra matematikle ilgili yirmi bin sayfalık çalışması olduğu ortaya çıkmıştı.

Lobachevsky ise matematik kariyeri açısından Janos'tan daha başarılıydı. On dokuz sene boyunca Kazan Üniversitesi'nde rektörlük görevi yapmıştı.

Matematiğin yanı sıra fizik ve astronomi üzerine de çalışmalar yürüten Lobachevsky'nin Öklid dışı geometri ile ilgili çalışmaları, Janos Bolyai'nin durumunda olduğu gibi ancak öldükten sonra değer kazandı. Lobachevsky'nin hayatının son dönemi de yine Janos gibi maddi olanaksızlıklar içinde ve sağlık sorunlarıyla boğuşarak geçmişti.



Eugenio Beltrami



Felix Klein



Immanuel Kant

## Gauss Cephesi

Carl Friedrich Gauss'un yazışmaları ölümünden sonra halka açıldı. Bu yazışmalara baktığımızda Gauss'un geometri ile ilgili düşünceleri olduğunu görebiliyoruz.

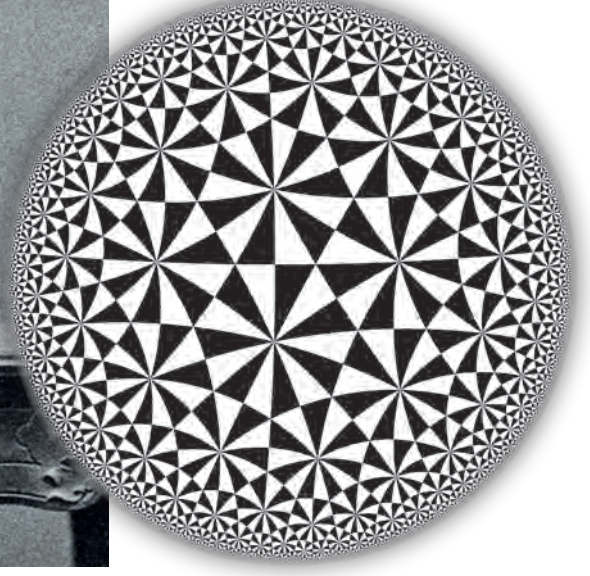
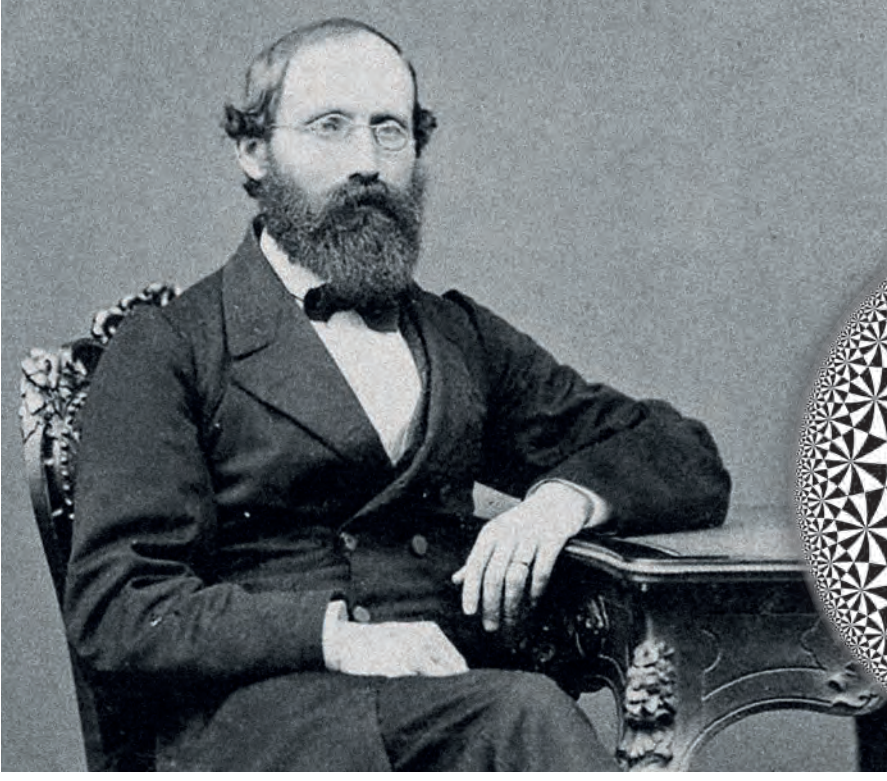
Örneğin Gauss 1824'te Taurinus'a yazdığı bir mektupta Öklid dışı geometri ile ilgili fikirleri olduğundan bahseder. 1846'da Schumaker'e yazdığı bir mektupta ise Lobachevsky'yi över, ama Lobachevsky'nin fikirlerinin aynılarını on beş yaşındayken kendisinin ürettiğini söyler.

Gauss'un Öklid dışı geometri hakkındaki düşüncelerini neden yayımlamadığını anlayabilmek için yaşadığı dönemdeki Almanya'ya göz atmamız gerekiyor. Ünlü filozof Immanuel Kant 19. yüzyıl Almanya'sında bilim dünyasını etkisi altına almıştı.

Kant'a göre Öklid geometrisi dışında bir geometriden bahsedilemezdi. Böyle bir ortamda matematik ile uğraşmayı sürdüren Gauss, 1829'da Friedrich Wilhelm Bessel'e yazdığı bir mektupta geometri ile ilgili çalışmalarını bilim dünyasından gelebilecek tepkiler nedeniyle yayımlamadığından bahsetmişti. Gauss'un Bolyai ve Lobachevsky'nin

çalışmalarını öğrenmesine rağmen kamuoyuna hiçbir açıklama yapmamasının nedeni olarak da bilim dünyasındaki bu durum gösterilir.

Tüm bu yaşananların içinde en önemli ayrıntı Gauss'un Farkas Bolyai ve Martin Bartels ile olan arkadaşlığıdır. Bugün Bolyai-Lobachevsky geometrisi olarak bilinen dalın yaratıcılarından birinin babasının, diğerinin ise öğretmenin Gauss'la yakın ilişkisi olması bir süre bilim dünyasında karışıklığa yol açmıştı. Felix Klein'in da aralarında bulunduğu ünlü birçok matematikçi bu yeni geometrinin keşfinin Gauss'a ait olduğunu iddia etmişti. Fakat Gauss ile Bartels arasındaki yazışmaları inceleyen Boris Lukich Laptev'in belirttiği üzere Bartels Gauss'un geometri ile ilgili düşüncelerinden haberdar değildi. Bir başka deyişle ortada çok büyük bir tesadüf vardı.



Bernhard Riemann

## Sonuç: Hiperbolik Geometri

10 Haziran 1854'te Gauss'un öğrencisi Bernhard Riemann "*On the hypothesis that lie at the foundation of geometry*" isimli bir makale yayımladı. Riemann makalesinde Lobachevsky ve Bolyai'nin bahsettiğinden daha farklı bir geometriden bahsediyordu. Artık matematikçilerin elinde Lobachevsky, Bolyai ve Riemann'ın buluşları vardı.

1868'de İtalyan matematikçi Eugenio Beltrami bu düşünceler arasındaki bağlantıyı kurmuştu. 1871'de ise Alman matematikçi Felix Klein Beltrami'nin düşüncelerini tamamlamıştı. Klein'a göre en az iki farklı geometri vardı: Öklid geometrisi ve Öklid dışı geometri. Bolyai ile Lobachevsky'nin bulduklarının da artık yeni bir ismi olmuştu: Hiperbolik geometri. ■

### Kaynaklar

Jeremy, J. G., *Janos Bolyai, Non-Euclidean Geometry, and the Nature of Space*, MIT Press, 2004.

Birkhoff, G. ve Bennett, M. K., "Felix Klein and his 'Erlanger Programm', History and Philosophy of Modern Mathematics", *Minnesota Studies in the Philosophy of Science, XI Kitap*, s. 145-176, 1988.

Gray, J. J., *Worlds Out of Nothing: A Course in the History of Geometry in the 19th Century*, Springer Undergraduate Mathematics Series, 2007.

Popov, A., *Lobachevsky Geometry and Modern Nonlinear Problems*, Springer, 2014.

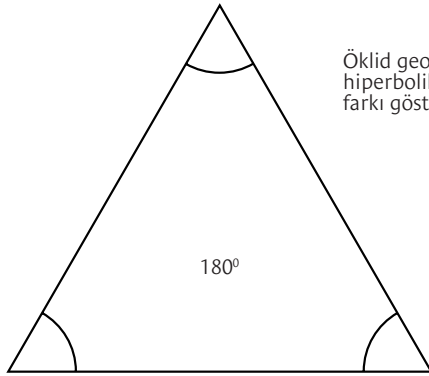
Vucinic, A., "Nicolai Ivanovich Lobachevskii: The Man Behind the First Non-Euclidean Geometry", *Isis*, Cit 53, Sayı 4, s. 465-481, Aralık 1962.

Dunnington, G. W., *Carl Friedrich Gauss: Titan Of Science*, Literary Licensing, 2012.

Gray, J. J., *Janos Bolyai, Non-Euclidean Geometry and the Nature of Space*, MIT Press, 2004.

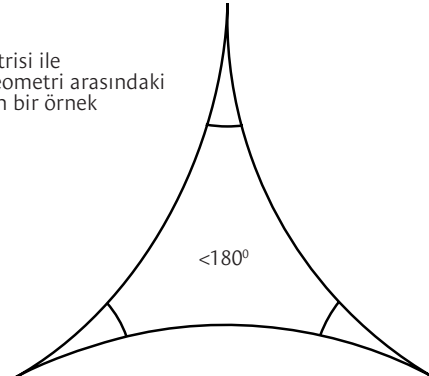
Boi, L., Flament, D. ve Salanskis, J. M., 1830-1930: *A Century of Geometry: Epistemology, History and Mathematics*, Springer, s. 1-21, 1992.

Kagan, V. F., *N. Lobachevsky and His Contribution to Science*, Moscow: Foreign Languages Publishing House, 1957



Öklidçi geometride  
üçgenin iç açılarının toplamı

Öklid geometrisi ile  
hiperbolik geometri arasındaki  
farkı gösteren bir örnek



Hiperbolik geometride  
üçgenin iç açılarının toplamı