



Ayakkabı Bağının Topolojisi

Dikkat!
Bu makaleyi okuyup bitirinceye kadar ayakkabılarınıza sakın bakmayın; yoksa, onları bir daha hiç bağlayamama durumunda kalabilirsiniz!..

E3'deki iki basit kapalı eğri eşittir denebilir. Üç boyutlu uzayda birbirlerine homeomorf, kapalı, basit eğrilere eşdeğer eğriler denir. Eğer kapalı basit bir J eğrisi, $x_1^2 + x_2^2 = 1$, $x_3 = 0$ denklemleriyle verilen düzlem çemberine eşdeğerse J eğrisine çözülebilir eğri adı verilir.

Matematiğin akıcı diliyle pabuçlarınızı nasıl bağladığının basit bir açıklamasını okudunuz. Spor pabuçlarındaki bağcıkların düğümlenmesi ya da büyükannenizin önlüğünü bağlayıvermesi yüzyıllardır matematiksel spekülasyon konusu olmuştur. Uzun zamandır da, matematiğin geometrik şekillerin değişmeyen özelliklerini inceleyen dalı olan topolojinin en çetrefil problemi olmaya devam etmektedir. Ancak düğüm teorisindeki klasik bir problemin çözümlenmiş olması olasılığı belirlemiştir. Buffalo'daki New York Devlet Üniversitesi'nden matematikçi William Menasco en karmaşık düğümün çözülmesinin kaç aşamada olabileceğini belirlemiştir. Bu büyük çözüm belki sizin pabuçlarınızı daha kolay bağlamanıza yardımcı olmayacaktır, ama DNA sarmalının bir düğüme benzediğini göz önünde tutacak olursak biyolojide ve matematiğin bazı dallarında yeni bir yaklaşıma yol açacaktır.

Aslında, matematikteki düğümlerin ayakkabı bağlarındaki gibi iki ucu yoktur. Bunlar, altın bir zinciri oluşturan kapalı halkalara benzer. "Düğümlenmek" için zincirin ucu açılır, döndürülür ve birkaç kez kıvrıldıktan sonra yeniden kapatılır. Oluşan kapalı sarmal, matematikçiler için düğümdür. En basit düğümün görüntüsü sadece bir kez kıvrılmış çöreklerle benzetilebilir. İngiliz bilimci Lord Kelvin'in 1800'lerde kimyasal elementlerin eter ve benzeri karmaşık maddelerin sarmalından oluştuğu

şeklindeki önermesi önem kazanmıştır. Bilinen elementleri izah etmek için Kelvin, iki meslektaşından bir sicimin yüzlerce değişik bükümlü şeklini liste haline getirmelerini istemiştir.

Bu konudaki ilk yaklaşımlardan biri, düğümü çözmektir. Bu ise uzun bir zamandır çekmeceye duran altın bir zinciri düzeltmekten daha zordur. Matematikçiler bu düğümü çözmekten çok, bu eylemin kaç aşamada gerçekleşeceği ile ilgilenebilirler. Böylece Kelvin'den bu güne teorisyenlerin algoritma - bu, bir düğümü çözmek için en az sayıda işlemin belirlenmesi sürecine verilen isimdir - ile bulaşmaları sona ermemiştir. Bunun matematikçilerin düğümlerle ilgili bilgileriyle iltihlandırılabilen - halatın kaç telden oluştuğu, birbirine kaç kez sarmastığı, ucunun sağda mı yoksa solda mı kaldığı gibi unsurlar - ve bu yaşamsal önemdeki "düğümlenme" istatistiklerinin düğümü çözmeye sayısını bulmaya yarayacak basit bir denkleme dönüştürülebileceği konusuyla bağlantılandırılabilen ümit edilmektedir. Bu üçlemeden yola çıkarak, 1954'de Amerikalı matematikçi John Milnor düğümü çözmeye sayısı ile diğer iki sayı arasında basit matematiksel bir ilişki bulmuştur.

Daha sonraları topolojiciler, şekil ve dokuyu simgeleyen düğüm niteliğinin, düğüm ve çözülmesi konusundaki daha derin gizlerde saklı olduğundan kuşkulandırmaya başlamışlardır. 1980'lerin başında, ça-

lışmalarını düğümü çözmeye sarmalların uzandaki duruşunu anlamakla mümkün olabileceği üzerinde yoğunlaştırmaya başlamışlardır.

Menasco, çalışmalarında düğümü çözmeye aşamalarının sayısının çaprazlama sayısına eşit ya da daha az olması gerektiği tezinden hareket etmiştir. Burada kastedilen, sarmastırılan halatın telleri ya da örgü endeksidir (bir düğümün nasıl yapılabileceğidir). Menasco düğümün ilmeklerini, düzlemsel şekilli diskler gibi şekillendirmiştir. Sonuçta, en basitten en karmaşığa tüm düğümler için geçerli bir düğüm çözmeye değeri bulunmuştur. Menasco, Oxford üniversitesinden Peter Kronheimer ve Kaliforniya Teknoloji Enstitüsünden Tom Mrowka'nın bağımsız çalışmalarından da yararlandığını belirtmektedir.

Bu ispat, DNA'nın kendini bir hücrenin içinde düğümlenmiş biçimini keşfetmeye çalışan biyomatematikçiler için de çok yararlı olacaktır. Hücreler bölünmeden DNA'nın kendini hücre çekirdeğinde kopyalaması gerekmektedir. Menasco'nun çözümü, genlerin embriyonun oluşumu ve büyümesi sürecinde kendini katlamasını ve örneğin kanser oluşumunda olduğu gibi çarpık katlanmaların nasıl olduğunu çözümlenmeye yaradım edebilecektir.

Sonuçlar, diğer topolojicilere de çaprazlama benzeri yapıların ve yüzeylerle (örneğin çaprazlama ve kurdele biçimi bağlanmanın) ilgili problemleri çözmelerinde yardımcı olacaktır.

Tüm bu matematikçilerin çaprazlama ve düğümlerle uğraştığını bilmenin pabuçlarınızı daha kolay bağlamanıza yardımcı olmayacağı kanıdaysanız gidip bir çift makas alabilirsiniz!..

