“Matematiğin Nobel’i” Abel Ödülü Sayı Kuramcısı Gerd Faltings’in

İlay Çelik Sezer [*TÜBİTAK Bilim ve Teknik Dergisi*

Sıklıkla “matematiğin Nobel’i” olarak nitelendirilen ve dört yılda bir verilen Abel Ödülü’ne bu yıl sayı kuramcısı Gerd Faltings layık görüldü. Abel Komitesi’nin açıklamasına göre Faltings, bu ödülü aritmetik geometriye güçlü araçlar kazandırması ve Mordell ve Lang’ın Diophantine denklemlerine ilişkin uzun süredir kanıtlanmayı bekleyen varsayımlarını ispatlaması dolayısıyla alacak.

Peter Badge / Typos1 / The Abel Prize

2026 Abel Ödülü'nün sahibi Gerd Faltings

Yaptığı çalışmalarla matematiğin en önemli alanlarından biri olan aritmetik geometrinin kuruluşuna katkıda bulunan Faltings, uzun süredir çözülmeyi bekleyen iki önemli varsayımı ispatlamakla kalmayıp sonrasında 40 yıldan uzun bir süreye yayılan araştırmalara rehberlik eden yeni kuramsal çerçeveler de oluşturdu.

Faltings'in, ilk kez 1922 yılında Louis Mordell tarafından ortaya konan ve uzun bir süre ispatlanmayı bekleyen Mordell varsayımını 1983 yılında kanıtlaması, o dönem matematik dünyasında büyük yankı uyandırmıştı. Bu başarısı Faltings'e 1986 yılında, henüz 32 yaşındayken matematiğin en prestijli ödüllerinden biri olan Fields Madalyası'nı kazandırmıştı.

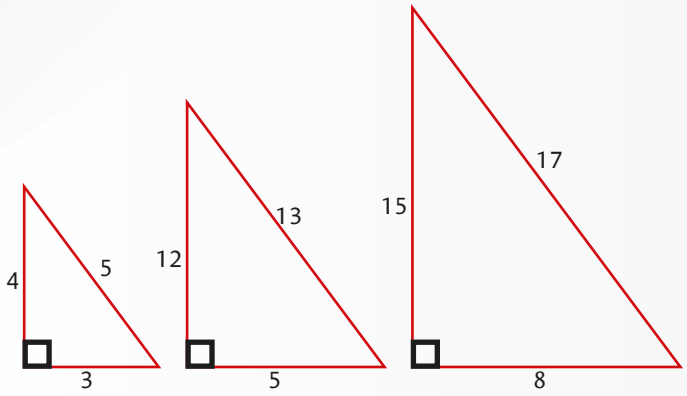
Mordell varsayımı Diophantine denklemleri ile ilgili. Diophantine denklemleri, bilinmeyenlerin üstel kuvvetlerini ve toplamlarını içeren ve çözümleri rasyonel sayılar olması gereken denklemlerdir. Rasyonel sayılar, tam sayılar ya da tam sayıların kesirleri şeklinde ifade edilebilen sayılardır. Mordell varsayımı özel durumlar dışında bu tür denklemlerin en fazla sonlu sayıda çözümü olabileceğini yani bu denklemleri sağlayan sonlu sayıda rasyonel sayı kümeleri olabileceğini öne sürüyordu.

Diophantine denklemlerinin en bilinen örneği hepimizin okul sıralarında öğrendiği, dik üçgenlerin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi gösteren Pisagor teoreminde karşımıza çıkar:

$x^2+y^2=z^2$

Çoğu dik üçgende bu denklemin çözümü hipotenüs için irrasyonel bir sayı verir. Örneğin dik kenarları birer santimetre uzunluğunda olan bir dik üçgen için hipotenüsün değeri √2 santimetre olur. Ancak bazı özel durumlarda bu denklemi sağlayan üç kenar uzunluğunun üçü de tam sayı olabilir. Örneğin $3^2+4^2=5^2$ (9+16=25) ya da $5^2+12^2=13^2$ (25+144=169) denklemlerinde olduğu gibi. Aslında bu denklemi sağlayan sonsuz sayıda tam sayı çözümü yani tam sayı x, y ve z üçlüleri vardır. Ancak 2'den fazla kuvvetler için bu durum geçerli değildir. İşte Faltings'i üne kavuşturan ispat, bazı özel durumlar hariç bilinmeyen değişkenlerin daha yüksek kuvvetlerini ve çarpımlarını içeren (örneğin $x^3y+y^3z+z^3x=0$) denklemlerin ancak sonlu sayıda rasyonel çözümleri olabileceği yönündeydi.

Nobel Ödülü'nden esinlenerek oluşturulan Abel Ödülü bu yıl 24. kez veriliyor. Kazanan bilim insanları, 7,5 milyon Norveç Kronu tutarında para ödülü alıyor.



$3^2+4^2=5^2$ (9+16=25)

$5^2+12^2=13^2$ (25+144=169)

$8^2+15^2=17^2$ (64+225=289)

Pisagor teoremine göre dik üçgenlerin kenar uzunlukları arasında $x^2+y^2=z^2$ denklemiyle gösterilen bir ilişki vardır. Şekilde üç örneğini gördüğünüz gibi bu denklemi sağlayan sonsuz sayıda tam sayı çözümleri yani tam sayı x, y ve z üçlüleri vardır.
(Not: Çizimler örnek kenar uzunluklarıyla orantılı değildir.)

Mordell, neden bazı Diophantine denklemlerinin sonsuz, bazılarının ise yalnızca sonlu sayıda rasyonel çözüme sahip olduğunu anlamaya çalışıyordu. Bu denklemler, karmaşık sayılar (a+bi biçiminde yazılabilen ve bir gerçel bir de sanal bileşenden oluşan sayılar) üzerinde incelendiğinde birer geometrik yüzey (örneğin küre gibi yüzeyinde delik olmayan ya da simit gibi delikli yüzeyler) gibi düşünülebilir.

Peter Badge / Typos1

Faltings'in çalışmaları, Fransız matematikçi Pierre de Fermat tarafından 1637'de ortaya konan "Fermat'nın son teoremi" adlı ünlü teoremin ispatlanmasının da yolunu açtı. 1994'te Andrew Wiles (sağda) tarafından yapılan ispat matematiğin son 40 yıldaki en büyük başarılarından biri sayılıyor. Fermat'nın son teoremi özel bir Diophantine denklemiyle ilgiliydi: n sayısının 2'den büyük bir tam sayı olduğu durumlarda, $x^n+y^n=z^n$ denkleminin rasyonel çözümleri bulunmadığını söylüyordu.
Fermat'nın Son Teoremi hakkında Bilim Genç'te yayımlanan bir yazıya kare kod yardımıyla erişebilirsiniz.

genus 0 genus 1 genus 2 genus 3

Diophantine denklemleri, karmaşık sayılar üzerinde incelendiğinde birer geometrik yüzey gibi düşünülebilir. Matematikçiler, bu yüzeylerdeki genus olarak adlandırılan deliklerin sayısı arttıkça denklemin çözüm davranışının da değiştiğini fark etti.

Matematikçiler, yüzeydeki delik sayısı (genus olarak isimlendirilir) arttıkça denklemin çözüm davranışının da değiştiğini fark etti. Mordell, simitten daha fazla deliğe sahip yüzeylere karşılık gelen denklemlerin yalnızca sonlu sayıda rasyonel çözümü olacağını öne sürdü. Bu güçlü sezgi uzun yıllar kanıtlanamadı ancak 1983'te Faltings tarafından ispatlanarak matematik tarihine geçti.

Faltings'in, sadece Mordell varsayımını ispatlaması değil ispatlarken izlediği yol da matematikçileri şaşırttı. Faltings'in ispatı, görünürde birbirinden ayrı iki matematik dalı olan geometri ve aritmetiğe ait fikirleri bir araya getiriyordu. Başarısını belirsizliğe tahammül edebilmesine ve içinde işe yarayabileceği yönünde bir his taşıdığı ancak belki de ispatlayamayabileceği fikirlerle ilgili risk alabilmesine bağlayan Faltings, "Bazen her adımı ispatlayarak ilerlemeye çalışan insanların önüne geçiyorum ama bazen ben de yanlış yola sapıyorum." diyor.

Mordell varsayımı zorluğuyla nam salmış bir problemdi ve Faltings Almanya'daki Wuppertal Üniversitesinde çalıştığı dönemde bu konuda tam bir çözüme ulaşmaktan ziyade ara sonuçlar elde etmek umuduyla çalışıyordu. Kendi ifadesine göre başlangıçta pek ileri gidebileceğini düşünmediği için ispatlayabildiği her ara sonuç Faltings'i motive ediyordu. İspatı tamamladığında ise ispatın geçerli olup olmadığı konusunda kendini ikna etmesi biraz zaman alsa da sonunda büyük bir mutluluk yaşamıştı.

Peter Badge / Typos1 / The Abel Prize

Aslında bu ölçekte büyük etkileri olacak problemler seçmek gibi bir niyetle yola çıkmadığını belirten Faltings şöyle diyor: "Her zaman beni ünlü ya da zengin yapacak hedeflere değil uğraşmayı sevdiğim konulara odaklanma yönünde bir düşüncem oldu. Çünkü sevdiğiniz şeylerle uğraşırsanız daha çok keyif alırsınız."

Faltings, matematiğe 12 yaş civarında ilgi duymaya başladığını, fizik ve diğer temel bilim alanlarına da merak duymasına rağmen matematiğin entelektüel açıdan netliğinin onu cezbettiğini söylüyor. "Matematikte neyin doğru neyin yanlış olduğu açıktır, ben de bunu seviyorum." diyor Faltings.

Mordell varsayımı, Faltings'in 1983'teki ispatıyla birlikte Faltings teoremi hâline geldi. Faltings teoremi matematikte büyük bir etki yarattı. Diophantine denklemleri konusuna olan ilgi yeniden canlandı ve 1989'da Paul Vojta adlı matematikçi Mordell varsayımı için alternatif bir ispat ortaya koydu. Faltings, bu yaklaşımı geliştirerek kendi sonucunun çok daha kapsamlı bir genellemesi olan Mordell–Lang varsayımını ispatladı. Faltings teoremi, Fermat'nın son teoreminin Andrew Wiles tarafından 1994 yılında ispatlanmasına giden süreçte önemli bir basamak oldu. Faltings'in çözdüğü pek çok varsayım ve Mordell varsayımını kanıtlamak için geliştirdiği araçlar zaman içinde genelleştirilerek günümüz matematik araştırmalarının en önemli çalışma alanlarından bazılarının temellerini oluşturdu. Şekillerin kıvrımları ile yapıları arasındaki ilişkileri, günlük hayatta kullandığımıza pek benzemeyen sayı sistemleri kullanarak inceleyen araştırma alanını ifade eden p-sel Hodge kuramı bunlar arasında. Matematikçiler hâlen Faltings teoreminin sonuçları üzerinde çalışmaya devam ediyor. Örneğin geçtiğimiz mart ayında bir grup matematikçi, bir eğrinin sahip olabileceği rasyonel nokta sayısına (bir eğriyle tanımlanan Diophantine denklemlerinin çözümleri, bu eğriler üzerindeki rasyonel noktalara karşılık gelir) somut bir üst sınır bulduklarını duyurdu. Sonuç olarak Abel Ödülü'nün gerekçesinde de vurgulandığı gibi Faltings'in çalışmaları, aritmetik geometriye yön veren güçlü araçlar ortaya koyarak Diophantine denklemleri ile ilgili onlarca yıllık problemlerin çözülmesini mümkün kıldı ve bu alandaki çalışmaların yönünü değiştirdi. ■

Kaynaklar

https://abelprize.no/abel-prize-laureates/2026
https://www.newscientist.com/article/2519762-mathematician-wins-2026-abel-prize-for-solving-60-year-old-mystery/
https://www.nature.com/articles/d41586-026-00819-y
https://www.scientificamerican.com/article/gerd-faltings-mathematician-who-proved-the-mordell-conjecture-wins-the-abel/