Bir Dahinin Ardından

Pali Basci, namı diğer Paul Erdös: Asrımızın matematiğine 83 yıl süren uzun ve verimli ömrüyle damgasını vuran Paul Erdös, 20 eylül 1996 Cuma günü, bir matematik semineri için gittiği Varşova'da hayata gözlerini yumdu. Bütün dünya bu olayı büyük bir üzüntüyle karşılarken, Türkiye'de birkaç kişinin dışında, yine kimsenin haberi bile olmadı. Bunu bilimsel meraksızlığımıza mı bağlamalı bilinmez, ama biraz da geç olarak yayımlanan bu yazı umarız Erdös'ü hayattayken tanıyamayan birçok kişiyi onunla tanıştırır.

Macaristan'da Yahudiler

Habsburg İmparatorluğu'nun 1867'de ikili Avusturya-Macaristan yönetimine dönüşmesi ve bundan çeyrek yüzyıl sonra bölgede Macar ağırlıklı bir hükümetin kurulmasıyla birlikte, özellikle Budapeşte civarında hızla yeşermeye başlayan entelektüel yaşam ve uygulanan kapitalist yönetim biçimi sonucunda Macaristan, çevre bölgelerde yaşayan Yahudiler için bir çekim merkezi olmaya başlamıştı. Kara tahta bilimi diye de anılan matematiğe özel bir ilgi göstermiş olan bu ulus için, uygulanan politikalar sayesinde Macaristan ideal bir vatan oluşturuyordu. Öyle ki Macaristan'a gelen Yahudiler, Macarlar'dan daha Macar oluyordu. Öteden beri kullandıkları isimlerini atıyorlar, Macar isimlerini alıyorlardı. Bilimde, özellikle matematikte bu ülkenin bilimsel tabanını oluşturuyorlardı. Paul Erdös de Macar Yahudileri'nin yaşadığı bu Altın Çağın son demlerinde, 26 Mart 1913'te bir Yahudi ailesinin çocuğu olarak Budapeşte'de doğdu.

Bir Matematikçi Büyüyor

Doğduktan birkaç gün sonra kızıl hastalığına yakalanan iki kız kardeşinin ölmesi üzerine Anyuka'sı (annesi), onu olağanüstü koruma altına alır. Sırf bu yüzden Paul, kızıl hastalığına ilk kez 23 yaşında yakalanır. İlk öksürüğü de 30 yaşında tadar. İki yaşındayken iki dilde sayı saymasını öğrenir. Dört yaşındayken negatif sayıları keşfeder ama aynı zamanda herkesin bir gün öleceğini de keşfeder. Bu yıllar, Macaristan'ın karışmaya başladığı yıllardır. Apuka'sı (babası) Ruslara esir düşer ve ancak altı yıl sonra geri döner. Salgın hastalıklardan ve artan Yahudi karşıtı eylemlerden korkan Anyuka, küçük Paul'u okula göndermez. Evde Apuka ve Anyuka ona matematik ve İngilizce öğretirler.

Yaşıtlarının kolejlerde okuduğu yıllarda, Paul ev ve okul destekli bir eğitim programı içerisindedir. Bu sıralarda, 1900'lü yılların başından beri yayımlanan Közepiskolai Matematikai Lapok (KöMaL) dergisi, Macaristan'da lise öğrencilerinin en çok ilgisini çeken dergilerden biridir. Bu derginin her yıl düzenlediği problem çözme yarışmaları adeta geleceğin Macar matematikçilerini belirlemektedir. Bu yarışmalar sonucu ilk üçe giren öğrencilerin fotoğrafları dergide basılmaktadır ve genç Paul'un fotoğrafları da üç sene art arda, çağdaşları Paul Turán, George Szekeres, Tibor Gallai ile birlikte basılır. Erdös ve Turán'ın yıllar sürecek dostluklarının temeli de burada atılır.

Üniversiteye giriş ve...

Paul 17 yaşında Peter Pazmany Üniversitesi'ne girer ve o yıl içinde, ilk kez Chebyschev tarafından kanıtlanan ve Bertrand'ın Postulatı diye de bilinen şu önemli teoremin gelişmiş yöntemlere dayanmayan yeni bir kanıtını verir: Birden büyük her n doğal sayısı için, n ile $2n$ arasında en az bir asal sayı vardır.

İki yıl sonra Acta Scientarum Mathematicarum dergisinde bu kanıt yayımlanır ve bu Erdös'ün ilerde sayısı 1500'ü bulacak bilimsel yayınlarının ilkidir. 18 yaşındayken, yani henüz üniversitesinin ikinci sınıfındayken Leopold Fejer'in gözetimi altında doktora tezini tamamlar. Tez konusu, bir yıl önce yaptığı kanıtın bir genellemesidir ve bu tez üç yıl sonra Mathematische Zeitschrift'te yayımlanır. Bundan sonra kahramanımız için kendi deyimiyle *Kitap*'ın sırlarla dolu enginliklerini araştırma serüveni başlar (Erdös, içinde matematiğin en güzel teoremlerinin ve kanıtlarının yer aldığını ve hiçbir insanın okuma fırsatı bulamadığını söylediği bir kitabın varlığına inanıyordu).

Matematik dünyasında devrimci olarak bilinen tek insan Euler'dir. Özel problemler üzerinde çalışan Euler'in çalışmaları; Analitik ve Cebirsel Sayılar Kuramı'nın, Topoloji, Kombinatorik, Fonksiyon Uzayları gibi konuların doğmasını sağladı. Öyle görünüyor ki, tıpkı Euler gibi özel problemler üzerinde çalışan ve 1500'ün üzerinde makale yayımlayan Erdös de bundan sonra devrimci olarak anılacak. O da Kombinatorik ve Probabilistik Sayılar Kuramı, Kombinatorik Geometri, Probabilistik ve Transfinite Kombinatorik konularını matematik dünyasına kazandırdı.

Hacı Matematikçi

Erdös, 450 nin üzerinde matematikçiyle ortak makale yayımladı. Buradan da ünlü Erdös sayısı çıktı. Erdös sayısının ne olduğunu merak edenler için kısa bir tanım verelim: Erdös'ün Erdös sayısı sıfırdır. Erdös'le ortak bir yayın yapan bir kişinin Erdös sayısıysa birdir. Erdös'le yayın yapmayan ama Erdösle yayın yapan bir kişiyle yayın yapan birisinin Erdös sayısı da ikidir. $n \geq 2$ için, Erdös sayısı n den küçük ya da eşit olmayan ve Er-

dös sayısı n olan birisiyle ortak yayın yapan bir kişinin Erdös sayısı $n+1$ dir.

Bu tanıma göre, Einstein'ın Erdös sayısı ikidir. Dünyada, Erdös sayısı bir ya da iki olan 4500 den fazla insan vardır. Erdös'ün bu kadar çok kişiyle çalışmasını sağlayan en önemli etkenlerden biri de hiç kuşkusuz sık sık yaptığı gezilerdir. Dünyanın birçok ülkesine yaptığı matematik amaçlı geziler, ona 'Hacı Matematikçi' denmesine neden oldu. 1979 yılında kendisiyle yapılan bir söyleşide birkaç gününü şöyle özetliyor: "Cumartesi günü Winnipeg'de bir sayılar kuramı seminerine ve o akşam bir Macar lokantasında düzenlenen yemeğe katıldım. Ertesi sabah Toronto'ya uçtum. Havaalanından Waterloo'ya pikniğe gittik. Akşam Toronto'ya döndük ve o akşam, ertesi gün Imperial Kolej'de sabah saat 11'de ders vermek üzere Londra'ya uçtum." Herhalde bu alıntı, Erdös'ün ne kadar dolu bir hayat yaşadığını anlatmaya yeterli. Böyle bir yaşam biçimi de matematikçiler arasında şu espriyi üretmişti: "Paul Erdös'ü görmek istiyorsan sadece otur, bekle yerinde, o gelip seni bulacaktır".

Yüzlerce profesyonel matematikçiyle ortak çalışmalar yapmak Erdös'e yetmemiş, yetenekli lise öğrencileriyle de çalışmalar yapmıştır. Çalıştığı gençler tıpkı onun gibi küçük denebilecek yaşlarda bilimsel makaleler yayımlamışlardır. Laszlo Lovasz, Attila Mate, Imre Ruzsa gibi günümüzün önde gelen Macar matematikçileri Erdös'ün elinden geçmiştir.

Erdös, yaşamı boyunca sürekli bir geliri olmamasına rağmen, giderlerinin, gelirleri yanında çok küçük kalmasından dolayı, birkaç ödülden kazandığı parayı yetenekli matematikçilere burs olarak verecek kadar cömertti. Budapeşte'de ortaklı aldığı apartmanı bile matematikçilerin hizmetine ücretsiz sunmuştu. Kazandığı paraların bir kısmını kendisinin ortaya attığı soruları çözecek kişilere ödül olarak verilmek üzere sakladı. Yine de Erdös'ün vaat ettiği ödüllerin toplamının, hayatı boyunca kazandığı paradan daha fazla olduğu söylenir.

Çözmece

1. $a,b,c \geq 1$ gerçel sayıları için

$$\sqrt{a-1}+\sqrt{b-1}+\sqrt{c-1} \geq \sqrt{c(ab+1)}$$

olduğunu gösteriniz.

2. Tepe açısı $\widehat{A}$ olan ΔABC ikizkenar üçgeninde, $\widehat{B}$ açısının açıortayı, AC yi D de kesiyor ve $|BC|=|BD|+|AD|$ ise $m(\widehat{A})=?$

Geçen Ayın Çözümleri

1.

$$\sum_{r=1}^{n} \cot^{-1} 2r^2 = \sum_{r=1}^{n} \tan^{-1}\left(\frac{1}{2r^2}\right)$$

$$= \sum_{r=1}^{n} \tan^{-1}\left(\frac{(2r+1)-(2r-1)}{(2r+1)(2r-1)+1}\right)$$

$$= \sum_{r=1}^{n} \left\{\tan^{-1}\left(\frac{1}{2r-1}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{2r+1}\right)\right\}$$

$$= \tan^{-1} 1 - \tan^{-1}\left(\frac{1}{2n+1}\right)$$

Böylelikle $n \to \infty$ için

$$\sum_{r=1}^{\infty} \cot^{-1} 2r^2 = \frac{1}{4}\pi$$

eşitliğini elde ederiz. Bu da bize sorudaki π değerini verir.

2. Diyelim ki elimizde n adet düzgün doğru çizilmiş bir daire olsun. Yaratılan bölge sayısının maksimum olması için, her doğrunun diğer tüm doğruları kesmesi gerekir ki, bu da bize n-1 adet kesişim noktası verir. Şimdi ortaya çıkan bölge sayısını P(n) ile temsil edelim. Bu durumda bir doğru daha çizersek, n+1 tane doğrumuz ve n kesişim noktamız olur. Yeni doğrumuzun geçtiği her bölge, bu doğru tarafından ikiye bölünecektir. Doğrumuz n+1 bölgeden geçeceğinden, n+1 tane yeni bölge elde ederiz. Böylelikle P(n+1)=P(n)+n+1 olur ki, bu da bize

P(n)=P(n-1)+n=P(n-2)+(n+1)+n

=...=P(0)+1+2+...+n

eşitliğini verir. Şimdi de P(0)=1 olduğundan

$P(n)=1+(1/2)n(n+1)=(1/2)(n^2+n+2)$ elde edilebilecek maksimum bölge sayısıdır

Yaşamı boyunca, Erdös'ün en çok şikayet ettiği nokta, dünyada sabit bir politikanın bulunmayışıydı. İki dünya savaşı, artan Yahudi karşıtı eylemler, dünyanın iki kutba ayrılması gibi önemli ve onu üzen olaylara tanık oldu. Bir dönem, İsrail vatandaşı olduğu için her ülkenin vize istemesinden dolayı, çok sevdiği gezilerinden vazgeçecek olmuştur. Hatta 50'li yıllarda, Amerika'da komünistlere duyulan düşmanlığın ve antipatinin arttığı bir dönemde, Ruslar hakkında sorulan bir soruya tatminkâr (?!) yanıt veremediğinden, o yılları daha çok İsrail'de geçirdi.

İnsanların bir konu üzerinde başarılı olmaları, her şeyden önce o konuyu sevmelerine bağlıdır. Paul Erdös bunun tipik bir örneği: Asalların dağılıma ilk kez 10 yaşındayken ilgi duyan Erdös, 17 yaşında Bertrand Postulatı'nın elemanter bir kanıtını veriyor ve 36 yaşında, matematiğin en güzel ve ilginç teoremlerinden biri olan Asal Sayı Teoremi'nin de elemanter bir kanıtını veriyordu. Aynı yıl içinde yine bu teoremin elemanter bir kanıtı Selberg tarafından verilmişti ve ertesi sene Erdös, Wolf Ödülü'nü, Selberg de Fields Madalyası'nı alıyordu. Field Madalyası, Wolf Ödülü'ne kıyasla çok daha fazla tanınan madalyaydı ve matematiğin Nobel'i olarak anılıyordu, ama bu madalyayı alamamak Erdös'ü üzmedi, çünkü o hiçbir zaman kendisini başkalarına ispatlamak gereğini hissetmedi. Sadece yaptığı işi olabildiğine benimsedi, yaşamı matematikle anlamaya çalıştı ve matematikle anlamlandırdı. Bu noktada Stan Wagon'un bir anısını aktaralım:

Birkaç Erdös Sorusu

Bu sorular, Erdös'ün 81. doğum yıldönümünde, Erdös tarafından önerilmiş ve KöMaL'de yayımlanmış sorular arasından seçilmiştir:

1. Düzlemde, herhangi üçü bir doğru üzerinde olmayacak biçimde n nokta verilsin. Birbirinden uzaklıkları birim olan en çok kaç tane çift vardır?

2. Uzayda verilen yedi noktadan, birbirlerine uzaklıkları farklı olan üç tanesinin seçilebileceğini kanıtlayınız.

"Paul, matematikçilerle uzun gezintiler yapmayı çok severdi. Bir keresinde, yine konuşmaların matematik etrafında döndüğü bir gezinti yapıyorduk. Bir an durdu ve küçük bir çocuğu göstererek 'Bak Stan, ne hoş bir epsilon' dedi. Bunun üzerine ben de çocuğun yanında duran ve büyük olasılıkla çocuğun annesi olan güzel bayanı göstererek 'Sen asıl büyük epsilona bak' diye yanıtladım."

Yaptığı bu kadar çok şeye karşın, Erdös'ün isteyip de yapamadığı çok şey var. Örneğin, Afrika'ya ve Japonya'ya hiç gidememiş. Japonya'ya gidememesinin nedenini yalnız kısa bir yanıtla açıklıyor: "Onlar cebirsel geometri ve topolojiyle çok ilgileniyorlar!" Yapmayı çok isteyip de yapamadığı daha ilginç bir şey var: Kürtçe makale yazmak. Kürtçe yayımlanan matematik dergisi bulunmadığından bu isteği de gerçekleşememiş. İsteyip de yapamadığı en önemli şeyse Kitap'ı görmek. Ne diyelim, inşallah şu an o güzel teorem ve ispatlarını Kitap'ta yazılı olduğu halde görüyordur.

Burhan Biner
Bilkent Matematik Topluluğu

Kaynaklar
Babai, L. *In and Out of Hungary: Paul Erdős, His Friends, and Times*, Bolyai Society Mathematical Studies
Turán, P.A. *Tribute to Paul Erdős*
Alexanderson, G.L. *Mathematical People*
Ulam, S. *Adventures of a Mathematician*
http://www.cs.elte.hu/erdos/
http://www.cs.uchicago.edu/groups/theory/erdos.html