

## Zekâ Oyunları

Selçuk Alsan

### Füze Menzili

Dik kölesi C olan bir ABC dikdörtgeni düşünelim. Üçgenin her köşesinde füze rampaları var. Üçgenin kenarları ve A ve B açıları bilinmiyor. Askeri paftalarla göre A noktasından A kenarının ortasına giden kenarortay  $\sqrt{13}$  km ve B noktasından B kenarının ortasına giden kenarortay  $\sqrt{73}/2$  km. Düşmanın A noktasını ele geçirdiği ve B noktasındaki birlüklerimizi füzeyle vuracağı haber alınıyor. Düşman füzeleti en çok  $\sqrt{17}$  km gidebilecek cinsinden B noktasını boşaltmamız gerekiyor mu? (7. Moskova Matematik Olimpiyatları, 1941'den.)

### Bu Nedir Acaba?



Kayıp aranıyor. Bu şekli tanıyan biri aranıyor. Geçenlerde bir öğrenciye sordum, "bilmez olur mucum hocam, o salyangozid" demez mi? Bir başkası da herhalde beni denecek için olacak, "ha, o mu hocam, o salyangobol" dedi. Aslında ben onun ne olduğunu biliyorum, bilmeyenlere de anlatacağım. Kendi aranızda bilginizi ölçün istiyorum. Şu kadarını söyleyeyim: Yalnız çarpmaya ilgilenir.

### Havasız Terazi



Terazinin bir kefesine odun, bir kefesine demir konulmuş. Terazi dengededir. Şimdi terazinin üstüne bir eam fanus geçirilip hava boşaltılıyor. Terazinin dengesi bozulur mu, bozulmaz mı?

### Şeytan Denklemleri

$09 = 0 \times 9 + (0 + 9)$ ,  $19 = 1 \times 9 + (1 + 9)$ ,  $29 = 2 \times 9 + (2 + 9)$ , ...,  $99 = 9 \times 9 + (9 + 9)$ ,  $109 = 10 \times 9 + (10 + 9)$

$\dots 1239 = 123 \times 9 + (123 + 9)$ . Bu denklemleri matematiksel olarak nasıl açıklayız?

### Su Isıtıcı



Spiral şeklinde su ısıtıcıyı priz takılı iken sudan çıkarıp havada bırakırsanız ne olur?

### Bisiklet Frenleri



Bazı bisikletlerde arka ve ön tekerlekler için ayrı ayrı frenler vardır. Aniden durması gereken bir bisikletçi ön freni mi, arka freni mi daha önce basmalıdır?

### Para Zinciri

Masa üzerinde birbirine teget duran n madeni para, düzensiz bir halka biçiminde bir zincir oluşturuyor. Bu zincirin dışında, zincirdeki paralara sürekli teget kalarak kendi merkezi etrafında dönen bir madeni para, zincir üzerinde başladığı noktaya döndüğünde kendi etrafında kaç dönüş yapmıştır acaba? Dönüş sayısını (buna M diyeceğiz) yanıt-



pi, zincirdeki paralardan k kat büyükse yanıt nasıl değişir? (Kvant, Mart 1971'den)

(İpuç: Oluşan çokgenin içinde ve dışında kalan yayları ve paranın degemediği derin iki yayı hesaplayın.)

### Küpü Numaralamak

Bir kübün 12 kenarı ve 8 köşesi olduğunu bilirsiniz tabii. Şimdi kübün kenarlarına 1'den 12'ye kadar numara verin ve her köşeye erişen üç kenar üzerinde-

### Ünlü Bir Teorem

Resimde gördüğünüz üç şekil de aynı teoremin çizimle kanıtlanmasına yarıyor. Bu çok iyi bildiği bir teorem. Sizden istedigimiz çizimin nasıl yapıldığını kavrama-

nız (bu şekilde bakmadan şekli çizmeye çalışın; çizebiliyorsanız çizimi anladınız demek) ve kanıtla-ma mantığı görebilmeniz. Sayılar yerine şekilleri toplayacağınız (Kvant, Mart 1972'den)

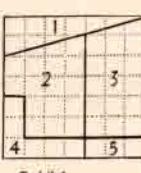


ki sayıları toplayın. a) Her köşedeki toplamın aynı olması olası mıdır? (Değildir, ama neden?). b) Aynı soruyu 1'den 13'e kadar olan sayılarından birini atarak kalan 12 sayı için yanıtlayınız. Şimdi olasıdır; ama hangi sayıyı atmalısınız?

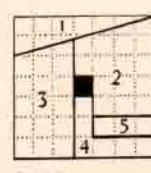
### Bir Ekvator Problemi

4010 yılında Dünya'ya gelen uzaylılar Dünya'nın etrafına Ekvator hizasında simsiyah bir çelik kuşak sardılar. Uzaydan yoldukları kappa işinlarıyla Dünya'ya enerji yükleyordular. Bu kuşağın etkili olması için Dünya'dan en fazla 1 m yukarıda olması gereklidi. Cin Ruhi'nin emrindeki Dünya Direniş Örgütü çelik kuşağı sabotaj planladı. Kuşagın Büyük Sahra'dan geçen bölümünde X uzunluğunda bir çelik parça kaynakla eklenecektir, böylece kuşak bollaşacak ve Dünya yüzeyinden 1 m'den fazla uzaklaşarak etkileyecektir. Efsaneye göre burası peri kızlarının matematikçilere gülümsemiği pencecedir. Şekil 1'de 49 kare varken Şekil 2'de 48 kare var. Peri kızlarının tatlı gülürasemesi birazdan alaycı bir hâl alacak. Matematikle alay mı ediyorlar yoksa? Onlara deyin ki gerçekler alay konusu olamaz, bilim bir kara delikte kaybolamaz. İyi güzel ama güzel periler kanıt isterler. Nerede 49. kare?

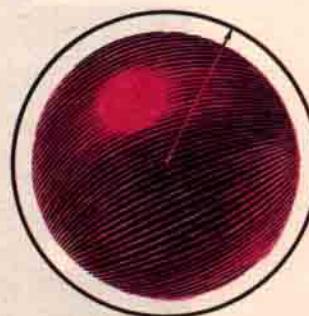
Perili Kare



Şekil 1



Şekil 2



# Geçen Ayın Çözümleri

## Cephaneliği Kurtarış

Benzer üçgenlerden EF/AB=EC/AC ve  $\frac{EF}{AB} = \frac{EC}{AC}$ . Diğer taraftan AB/DC=AF/FD ve AB/DC=BF/FC. Buradan  $\frac{EF}{AB} = \frac{EC}{AC} = \frac{AF}{FD} = \frac{BF}{FC}$  (iki iki denklemde). AC=AE+EC olduğundan ve  $\frac{AE}{EC} = \frac{AF}{FD}$  denklemi bilindiğinde (bu önce verdik):

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AF}{FD} = \frac{EF}{AB} = \frac{EC}{AC} = \frac{1}{2}$$

Denklemim sağ tarafı:

$$AE \text{ çarşı } \frac{AE}{EC} = EC \text{ olur. } \frac{AE}{EC} = AE + EC \text{ : Her iki tarafta 1 eklenirse:}$$

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AE + EC}{EC} = \frac{AC}{EC} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$$

Buradan  $\frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$  ve  $DC = 20$  için  $EF = 4$  km. Hiz 120 km/saat olan bir araç 4 km'yi 2 dakikada alır. Patlama onlenmesi.

## Temel Reis'in Yelkeni

İki basamaklı bir 4. kuvvet ve 16 veya 81 olabilir. Once 81'i inceliyor. Sonra 81 ile biten bir sayıının son basamakı 1 olmalıdır. Dört basamaklı üç sayı vardır: 3481 (59'un karesi), 8281 (91'in karesi) ve 1681 (41'in karesi); fakat 481, 281 ve 681 küp değildir. 36 ile biten dört basamaklı bir kare 2116, 2916 veya 9216 olabilir. 916 ve 116 küp değil, 216 küp olduğundan (26-6) aranan sayı 9216'dır. 9216, 96'nın karesi; 216, 6'nın küpü ve 16, 2'nin 4.kuvvetidir.

## Bir Dans Partisi

Kızları denilen bayanların numara veresimi: 1 no'lu kız 7, 2 no'lu 8, 3 no'lu 9, 4 no'lu 10, 5 no'lu 11, 6 no'lu 12, 7 no'lu 13 ve 8 no'lu kız 14 eklekle dantetti. 8+14=22 olduğunu bundan fazlası olsanızdır. Demek ki sınıfta 8 kız öğrenci vardır.

## Harika Bir İspat

A (1) için teorem doğrudur.  $1+1^2$ : Endüstriyuma buna temel olacaktır. Bu teoremin,  $k$  gibi bir doğal sayı için doğrusa,  $(k+1)$  doğal sayı için de doğru olacağını kanıtlayacağız.  $1+2+3+\dots+k^2-p^2$  olursa. Simdi  $k^2$ 'yi 1 artırırsak:  $1+2+3+\dots+k^2+(k+1)^2-p^2$  olur. Bu iki denklemi taraf tarafa çarparıksa  $(k+1)^2-p^2$  olur. Bu sonucuya ispatla:  $1+2+3+\dots+k^2-(1+2+3+\dots+k^2)$  yazılır.  $[1+2+3+4^2+5^2+15]$  ifadesinde  $1+2+3+4+10$  olduğunu vb. görülmeli. Simdi aynı kuralı  $(k+1)^2$  e uygulayalım:  $1+2+\dots+(k+1)^2-(1+2+\dots+k+k+1)$ . Taraf tarafa çarparıksa:  $(k+1)^2+(1+2+\dots+k+k+1)^2$ .  $(1+2+\dots+k)^2 = \frac{(k+1)(k+1+1)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2} = (k+1)^2$ . (Once  $(k+1)^2$  e sonra  $k^2$  kadar olan terimler için aritmetik dizili toplam formülünü uyguladık). Teorem ispatlanmış oldu.

b)  $1,3,6,10,15,21,28...$  dizisindeki sayılar eski Yunanlılar zamanından beri "üçgen sayılar" (triangular numbers) olarak bilinir. Bu sayıların birincisi ve ikinci özellikleri vardır. Bir kere bunları söylede edebiliyoruz:  $1+1$ ,  $1+2=3$ ,  $1+2+3=6$ ,  $1+2+3+4=10$  vb. Üçgen sayılarının nedeni ise: Bir kağıdın üzerine yarımın  $4$  noktası koyun, sonra da hâle  $3$ , daha hâle  $2$  ve en tepede  $1$  nokta koyun; her nokta standında iki noktanın tam ortasına düşün. Bir ekrana üçgen elde etmiş; her kenarında  $4$  nokta var ve tamamen üçgenin üzerindeki noktalar en alta  $4$ , sonra  $3$ , sonra  $2$  ve en tepede  $1$ . 10 elması masası üzerinde en üst sırada 1, ikinci sırada 2, üçüncü sırada 3 ve dördüncü sırada 4 elma olacak şekilde dizesizin yine aynı ekrana üçgen oluşturur. Üçgen numaraların ( $1,3,6,10...$ ) bir dizeri  $\frac{n(n+1)}{2}$  de  $n$  çarpılmasa karşılık olmasındır.  $\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \dots, \frac{n}{n}$ . Böyle ulması  $\Gamma$  den  $n$ 'e kadar olan doğal sayıların aritmetik dizili kuralına göre toplammasına bağlıdır ( $\frac{n(n+1)}{2}$ ). Üçgen sayıları, kenarları arasındaki fark 1 olan dikdörtgenin varlığını karşılık olan üçgenle temsil edilir. Örneğin  $3\times 4$  noktayı bir dikdörtgen şeklinde dizin (her tarafta 3 nokta var; 4 yatay sıra mevcut); bu  $3\times 4$ lik dikdörtgeni çapraz hizir doğrula öyle iki varma halebilirsiniz ki, her yanında bir üçgen bulunur. Bu üçgenin her kenarı 3 noktadır ve taraftan tepeye nokta sayısı 3, 2 ve 1 dir. Üçgen sayılarını bir diğer üçgenin özelliği de, bir üçgen sayının solundakı veya sağindakı bir üçgen sayıyla toplamının bir kare vermesidir: Örneğin  $1,3,6,10,15...$  dizisinde  $1+3=4=2^2$ ;  $3+6=9=3^2$ ;  $6+10=16=4^2$ ... Bu özelliğin şekilde görmek için  $3\times 5$  noktalı bir kare oluştursun (her biri 5 nokta içeren 5 yatay sıra). Simdi bu kareyi bir doğruya çapraz olarak öyle ikiye bölün ki bir yanda  $(4+3+2)$  ve diğer yanında  $(5+4+3+2)$  nokta kalın. Bu üçgen sayılarından ilk 10 ve dördüncü 15 dir.  $10+15=25=5^2$  ve bu toplamın gerçekten 5'in karesi olduğunu şekilde geometrik olarak görürsünüz.

Üçgen sayılarının su yolla bulunması da ilgincit: Doğal sayıları önce kırıkları, sonra kırıkların kırıklarını yazalım:  $1,8,27,64,125...$  Farklar:  $8-1=7$ ;  $27-8=19$ ;  $64-27=37$ ;  $125-64=61...$  Farklar sırasıyla  $7,19,37,61...$  Bu farklılıklar söyle yazalım:  $7=6+1$ ,  $19=(6\times 3)+1$ ,  $37=(6\times 6)+1$ ;  $61=(6\times 10)+1...$  Şimdi 6'yi çarptığımız sayıları yanına yazalım:  $1,5,6,10...$  Yine üçgen sayıları elde ettiğimizde:

Üçgen sayılarının karelerini atalım:  $1,3,6,10,15...$

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey. Ama oyle değil. İşte ispat:

$$7^2 = 49 = \frac{1}{2}(8+6)(8-6) = \frac{1}{2}(8+6)(8-6) = (T_1 - T_0)(T_2 - T_1) = (T_2 - T_1) + (T_1 - T_0) = T_2 - T_0$$

Tüm üçgen sayılarının kareleri toplamı:  $9-1=8$ ;  $36-9=27$ ;  $100-36=64...$  İşe hukm: üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Şimdi üçgen sayılarının karelerini atalım:  $1,3,6,10,15...$

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

Üçgen sayılarının karelerinin farkı, doğal sayıların kümütyü veriyor:  $8,27,64...$  şeytan işi gibi bir şey.

