Selçuk Alsan

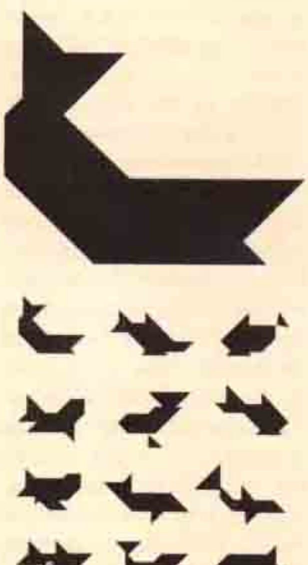
3 Asal Sayı

Öyle 3 asal sayı bulunuz ki ikisinin küplerinin farkı üçüncüyü versin. (Sayılar x,y,z ise $z=x^3-y^3$)

Çember Ol, Say

Çocuklar çember şeklinde dizilmiş. İçlerinden biri "birinci" oluyor. Birinciden başlayarak saat yönünde saymaya başlıyorlar. Birinci kalıyor, ikinci çıkıyor, üçüncü kalıyor, dördüncü çıkıyor vb. Çember gitgide küçülüyor. Bu sayma çemberde tek kişi kalana kadar devam ediyor. Eğer çember üzerinde a) 64 kişi b) 1996 kişi dizilmişse en sona kalan kişinin numarası ne olacaktır? (Olimpiyat Oyunları, H.İ. Karakaş ve I. Alivey, TÜBİTAK, 1996 s. 114)

Tangram



5 ile Bölünmek

a, b ve c 5 ile bölünmezken $a^2-b^2+c^2$ 5 ile bölünebilir mi?

Bilyeler ve Kutular

Cin Ruhi'nin elinde 5, Kafaboş'un 7 bilye var. Her birinin önünde 3 boş kutu duruyor. Her biri bilyeleri kutulara rastgele dağıtıyor. Sonra iddiaya giriyorlar. Ruhi "benim kutularımın en az birinde en az iki bilye var" diyor. Kafaboş ise "benimki de öyle" diye yanıt veriyor. Hangisi haklı? İkisi de haklı veya haksız olabilir mi?

Bozuk Kilometre Saati

Balaban amca tatilini geçirmeye külüstür otomobiliyle çıktı. Hızölçer bozuktu. Evden çıkarken hız ölçer 131313 km, şoseye çıktığı an 131460 ve şosede 70 km gittikten sonra 132558 km göstermişti. Balaban amca Dar Gelirliler Oteli'nin önünde hızölçere bir daha baktı: 132713 km okudu. Balaban amca evden çıktıktan sonra kaç km yol gitmişti?

Bir Asal Sayı

1993'ün bir asal sayı olduğu bilindiğine göre aşağıdaki denklemlerin doğal sayılarla çözümü var mıdır:

a)$x^2-y^2=1993$, b)$x^3-y^3=1993$, c)$x^4-y^4=1993$, (1993 Moskova Matematik Olimpiyatlarından.)

Oyunu Zar mı Bozar, Zor mu?

Elimizde 27 zar var. Bunlardan 6 tanesi serbest olarak bulunuyor. Kalan 21 zar ise birbirine üçer üçer yapıştırılarak her biri üç zardan oluşmuş 7 parça elde edilmiş (üç zar birbirlerine, üçü de aynı düzlem üzerinde olmayacak şekilde yapıştırılmış. Şöyle ki önce iki zar birbirlerine yan yana yapıştırılmış; sonra bunlardan birinin üst yüzeyine 3. zar yapıştırılarak bir parça oluşturulmuş).

a) 6 tek zar ve 7 adet köşe biçimi üçlü zar ile 3x3x3 zarlık bir küp yapılabilir mi?

b) 6 tek zardan her biri böyle bir küpün 6 yüzeyinden her birinin tam ortasında bulunabilir mi?

Aynı Üslerin Toplamı

Aşağıdaki üsleri hesaplamak için bir formül bulunuz:

a) $S=1^2+2^2+3^2+....+n^2$

b)$S=1^3+2^3+3^3+...+n^3$ (Matematik Olimpiyatlarından)

16 Tank

Genel Kurmay Başkanlığında savaş alanının bir maketi bulunuyordu. Arazinin bir noktasına 16 tank yerleştirmek gerekiyordu. Bu 16 tank 8x8 karelik maket bir satranç tahtasına öyle yerleştirilecekti ki aynı yatay, dikey veya çapraz doğru üzerinde iki tanktan fazla bulunmayacaktı. Bunu nasıl yaparsınız? (1993 Moskova Matematik Olimpiyatlarından.)

Hoparlörler

Meydana 5 hoparlör koymuşlar: İkisi bir, diğer üçü bir diğer direk üzerinde. Direkler arası 250 m. Her iki hoparlörden gelen sesi eşit olarak duymam için nerede durmalıyım?

Yaş

Dedem babamdan 32 yaş büyük. Babam da benden 32 yaş büyük. 3 yıl önce üçümüzün yaş toplamı 100 etmiyordu. Şimdi her birimiz kaç yaşındayız?

Budanmış Küp

Elinizde 3x3x3 küpden yapılmış büyük bir küp var. En ortadaki ve 8 köşedeki küpleri alıyorsunuz, geriye 18 küp kalıyor. Bu 18 küpden yapılmış şekli her biri 1x1x3 boyutlarında 6 adet dikdörtgen prizması şeklinde tahtadan oluşturabilir misiniz? (1993 Moskova Matematik Olimpiyatlarından.)

Uzaylı Dili

Tay Kita yıldızından dünyaya yeni gelen uzaylı Pazartesi "A" dedi. Salı "AY", Çarşamba"AYYA!" ve Perşembe AYYAYAAY dedi. Cuma ve Cumartesi ne diyecek?

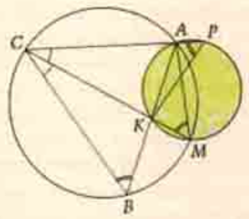
Balaban Amcanın Terlikleri

Balaban amca kendine yeni bir çift terlik almasına rağmen evde ayakları çıplak dolaşıyordu. Kafaboş hemen bir tahminde bulundu. "Herhalde sen sairfilmenamsın (uyurgezer); onlar terliklerini ellerine alıp çıplak ayakla yürürlermiş." Balaban amca onu "sairfilmenam sensin" diye tersledi. Peri Perihan "anladım" dedi; "sen onları giymeye kıyamıyorsun". Balaban amca utanarak itiraf etti. "Öyle Perihan. Ama sen hak ver. 6 ay önce bu terlikler 150 marktı. Her ay fiyatı aynı sayıyla çarpılarak arttı ve 6. ayın sonunda 500 mark oldu. Ucuzken almadığıma yanıyorum". Sonra onların kafasını çalıştırmaya karar verdi: "Söyleyin bakalım çocuklar! Bu terliklerin fiyatı her ay hangi sayıyla çarpılarak arttı?"

Sıralı Dörtlü

Güzel bir yaz günü Cin Ruhi, Huriye adlı kedi, Şahane Şahsene ve Şeytan Şeyda bir bankın üzerinde oturmuş düşünüyorlardı (çünkü Huriye hariç hepsi *Homo sapiens sapiens*'di; Huriye ise bir şey anlamadan onlara uymuştu; madem ki hepsi susup bir noktaya bakıyorlardı, o da öyle yapabilirdi). Eğer Şahane Şaheste hepsinin sağında oturacağı yerde, Cin Ruhi ile kedi Huriye arasına otursaydı ve bundan sonra Şeyda, Ruhi ile Şaheste arasına girseydi, kendi Huriye en sağda, Cin Ruhi en solda olurdu. Bankta hangi sırayla oturuyorlardı?

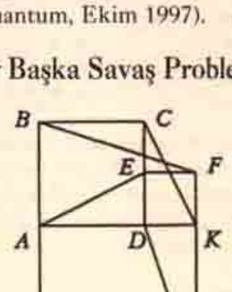
Bir Savaş Problemi



Korgeneral Cin Ruhi birliğini daire içine çizilmiş ABC üçgenine yerleştirmişti. C'nin açıortayı AB'yi K'da ve daireyi M'de kesiyordu. Entelijans Servis'ten düşmanın AKM üçgeninin çevrel çemberi (şekilde sarı) içine mayın döşediği bildirildi. Üçgenin AC kenarı aynı zamanda bir şose idi. AC, sarı daireyi P'de kesiyordu. Şose'nin AP kadar bir uzunluğu mayınlı arazi içindeydi. Burası tehlikeli bölgeydi; aksi gibi ambülanslar CAP şosesini izlemek zorundaydı.

CA ve CB bilindiğine göre AP uzunluğunu, yani şosenin riskli kısmının uzunluğunu hesaplayınız. (İpucu: Eşleşik-kongrüent üçgenler var mı?) (Quantum, Ekim 1997).

Bir Başka Savaş Problemi



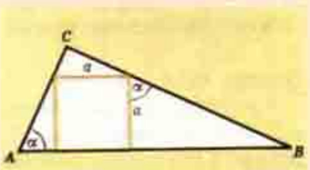
Düşman karargâhı B noktasındaydı. Bizim karargâhımız ise L noktasında bulunuyordu. Kare biçiminde birbirine bitişik üç kent vardı:

ABCD (bir kenarı 20 km), DEFK (bir kenarı 10 km) ve AKLM (bir kenarı 30 km). Savaşın yaptığı tahribat nedeniyle ancak bazı yollar trafiğe açık, diğerleri kapalıydı. Düşman keşif kolu A'daydı; bizim keşif birliğimizse C'de bulunuyordu. Her iki keşif birliği de bir an önce kendi karargâhına dönmek istiyordu. Ancak şu yollar kapalıydı: AB, AD, EC, CD, KL, CB. A'daki düşman keşif kolu B'deki düşman karargâhına, C'deki keşif kolumuzun L'deki karargâhımıza erişmesinden önce erişebilir mi? (Keşif kollarının altındaki ciplerin hızı birbirinin aynı). (1993 Moskova Matematik Olimpiyatlarından modifiye) Kvant özel sayı No:95).

Doğayı Tanıyor musunuz?

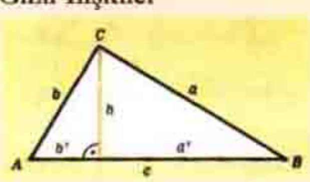
Bu iki kuşun isimlerini biliyor musunuz?

Harika Bir Problem



ABC diküçgeni içine bir kare çizilmiş. Öyle ki karenin iki köşesi hipotenüs üzerinde, iki köşesinin her biri de dik kenarlar üzerinde. ABC üçgenin çevrel çemberinin yarıçapının karenin kenarı a'ya oranı 13/6. ABC dikdörtgenin A ve B açılarını bulunuz.

Gizli İlişkiler

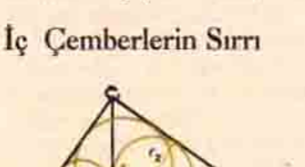


Bir gün Solen, Cin Ruhi'ye şöyle dedi: "Ben bir dikdörtgenin a kenarıyım, sen de b kenarısın. c hipotenüsü bizi birbirimize bağlayan sevgi. Sevgimiz (c) üzerinde benim izdüşümüm a', seninki b' olsun. Tabii ki a'+b' = c oluyor. Üçgenimizin yüksekliğine de (ya da ruhumuzun yüceliğine) h diyelim. Bana ispatla ki benim karemin senin karene oranı, benim izdüşümüm ile senin izdüşümün arasındaki orana eşittir ($a^2/b^2=a'/b'$). Üçgenimizin çevrel çemberinin yarıçapı 10 m ve alanı 200 m^2 ise h yüksekliğimiz ne olur? İkisi de matematiğin hayata getirdiği mutluluğun, bir paparazzi olmadan, gizli ilişkileri ortaya çıkarmak olduğunu biliyordu. Bir bahar günü okulun bahçesindeki yeni açmış şeftali çiçekleri altında bunları düşünürken ne kadar mutluydular. Ruhi dalgınlaştı ve şöyle dedi: "Seni sevdiğim kadar sevmeseydim matematiği, sanırım sen matematiği sevmeyenler kadar severdin beni". Siz ne dersiniz bu gizli ilişkilere?

Metro İşçileri

n metre uzaklıkta bir tünel kazılacak, tünelin bir ucundan bir işçi, diğer ucundan bir işçi kazmaya başlıyor. İşçilerden birinin kazma hızı diğerinin iki katı. Saat başına ücret ödendiğine göre şu iki şıktan hangisinde tünel daha ucuza malolur : a) Her işçi tünel içinde diğeriyle karşılaşana kadar kazmaya devam eder. b) Her işçi n/2 metre kazdıktan sonra durur. (1993 Moskova Matematik Olimpiyatlarından).

İç Çemberlerin Sırrı



Bir ABC diküçgeninde ACD, CBD ve ABC üçgenlerinin iç çemberlerinin yarıçapı sırasıyla r_1, r_2 ve r ise kanıtlayınız ki $r=\sqrt{r_1^2+r_2^2}$.

Dört Kişi Dört Sayı

Cin Ruhi Şeytan Şeyda, Peri Perihan, Deli Ruhiye ve Şahane Şahsene'yi sıraya dizip her birinin sırtına birer sayı yazdı. Bu 4 sayı birbirinden farklıydı. Sonra şöyle dedi:" Çocuklar, bu sayılardan herhangi ikisinin toplamı şu altı sayıdan birini veriyor: 2,4,9,9, 14, 16. Sizlere küçükten büyüğe şu sırayla sayı yazdım: Şeyda≤Perihan ≤Ruhiye≤Şahsene. Haydi bakalım, bu 4 sayıyı bulunuz.

Açı Ortaydan Yüksekliğe

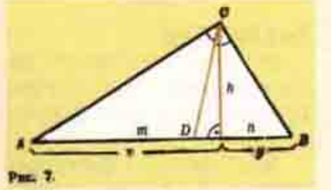


Fig. 7

ABC diküçgeninde C açısının açıortayı AB üzerinde m ve n doğru parçalarını, h yüksekliği ise AB üzerinde x ve y doğru parçalarını, oluşturusun. h yüksekliğini m ve n cinsinden yazabilir misiniz?

Kolay Bir Formül

Bir diküçgenin iç çemberini yarıçapı r ve $d=\frac{a+b-c}{2}$ ise bu diküçgenin alanının S=dr olduğunu kanıtlayınız.

Garip İlişki

Bir diküçgenin kenarları a ve b, hipotenüsü c ve hipotenüse inen yüksekliği h ise, kanıtlayınız ki kenarları a+b, c+h ve h olan bir üçgen de diküçgen olmak zorundadır.

Dört Kişi Dört Sayı

Cin Ruhi Şeytan Şeyda, Peri Perihan, Deli Ruhiye ve Şahane Şahsene'yi sıraya dizip her birinin sırtına birer sayı yazdı. Bu 4 sayı birbirinden farklıydı. Sonra şöyle dedi:" Çocuklar, bu sayılardan herhangi ikisinin toplamı şu altı sayıdan birini veriyor: 2,4,9,9, 14, 16. Sizlere küçükten büyüğe şu sırayla sayı yazdım: Şeyda≤Perihan ≤Ruhiye≤Şahsene. Haydi bakalım, bu 4 sayıyı bulunuz.

Üç İç Çember

ABC üçgeninin iç çember yarıçapı r, ACD ve DCB üçgenlerinin iç çemberlerinin yarıçapları r_1 ve r_2 ise $O_1O_2=\sqrt{2}r$ olduğunu kanıtlayınız.

Kare ve Küp

Kare bir sayı, küplerin toplamı olarak nasıl gösterilebilir?

Geçen Ayın Çözümleri

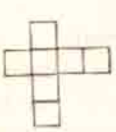
Zarif Bir Bölme

$6^{2(n+1)}-2^{n+3}.3^{n+2}+36=36(6^n-1)^2$ dir. Açarak görelim: $36(6^n-1)^2=6^2(6^{2n}-2.6^n+1)=6^{2(n+1)}-2^2.3^2.2.2^n.3^n+36=6^{2(n+1)}-2^{n+3}.3^{n+2}+36$.

Şimdi $36(6^n-1)^2$ nin 900'e bölündüğünü kanıtlayalım: $36(6^n-1)^2/25.36=(6^n-1)^2/25=(6^n-1/5)^2$.

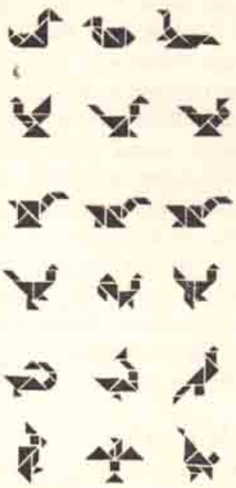
(6^n-1) daima 5'e bölünür; çünkü 6^n daima 6 ile biter ve 6'dan 1 çıkarsa 5 kalır; sonu 5'le biten sayılar daima 5'e bölünür.

Sıfır ve X Oyunu



7 kare şekildeki gibi sıralanırsa ilk oynayan daima kazanır. Neden olduğunu bulmaya çalışın. Bulamadıysanız işte yanıt: İlk oynayan merkeze 0 koyar. Karşıdaki ne yaparsa yapsın, ilk oynayan ikinci hamlede bu sıfırın altına veya sağına bir sıfır daha koyarak şu durumu yaratır: Soldan sağa boş-sıfır-sıfır-boş veya yukarıdan aşağıya boş-sıfır-sıfır-boş. Şimdi karşıdaki nereye X koyarsa koysun, ilk başlayan sıfır-sıfır-sıfır durumu yaratıp kazanabilir.

Tangram



Bu Nasıl Saat?

Saat doğru gidiyor; fakat yelkovan eksene gevşek bağlanmıştır. Yerçekimi nedeniyle her saatin ilk 30 dakikası yelkovan aşağı çekildiğinden hızı artıyor, ikinci 30 dakikada yelkovan yukarı doğru gittiğinden azalıyor.

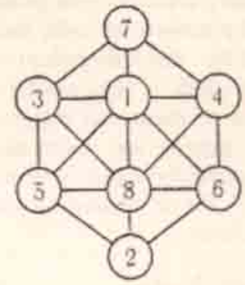
Atın Gezisi

Hayır, dönemez. At dönüşümlü olarak bir siyaha, bir beyaza gider. Başladığı noktaya dönebilmesi için, satranç tahtası üzerinde eşit sayıda siyah ve beyaz kare olması gerekir. Oysa resme göre aynı köşegeni paylaşan 3x3'lük iki karede 5+5=10 beyaz ve 4+4=8 siyah kare vardır. Siyah kare-beyaz kare eşitliği bozulmuştur.

Bu Sayı Nedir?

41312432 ve 23421314.

8 Daire



Asal Sayılar

a) I. Kendi karekökünden daha küçük asal sayılara bölünemeyen bir sayı asaldır. Örneğin $\sqrt{271}$ =16,46. Şimdi 16,46 dan küçük asal sayıları alalım: 13, 11, 7, 5, 3. 271 bunların hiçbirine bölünmez; o halde asaldır.

II. Sir J. Wilson (1770) ve Lagrange (1773) kanıtladı ki N sayısının asal olabilmesi için [(N-1)!+1] ifadesi N ile bölünebilmelidir. Örneğin 11 asaldır; çünkü [(11-1)!+1], 11 ile kalansız bölünür: [(11-1)!+1]:11=329891. Ancak büyük sayılar için bu yöntemin kullanılması çok zahmetlidir ve I. yöntem tercih edilir.

b) P, 1'den p'ye kadar olan asal sayıların çarpımı olsun: P= 2.3.5.7. ... p. Bu durumda P+1 bu asal sayıların hiçbiri ile tam bölünemez; demek ki her zaman verilen bir asal sayıdan (p'den) daha yüksek bir asal sayı bulunabilir.

[Burada bir yanılgıdan da sözedelim. Fermat, Euler, Leibniz ve eski Çinliler'in şu düşüncesi, yanlıştır: p asalsa ve a, p'ye bölünmüyorsa, a^{p-1}-1, p ile tam bölünür. Yanlıştır, çünkü N= 341 bu formüle göre asal görünürse de asal değildir: 341=11x31; bu kurala uymayan daha sonsuz sayıda asal sayı vardır].

Zarif bir kural da şudur: Ardışık iki asal sayının toplamı, üç tam sayının çarpımıdır. Örneğin 11+13= 24= 2x3x4.

c) Legendre 1808'de 400 000'den küçük asal sayıları inceleyerek şu sonuca vardı: X'e kadar olan asal sayıların sayısına N dersek N=X/(logX-B)'dir; B, 1'e yakın bir sabit sayıdır. Abel (1823) bu teorem için "bütün matematikde en ilginç teorem" demiştir.

Ünlü Asal Sayı Teoremi şunu söyler: X sonsuza giderken N'in X/log X'e oranı 1'e gider (Hadamard ve LaVallè Poussin 1896). Bu teorem 1949'da Seldberg ve Erdös tarafından ispatlandı. 10^9'a kadar olan asal sayıların sayısı 50 847 534 olarak bulunmuştur. Belli bir X sayısına kadar olan asal sayıları en yaklaşık olarak veren logaritmik interval (Li) formülüdür:

$$\mathrm{li}X=\lim_{\varepsilon\to 0}\left(\int_0^{1-\varepsilon}+\int_{1+\varepsilon}^{x}\right)\frac{dt}{\log t}=\int_2^x\frac{dt}{\log t}+1{,}04\ldots$$

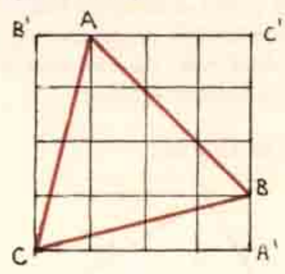
Örneğin, li (10^9)=50 849 235; görüldüğü gibi bu sayı, daha önce Hadamard-Poussin yöntemiyle bulunandan hayli farklıdır; li X gerçeğe daha yakındır.

Polignac (1849) gösterdi ki her çifti sayı iki ardışık asal sayının farkı olarak sonsuz şekilde yazılabilir; örneğin 4= 17-13= 41-37= 47-43 ... veya 6= 59-53= 67-61= 89-83= ... Aralarındaki fark 2 olan çok büyük (2259 basamaklı) bir asal sayı çifti 107570463x 10^{2250}±1dir; bu sayı, 1986'da Harvey Dubner tarafından bulundu (J. Recreational Math., cilt 28, s.85) 4'den büyük her çift sayı iki tek asal sayının toplamı olarak yazılabilir: 16=11+5, 32= 19+13 vb. (Goldbach teoremi). Bu teorem 10 000'e kadar olan sayılar için doğrulandı. Vinogradov 1937'de yeterince büyük her tek sayının üç asal sayının toplamı olarak gösterilebileceğini ispat etti.

Boyanan Evler

k aile bir daire üzerinde sıralansın. k çift ise iki renk yeter; eski evleri E, yeni evleri Y ile gösterirsek, n aile varsa $E_1Y_1E_2Y_2E_3Y_3E_4Y_4\ldots E_nY_n$ şeklinde bir dizilişe 2 renk yeter. k tekse bir kereye mahsus 3. rengi kullanmak gerekir.

Ağların Özelliği



ABC'nin alanı

$$S=\frac{AB.AC}{2}.\sin A=\frac{AB^2}{2}.\sin 60^\circ=AB^2\frac{\sqrt{3}}{4}$$

AB tam sayı ($AB^2=AC'^2+BC'^2$). O halde S irrasyonel.

ABC'nin alanı= Karenin alanı-AB'C nin alanı-AC'B nin alanı-A'BC nin alanı.

Eşitliğin sağı tam rasyonel. S'yi hem rasyonel, hem de irrasyonel bulduk. Çelişki var. Bu ekenar üçgen çizilemez.

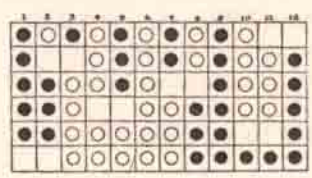
Böceksel Geometri.

Karenin köşesindeki bir böcek merkeze varana kadar düzgün bir eğri çizer (logaritmik spiral). Gittiği yol ise a'dır. Çünkü böceklerden her biri solundaki böceği yakalamak üzere sağındaki böcekten uzaklaşmaktadır, bu nedenle böcekler merkezde buluştuklarında her biri a kadar yol gitmiştir. (Sanki biri köşede duruyor, öteki kare kenarında yürüyor gibi). Böcekler her an küçülen ve merkezi etrafında dönen bir karenin köşelerinde bulunmuşlardır. Böcekler a/v saniye sonra buluşurlar. Eşkenar üçgende ise, 60°nin cosinüs'ü 1/2 olduğundan her böceğin hızı %50 artırılmış gibidir, bu nedenle böcekler üçgenin merkezinde 2a/3v saniye sonra buluşacaklar ve 2/3a yol gitmiş olacaklardır. Üçgende böcekler daha önce buluşmuştur. (a=üçgen ve karenin kenar uzunluğu, v= böceklerin hızı)

Bilyeli Eşitsizlik

Bu seride + işaretli terimlerin sayısı - işaretli terimlerin sayısından az değildir. Ayrıca her negatif terim, kendinden bir önceki pozitif terimden daha küçüktür. O halde A>O'dır. Terimleri şöyle yazalım: $A=X_1-(X_2-X_3+X_4-\ldots+(-1)^{n-2}X_n)$. Parantez içindeki terimler için az önceki usavurmayı tekrar edersek parantezin içinin sıfırdan büyük olduğu anlaşılır. Parantezin içinin değeri k ise: $A=X_1-k$ ve buradan $A<X_1$ çıkar.

Şapka Bilmecesi



Silindir şapkalar siyah, fötr şapkalar beyaz dairelerle gösterilmiştir. 5 hamlede 5 silindir şapka ve 5 fötr şapka bir araya gelerek sağ baştan itibaren diziliyorlar.

Harfematik

2.1= 7-5= 6:3= 9-7= 4:2

Sihirli Sayılar I

$(a+11)^2-a^2=22a+121$ yapar. Size bu sayıyı verecek. Verdiği sayıdan 121 çıkarıp kalanı 22'ye bölerseniz tuttuğu sayıyı hemen bulursunuz. Bir örnek: 14 tutsun. $(14+11)^2-14^2=429$. Sizin işleminiz: (429-121)/22=14.

Sihirli Sayılar II

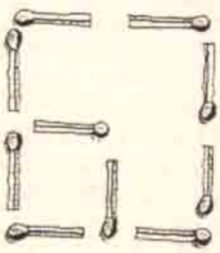
238 sayısını 238 238 şeklinde yazmak onu 1001 ile çarpmak demektir. 1001= 7.11.13 olduğu için işlemler sonucu tuttuğu sayının 2 katını bulur. (Şaşırtmak için 2 ile çarptırdınız). Size verdiği sonucun

yarısını alırsanız tuttuğu sayı çıkar. 476/2=238.

Sihirli Sayılar III

Peri Perihan Cih Ruhi'nin suç ortaklığını yapıyordu. Peri Perihan'ın söylediği ilk iki sözün baş harfleri yazılan sayılara uyuyordu. Örneğin 97 ve "dünyada yapamazsın", 76 ve "yazık aklına"; 98 ve "dehanı sevsinler". 0'dan 9'a sayıların baş harfleri S, B, İ, Ü, D, B, A, Y, S, D olduğundan Perihan, 0-8, 1-5 ve 4-9 ayırımını sağlamak için bu iki sayıdan büyük olan söz konusu ise o kelimeyi bağırarak söylüyordu.

Kareler



Termometre

Sıcaktan soğuğa geçen cam birden büzüşür ve bu nedenle civa biraz yükselir.

(Cam ile civanın sıcaklıkla genişleme katsayılarını karşılaştırın).

Basit Bir Kök İşlemi

Her iki tarafın üç kere üst üste karesi alınınca:

$x^7 = y^8$ bulunur.

$x = 2^8$ ve $y = 2^7$ alınınca eşitlik doğrulanır:

$(2^8)^7=(2^7)^8$'den $2^{56}=2^{56}$.

x=256 ve y=128.

Ramanujan

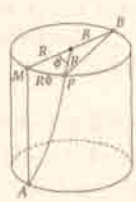
$1729=12^3+1^3=10^3+9^3$.

Sihirli Küp ve Sihirli Kare

Tek bir yanıt vardır: 666. Bu sayı hem 11x11x11'lik bir sihirli küpte sentral küpün numarası $(11^3+1)/2=666$), hem de 6x6'lık bir sihirli karede sayıların toplamıdır; 36 (36+1)/2=666.

Bilgisayarla k<10 000 000 için ve n=102001'e kadar çözüm aranmış, bulunamamıştır.

Silindir Üzerindeki Karınca



Üst yüzün merkezi O, MOP açısı radyan olarak Ø olsun. MP yayı= RØdir. AP= $\sqrt{H^2+R^2Ø^2}$ dir (Pisagor'a göre). PB kirişinin uzunluğu = 2R cos (Ø/2)dir. Böylece yolun tam uzunluğu şudur:

$$S=\sqrt{H^2+R^2Ø^2}+2R\cos(Ø/2)$$

İki öğrenci Ø=O ve Ø=π için problemi çözdüler. Fakat Ø, O ile π arasında da olabilir. S'nin minimum değerini bulmak için türevini alıp sıfıra eşit yazalım:

$$S'=\frac{R^2Ø}{\sqrt{H^2+R^2Ø^2}}-R\sin(\frac{Ø}{2}) \quad (1)$$

Çözdük mü dersiniz?

Ne yazık ki hayır. (1)i çözmek mümkün değildir. S'nin ikinci türevini almak zorundayız. Minimum noktasında 2. türev pozitif (uç durumlarda sıfır) olmalıdır. 2. türev negatifse minimum değil maksimum söz konusudur.

$$S''=\frac{R^2H^2}{(\sqrt{H^2+R^2Ø^2})^3}-\frac{R}{2}\cos(\frac{Ø}{2}) \quad (2).$$

(1) Nolu denklemde iki tarafın karesi alınıp basitleştirilirse,

$$H^2=R^2Ø^2\frac{\cos^2(Ø/2)}{\sin^2(Ø/2)}$$

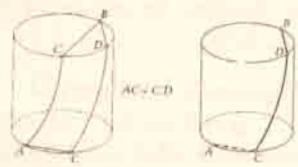
bulunur. Bunu (2) de H^2 yerine koyarsak şu elde edilir:

$$S''=\left[R^2R^2Ø^2\frac{\cos^2(Ø/2)}{\sin^2(Ø/2)}\right]/\left[RØ/\sin(Ø/2)\right]^3-\frac{R}{2}\cos(Ø/2)$$

Buradan $\frac{R}{2Ø}\cos\frac{Ø}{2}(\sin Ø-Ø)$ elde edilir. O<Ø<π iken daima sin Ø<Ø dir. Bu nedenle (sinØ-Ø)negatif olur. O halde S fonksiyonu O<Ø<π aralığında minimum değil,maksimum değer göstermektedir.

S, O ve π gibi uçlarda minimum değer almaktadır. Demek ki öğrencilerin çözümü doğrudur! Bir çelişki mi diyeceksiniz. Hayır, sadece şans. Öğrenciler yanlış bir yoldan giderek doğru cevabı bulmuşlardı. Bu gibi durumlar hiç nadir değildir. Bu problemi vermekteki amaç matematikde ne kadar dikkatli olmak gerektiğini göstermektir. Öğrenciler bütün olasılıkları düşünmemişlerdi. Bu hesaplar yapılmadan onların haklı oldukları söylenemezdi.

Eh, artık bu kadarla kalsın derken Deli Ruhiye yeni bir çözüm önermez mi? Şekil 3'deki ACDB yolu denememiştir. Fakat Cin Ruhi, Ruhiye'yi hemen susturdu. ACDB ve AC'DB yolları eşittir. Ayrıca AC'DB yolu açıkça AC'B den daha uzundur. Demek ki yanıtımız doğrudur.



Bilim Adamlarını Tanıyor musunuz?

1-J, 2-G, 3-E, 4-R, 5-A, 6-I, 7-U, 8-P, 9-F, 10-M, 11-H, 12-B, 13-K, 14-İ, 15-L, 17-S, 19-Ü, 20-V, 21-Ö, 22-Ş, 23-Z, 24-T, 25-Y, 26-D, 27-C,

Briç

Okan Zabunoğlu

Evdeki Hesabı Çarşıya Uydurmak

Eski bir Par Briç turnuvasından alınan aşağıdaki el aslında çok zor bir el, ama deklaran basit bir oyun planı ile yola çıkıp, yol boyu bilgi edindikçe planında gerekli değişiklikleri yaparak ilginç bir oyun sonu ile başarıya ulaşıyor.

B/D-B

Kuzey: ♠643 ♥RDVT9 ♦86543 ♣-

Güney: ♠AR7 ♥87432 ♦R ♣RV43

Üç pas'tan sonra Güney 1♥ açar ve Kuzey 4♥ ilan eder. Atak ♥6'lı, Doğu ilk löveyi ♥A ile kazanır ve ♠T'lu döner. Anlaşılan o ki Doğunun ♥A'ı tek imiş; aksi halde ♥ dönerdi. Deklaran ♦R oynar. Batıdan ♦V(!) ve Doğu A ile alıp yerine ♠ oynar. Hikâyenin devamını okumadan bu noktada bir oyun planı yapabilir misiniz?

Pas'tan gelen Doğuda şu ana dek iki kırmızı As gözüktü, o halde ♣A Batıda olmalı. Bu bilgiyi bir kenara not eden deklaran el çaka yer çaka oynamaya başlar. Küçük ♣'e yerden çakar, ♦'ya elden çakar; Batıdan ♦D(!) gözükür. Tekrar küçük ♣'e yerden çakıp ♦5'li oynar, Doğudan ♦7'li. Şimdi ne yapmalı?

Büyük çakarsanız ve Batı ♦'ya uymazsa, 10 löveye gelmek olanaksız; küçük çakarsanız ve Batı üste çakarsa, ♠'ini tahsil ederek kontratı bir batırır. O halde tek doğru devam yolu kayıp ♠'i atmak. Eğer Batı bu löveyi kazanıp ♥oynarsa, ♦'lar 4-3 olduğundan yerde bir ♦ sağlayarak kontratı yapabiliriz.

Batının ♦'su iki parça imiş, bu löveye ♠V defos eder. Doğu ♠T'lu ile devam eder, deklaran ♥8'li ile çakar ve Batıdan ♠D defos. Şimdi nasıl devam edesiniz?

Batının pas'tan geldiğini hatırlayarak, elini tahmin etmeye çalışalım. ♠DVxx ♥65 ♦DV: bunlar şu ana dek gördüğümüz kartlar; artı, ♣A da Batıda olmalı. Eğer Batının beş tane ♠'i olsaydı 1 ♥'e, 1♠ demez miydi? Ve eğer ♣D da Batıda olsa idi, 4225 dağılım ve toplam 12 puan ile oyun açmaz mıydı? O halde Batının eli şöyle olmalı [♠DV xx ♥65 ♦DV ♣Axxxx]. Ve son dört kartta aşağıdaki pozisyondayız:

Kuzey: ♠6 ♥RD ♦8 ♣-

Batı: ♠- ♥5 ♦- ♣Axx

Doğu: ♠9 ♥- ♦9 ♣Dx

Güney: ♠- ♥74 ♦- ♣RV

♣R oynuyoruz, Batıdan ♣A, yerden kup ve yerdeki son ♥'ü çekiyoruz. Doğu bu ♥'e ne atsın? Evet, el çaka yer çaka oynamak veya yerdeki son ♥'yu sağlamak niyetiyle yola çıkan deklaran, Doğu'yu üç renkten skuiz ederek kontratı yaptı.

Geçen Sayıdan

Victor Mollo ürünü olan bu elde, Kuzey 1♣ açtıktan sonra Batı tarafından 7♠ (yanlış duymadınız, 7♠) oynuyorsunuz. Dışarıdaki tüm puanların Kuzeyde olduğunu bilerek, kontratı yapmanın bir yolunu bulabilir misiniz? Atak: ♣R.

Kuzey: ♠976 ♥DV9 ♦DVT ♣RDVT

Batı: ♠ARD2 ♥ART ♦87654 ♣2

Doğu: ♠VT8 ♥76 ♦AR2 ♣A6543

♣A ile kazanıp ♣'e ♠D ile çaktıktan sonra, ♦A'a gider. ♣'e ♠R ile ve ♦R'ya gider. ♣'e ♠A ile çakarak yerdeki son ♣'i sağlarız. Şimdi elimizde itina ile sakladığımız ♠2'liyi oynayıp Kuzeyin 9'lusuna empas atarak ♠8'li ile yere geçer ve ♠V T'luyu çekerek kozları temizleriz. Son dört karta girdik ve Kuzeyin elinde ♥DV9 ile ♦D kaldı. Yerdeki sağ ♣'i tahsil ederken Kuzey skuiz olur; ♦ atarsa yerin ♦2'lisi, ♥ atarsa elin ♥T'lusu sağlanır.

Nasıl Oynamalı?

Batı: ♠ADV9 ♥RV3 ♦RV8 ♣AV6

Doğu: ♠RT876 ♥A762 ♦A542 ♣-

Batı tarafından 6♠, atak: ♣R. Kozların 3-1dağılımına kontratı garantiye alabilir misiniz?