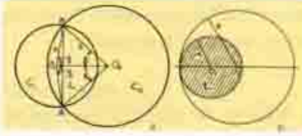
Geçen Ayın Çözümleri

Zeka Oyunları

Misis Miniver Problemi



a yarıçaplı küçük daire (solda) A_1 ve b yarıçaplı büyük daire (sağda) A_2 olsun. Yaprak (L) çıktıktan sonra kalan hilâle küçük dairede C_1, büyük dairede C_2 diyelim. $L + C_1 = A_1$ ve $L + C_2 = A_2$'dir (L = iki dairenin ortak alanı olan yaprağın alanı). İdeal ilişki durumu şudur: $L = C_1 + C_2$. $C_1 = A_1 - L$ ve $C_2 = A_2 - L$'dir; buradan $C_1 + C_2 = A_1 + A_2 - 2L$. Bu son ifadeyi $L = C_1 + C_2$'de yerine koyarsak şunu buluruz: $3L = A_1 + A_2$ ve $L = (A_1 + A_2) / 3$. Sağdaki şekil L'nin maximum oluşu halidir; burada $L = A_1$'dir. Buradan $A_1 = (A_1 + A_2) / 3$ ve dolayısıyla $A_2 \leq 2 A_1$ olmalıdır. Görülüyor ki iki kişiden daha yetenekli olanın kapasitesi, daha az yetenekli olanın kapasitesinin iki katından büyükse ideal ilişki kurulamaz; tam iki katıysa sağdaki şekil oluşur: bir birey kendi kişiliğini kaybederek diğerinin kişiliği içinde erir gider. Şimdi yaprağın alanını bulalım. Büyük dairenin O_2A ve O_2B arasında kalan parçasına K_1, küçük dairenin O_1A ve O_1B arasında kalan parçasına K_2 diyelim. $X = BO_2O_1$ açısı; $y = BO_1O_2$ açısı. K_1'in alanı $= b^2x$ ve K_2'nin alanı $= a^2y$'dir. (2x açısı radyan olarak x/Π'dir. $x/\pi \cdot \Pi b^2 = b^2x$, a için de aynı yolla a^2y).

$L = (K_1 - ABO_2$ üçgeni alanı$) + (K_2 - ABO_1$ üçgeni alanı$)$. (1. parantez AB ile ikiye bölünmüş yaprağın sağ yarısını, 2. parantez sol yarısını veriyor). ABO_2 üçgeni alanı $= b^2 \sin x \cos x$ ve ABO_1 üçgeni alanı $= a^2 \sin y \cos y$. O halde: $L = b^2x + a^2y - (b^2 \sin x \cos x + a^2 \sin y \cos y)$. $b/a = r$ diyelim. Ayrıca AB'nin yarısına d dersek $\sin x = d/b$ ve $\sin y = d/a$ ve buradan $b \sin x = a \sin y$. Bu son ifadeden de $(b/a) \sin x = \sin y$ veya $r \sin x = \sin y$. Şimdi $b^2 \sin x \cos x + a^2 \sin y \cos y = b (b \sin x) \cdot \cos x + a (a \sin y) \cos y = b (a \sin y) \cos x + a (a \sin y) \cos y$ yazıp $a \sin y$ parantezine alalım:

$L = b^2 x + a^2y - a \sin y (a \cos y + b \cos x)$ yazalım.

Daha önce $L = (A^1 + A^2) / 3$ olduğunu görmüştük. O halde: $L = b^2 x + a^2y - a \sin y (a \cos y + b \cos x) = P (a^2 + b^2) / 3$.

Eşitliğin iki yanını a^2'ye bölelim ve $b^2/a^2 = r^2$ yazalım. $L = r^2 x + y - \sin y (\cos y + r \cos x) = \Pi (1 + r^2) / 3$. Şimdi amacımız eşitliğin solunda y yerine x koymaktır. $y = \arcsin (\sin y)$ yazabilirsiniz. Daha önce gördük ki $\sin y = r \sin x$'dir. O halde $y = \arcsin(r \sin x)$. cos y'i x'e çevirelim: $\cos^2 y + \sin^2 y = 1$. $\sin y = r \sin x$'den $\sin^2 y = r^2 \sin^2 x$ ve $\cos y = \sqrt{1-r^2 \sin^2 x}$. O halde: $L = r^2 x + \arcsin (r \sin x) - r \sin x (r \cos x + \sqrt{1-r^2 \sin^2 x}) = p (1 + r^2) / 3$. $r = 1$ alırsak: $L = x + x - 2 \sin x \cos x = 2 \Pi/3$ veya $2 \sin x \cos x = \sin 2x$ olduğundan: $L = 2x - \sin 2x = 2 \Pi/3$. Buradan x açısı hesaplanırsa $2x = 149°$ bulunur. Sonuç: iki kişi arasındaki ideal ilişki için BooL dairelerinde küçük daire (az yetenekli kişi) büyük daireye (çok yetenekli kişi), büyük daire merkez açısı 149° olacak kadar sokulmalıdır. (149°, 180°'ye yakın olduğundan bir hayli yakınlaşmaya izin verilmektedir). Açıyı daha büyütecek yaklaşımlar kişilikleri eritecek, daha küçültecek yaklaşımlar ise soğukluk yaratacaktır. "Yalnızlık dehanın aynasıdır" diyen filozof, belki de dehalarda bu açının sıfır dereceye yakın olduğunu anlatmak istiyordu. Bu nedenle böyledir? Herhalde büyük insanlar enerjisini düşüncelerine ve yaratıcı çabalarına harcadığı için sosyal ilişkileri ihmal etmektedir.

Üssün Üssünün Üssü

2. Bu sonuca şöyle vardık: 2'nin 1'den itibaren sırayla üslerini yazalım: (2^1 = 2, 2^2 =4 , 2^3 = 8, 2^4 = 16), (2^5 = 32, 2^6 = 64, 2^7 = 128, 2^8 = 256). Görüldüğü gibi 2'nin ardışık doğal sayı üslerinin son basamağı devirlilik (periodisite) göstermektedir: (2, 4, 8, 6), (2, 4, 8, 6) vb. O halde 2'nin 4n. kuvveti 6, (4n + 3). kuvveti 8, (4n + 2). kuvveti 4 ve (4n + 1). kuvveti 2 ile bitiyor diyebiliriz. Şimdi şunları görelim: 1993 ≡ 1 mod 4. [1993/4 = (4 x 498) + 1]'dir. Denkliğin iki tarafının 1994. kuvvetini alalım: $1993^{1994} \equiv 1^{1994}$ mod 4 ≡ 1 mod 4. 1992 sayısı 2 ile bitiyor. O halde 2'nin (4n + 1). kuvveti söz konusu. Yukarıda gördük ki 2'nin (4n + 1). kuvveti 2 ile biter.

Sesi Tanıyor muyuz?

a) Sesin hızı yaklaşık 1200 km/saat (333 m/saniye) olduğundan, sesi durdurabilmek için rüzgârın hızı en az 1200 km/saat olmalıdır; oysa tornadolarda bile rüzgârın hızı 400 km/saati geçmez.

b) Rüzgâr teller ve dalların etrafında girdaplar oluşturur, bunlar havayı titreştirir ve ıslık sesi verir.

c) Arpda tellere parmaklar, mandolinde ise parmaklarla tutulan bir plâstik parçası vurur. 1. durumda oluşan titreşimlerin harmonikleri (ses frekansının n katları) daha az, 2. durumda daha çok oluşur. Bu nedenle mandolin tıngırdır.

d) Kar tanelerinin içindeki küçük boşluklar ses dalgalarını absorbe eder. Modern ses geçirmeyen levhalarda da aynı prensip uygulanır.

e) Yarı dolu çaydanlığın üstünde kalan hava rezonans yapar.

f) Macun camın kütlesini artırarak camın spesifik titreşim frekansını azaltır; bu nedenle cam artık otomobil gürültüsüyle rezonans yapmaz.

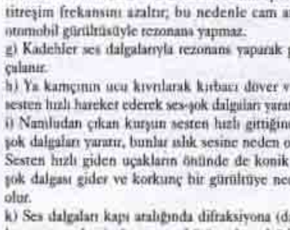
g) Kadehler ses dalgalarıyla rezonans yaparak parçalanır.

h) Ya kamçının ucu kıvrılarak kırbacı döver veya sesten hızlı hareket ederek ses-şok dalgaları yaratır.

i) Namludan çıkan kurşun sesten hızlı gittiğinden şok dalgaları yaratır, bunlar ıslık sesine neden olur. Sesten hızlı giden uçakların önünde de konik bir şok dalgası gider ve korkunç bir gürültüye neden olur.

k) Ses dalgaları kapı aralığında difraksiyona (dağılım veya saçılma) uğrar ve ses bütün odaya dağılır.

Yeniden Yapılanma



Doğum Günü

Freken = F, Malış = M, Karlson = K, pasta = P, Karlson'un yediği pasta = X olsun. F + K = M + P ve K + X = F + M + P - X. 2. denklemdeki M + P yerine 2. denklemde K + F koyarsak: X = F bulunur.

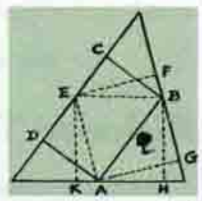
Çok Kolay Bir Soru

$1000^{17} \equiv -1^{17}$ mod 1001
$999^{17} \equiv -2^{17}$ mod 1001
$998^{17} \equiv -3^{17}$ mod 1001
⋮ ⋮
$501^{17} \equiv -500^{17}$ mod 1001
$500^{17} \equiv -501^{17}$ mod 1001
⋮ ⋮
$1^{17} \equiv -1000^{17}$ mod 1001

1^{17} ile -1^{17} birbirini götürür. 2^{17} ile -2^{17} birbirini götürür vb.

$1^{17} + 2^{17} + 3^{17} + ... + 1000^{17} \equiv 0$ (mod 1001). Artan yok.

Üçgen Bahçe

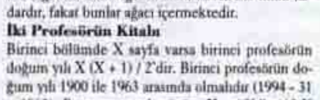


Üçgenin kenarlarının ortası olan A, E ve B'yi bulun ve bu noktalardan kenarlara birer dik indirin. ABCD dikdörtgeni aradığınız şekildir, alanı üçgenin alanının yarısı kadardır. Noktalı çizgilerle gösterilen diğer iki diktörtgenin alanı da ABCD'ninki kadardır, fakat bunlar ağacı içermektedir.

İki Profesörün Kitabı

Birinci bölümde X sayfa varsa birinci profesörün doğum yılı X (X + 1) / 2'dir. Birinci profesörün doğum yılı 1900 ile 1963 arasında olmalıdır (1994 - 31 = 1963). Buna uyan tek çözüm X = 62'dir (62 X 63/2 = 1953) ve birinci profesör 1953 doğumludur. Kitapta y sayfa varsa [y (y + 1) / 2] - 1953 ifadesi ikinci profesörün doğum yılını verecektir. Buna uyan tek çözüm y = 88'dir. Buradan ikinci profesörün doğum yılı 1963 olarak bulunur. İki profesörün yaş farkı 10 yıldır. 1. profesör X = 62 sayfa (1 - 62. sayfa), ikinci profesör 88 - 62 = 26 sayfa (63 - 88. sayfalar) yazmıştır.

Seksek Çizgiler



Matematikos Gezegeni

1. yaratığın elindeki sayıların toplamı = $1 = 0^3 + 1^3$
2. yaratığın elindeki sayıların toplamı = $2 + 3 + 4 = 9 = 1^3 + 2^3$
3. yaratığın elindeki sayıların toplamı = $5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 35 = 2^3 + 3^3$
4. yaratığın elindeki sayıların toplamı = $10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = 91 = 3^3 + 4^3$

⋮ ⋮

n. yaratığın elindeki sayıların toplamı = $999^3 + 1000^3$. O halde n yaratık 1000. yaratıktır. Elindeki 1998 kartta 998.002'den 1 000 000'a kadar olan sayılar yazılıdır. (Her satırın başındaki ve sonundaki sayılar -küpü kaldırmak şartıyla-) aynıdır: 1 ve 1, 2 ve 2, 3 ve 3 ... O halde n ve 1000. Buradan n = 1000. Ayrıca küp işaretlerini yok sayarsak sondaki iki sayının toplamı o sıradaki terim sayısını veriyor: 0 + 1 = 1, 1 + 2 = 3, 2 + 3 = 5, 3 + 4 = 7 ... terim gibi. Buradan 1000. satırdaki terim sayısı 999 + 1000 = 1999 olur. 1000. satırdaki kartlara 998.002'den 1 000 000'a kadar 1999 sayı yazılmıştır.

İki Şehir Arası

a ve b gibi iki sayının ortak çarpanları varsa, bunların toplamının da aynı ortak çarpanı vardır: a = xy ve b = xz'den a + b = x(y + z). 1993 asaldır ve 1 + 1992 = 2 + 1991 = 3 + 1990 = ... = 1992 + 1 = 1993'dür. 1993 asal olduğuna göre 1993 toplamını veren bütün sayılar aralarında asaldır (ortak çarpanları yoktur).

Akıl Dairesi

ACE, AFD ve ABD üçgenleri benzerdir. Buradan AD/AB = AC/AE = AF/AD ve AE = AF, AC = a, AD = b, AB = 1, b/1 = a/AE ve AE = a/b. AF = b^2 ve AE = AF'den b^2 = a/b ve a = b^3.

Çember Çember Üstüne

Komşu iki küçük çemberin merkezlerini birleştirecek 0_10_2 doğru parçasını elde edelim; 0_10_2 doğru parçası doğaldır ki 0_10_2 yayından daha kısadır. Fakat 0_10_2 küçük çemberin çapıdır. Demek ki büyük çemberin komşu iki küçük çemberin merkezleri arasında kalan yayı, küçük çemberin çapından büyüktür. O halde büyük çemberin çevresi > küçük 8 çemberin çaplarının toplamı.

Arazi Ölçmeciler İçin Bir Problem

Herhangi bir çokgen, eşdeğer alanlı bir üçgene çevrilebilir. Burada AGF açısı dik olduğundan iş daha da kolaydır. GA çizgisini uzatın. Elinize bir cetvel alarak AC doğrusu üzerine koyun; şimdi cetveli kendisine (ve AC'ye) paralel olarak B'ye kadar kaydırın. Ve AG'nin uzatılmış kenarı üzerinde 1'i işaretleyin. Cetveli 1-d doğrusu üzerine koyup yine kendine paralel olarak C'ye kadar kaydırın ve 2'yi işaretleyin. Sonra cetveli 2-E doğrusu üzerine koyup D'ye kadar kaydırın ve 3'ü işaretleyin. Nihayet cetveli 3-F doğrusu üzerine koyup E'ye kadar kaydırın ve 4'ü işaretleyin. 4 ile F'i birleştiren çizgiyi çizerseniz elde ettiğiniz G4F diküçgeninin alanı yedigenin alanına eşit olur. G4 uzunluğu 6 inç (rod) bulunur ve diküçgenin ve dolayısıyla yedigenin alanı (6 X 7) / 2 = 21 rod kare bulunur. Bu basit kural herkesçe bilinmelidir.

Amatör Meteorolog

Sıcak, soğuk ve ılık günlerin sayısı eşit bulunduğuna göre bu yıldaki gün sayısı 3'ün tam katı olmalıdır. 365, 3 ile kalansız bölünmez. O halde söz konusu yıl 366 gündü (366/3 = 122). Demek ki bir artık yıl (Şubat 29 gün) sözkonusuydu. Artık yıllar 4'le bölünenlerdir (00 ile biterek yüzyıl başlatan yıllar hariç; bunlar artık yıl sayılmaz; yalnız 2000 gibi hem 00 ile bitip hem de 400 ile bölünenler artık yıldır.). 1897 ile 1907 arası 4 ile bölünebilen 2 yıl vardır: 1900 ve 1904. 1900, yüzyıl başlattığından artık yıl olamaz. O halde söz konusu yıl 1904 idi.

Köy Pazarı

4x + 7y = 17k (k vesika sayısı).

x + 6y = R diyelim. İkinci denklemi 4'le çarpıp birinci denklemi ikinciden çıkaralım. 17y - 17k = 4R elde ederiz. 17 (y-k) = 4R. Bu 4R, 17'ye bölünüyor demektir. 4R 17'ye bölünürse R de 17'ye bölünür. Demek ki Yeremya 17 rublelik vesikalarla, para bozdurmadan, ödeme yapabilir.

Fare Dilinde Şiir

Görmek = bu, gezmek = mu, kedi = la, fare = tu, gece = yam, ezmek = gu, giderler = ham.

Sayırama KU-KU

KU asalsa: 83. 8.3 = 1992.
KU bileşikse: 72. 7.2 = 1008.

Kitli Sandıklar

a) Bu sandıkları buraya bırakan kuşkusuz iyi niyetli, yardımsever bir kişi veya kuruluştur. Neden iki sandığı da birinin anahtarı ötekinin içinde olarak kitlesin? b) A'nın anahtarı B'nin, B'nin anahtarı A'nın içinde kitli olamaz. A'nın anahtarını B'ye atıp B'yi kitledikten sonra B'nin anahtarını A'ya atıp A'yı kitleyemezsiniz; çünkü A'nın anahtarı B'nin içinde kitlidir. Gerçi ikinci yedek bir A anahtarı A'yı kitleyebilir. Fakat bu durumda her iki sandık ta açılamayacağından size kötülük edilmiş olur. Oysa a önermesinde kişinin (veya kişilerin) iyi insanlar olduğu sonucuna varmıştık. c) Demek ki sandıklardan biri açık olmak zorundadır. Mutlaka yağmurlar etkisiyle paslandığından açılmıyordur. Bir kaya parçasıyla vura vura paslanmış kapağı açar, su ve besine kavuşursunuz. (Demek ki çaresiz gözüken durumlarda her olasılık denenmelidir. Bu problem çok hoş bir Lorel-Hardi öyküsünü anımsatmaktadır. Bir kış gecesi Hardy eve geç gelir; kapıyı çalar çalar, Lorel açmaz. Hardi pencereden bakar, Lorel TV karşısında uyuya kalmıştır. Uykusu da ağırdır. Lorel sabah kapının önünde yarı donmuş haldeki Hardi'yi bulur; Hardi öfkeyle ona kapıyı neden açmadığını sorar. Lorel bütün masumluğuyla yanıtlar: "Ama kapı zaten açıktı, kitlememiştim ki." Kapalı zannettiğiniz kapıları iyice zorlamadan vazgeçmeyin.

Bir filozof da şöyle diyor: "Hayat mı? O, herbirinin anahtarı diğerinin içinde kitli iki kutudan oluşur." Yani çözümsüz bir problem, bir ikilem.

Askerlerin Sırası

p = 1/n! = 1/10! = on milyonda 2.7.

Satranç Büyük Ustaları

a) $P = \frac{2C_5^5 \cdot C_4^{13}}{C_9^{18}} = 1/134$ (%2.9).

b) $P = \frac{C_2^5 \cdot C_7^{13} + C_3^5 \cdot C_6^{13}}{C_9^{18}} = 12/17$ (%70).

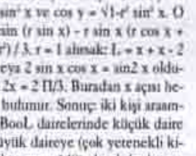
Yanan Evdeki Hırsız

2 zenci olasılığı: $P = \frac{5}{25} \cdot \frac{4}{24} = 0.03$.

2 beyaz olasılığı: $P = \frac{20}{25} \cdot \frac{19}{24} = 0.63$.

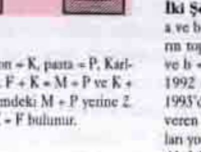
Ekim Ayı Ödüllü Soruların Yanıtları

Kareden Düzgün Sekizgen Yapmak

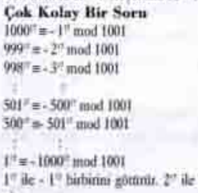


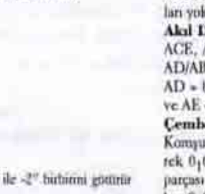
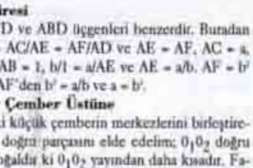
CD kenarını AB üzerine bükerek E ve G, benzer yolla F ve H bulunur. Köşeler merkeze bükülerek EFHG karesi oluşturulur. CH ve EC, EH üzerine bükülerek I bulunur. Düzgün sekizgenin diğer köşeleri de benzer şekilde bulunur.

Kareyi ortadan katlayarak AOB ve COD çizgileri bulunur. AO ve OB'yi ikiye bölen EH ve FG çizgileri oluşturulur. Şimdi K'yı CD çizgisi üzerine getirerek E noktası bulunur ve AE ve EOG kırımları yapılır. Benzer olarak H, AH ve HOF ortaya çıkarılır. BF, BG, EF ve HG kırımları yapılıp EFBGHAE düzgün altıgeni oluşturulur.



E, AB'nin ortasıdır. EC kırımını oluşturun. EB'yi EC üzerine yatırıp EF ve FG'yi yapın. CG'ye eşit CH'yi oluşturun. K, BH'nın ortasıdır. CL = BK alın. KL düzgün beşgenin kenarıdır. M ve N, AB ve CD üzerinde olacak şekilde KL'ye eşit KM ve LN'yi kıvırın. PQ'yü oluşturun. MO = KM ve NO = LN olacak şekilde iki kırım daha yatırın. KMONL düzgün beşgeni hazırdır.





16 Meşe ve 5 Çit