Oğulcan Açıkgöz
Aslı Şensoy

Asal Sayıların Hikâyesi

Ellerinize bakın. 2 eliniz, her elinizde 5 parmağınız, her parmağınızda 2 eklemle ayrılan 3 bölüm var. Parmağınızdaki boğumları düşündüğünüzde üst boğumun alt boğuma oranı pi sayısını verir mi?
Peki, parmağınızın tamamının üst boğuma oranı pi sayısını verir mi?
Bu bir tesadüf olabilir mi? Bu yazı doğanın daha birçok yerinde bulunan asal sayıların hikâyesi.

Asal sayılar ve diğer sayılar

Asal sayı, 1'e ve kendisinden başka bir sayıya bölünmeyen sayı demektedir. Ellerinizin sayısı, ilk asal sayıdır; 1 ve kendisi dışında bir sayıya bölünmez. Diğer önemli nokta ise 2'den başka çift asal sayı yoktur. Kimya için elementler ne kadar önemliyse matematik için de asal sayılar o kadar önemlidir. Çünkü bir sayı elde etmek için gerekli malzemeler listesinde en az iki tane asal sayı vardır ve elde edeceğiniz sayı, asal sayı değildir. Örneğin 13 ve 5 birer asal sayıdır ve bunları çarparsak 65 sayısını elde ederiz. 65 asal sayı değildir, çünkü 1 ve kendisi dışında bir sayıya, 5'e bölünebilir.

2, 3, 5, 7, 11... diye sonu gelmez bir biçimde uzar gider asal sayılar. Uzar gider, ama bir sonraki asal sayıyı bulmak için (bir sonraki doğal sayıyı bulurken 1 eklediğimiz gibi) herhangi bir yöntem yok. Bir sonraki asal sayıyı bulmak için yardımınıza koşacak dört işlem bilginizden başka bir formül ya da yöntem yok.

Asal sayıların tarihine baktığımızda asal sayılar üzerine çalışmalar yapan uygarlıkların asal sayıları 1'den başlattığını görüyoruz. İlk bakışta 1 asal sayı gibi görünüyor olabilir, sonuçta sadece 1'e ve kendisine bölünebiliyor. Ancak 1'in asal sayı olmadığını bir önceki paragraf yardımıyla 89 kelime kullanarak ispatlayabiliriz. Nasıl mı? Bunun için gözlerinizi bu cümlenin bir altındaki paragrafa kaydırın.

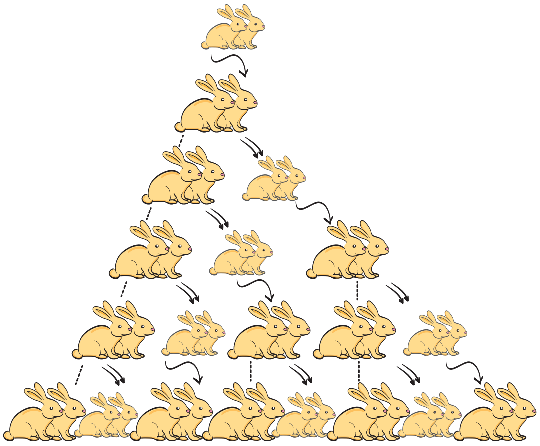
Bir sayı elde etmek için en az iki asal sayıya ihtiyacımız olduğunu ve bu iki asal sayıyı çarparak asal olmayan bir sayı elde ettiğimizi belirtmiştik. Şimdi 1'e bakın. 1 ile 2'yi çarparsanız elde ettiğiniz sayı 2'dir. Aynı şekilde hemen sonraki asal sayı olan 3 ile 1'i çarparsanız da 3 elde edersiniz. Görüldüğü gibi 1'in çarpmadaki özelliği sizi başladığınız noktaya geri getirmesidir. Oysa iki asal sayının çarpımının, sizi asal olmayan bir sayıyla tanıştırması gerekir. Buradan yola çıkarak 1'in asal sayı kurallarını ihlal ettiğinin tartışılmaz bir gerçek olduğunu şüphe etmeden söyleyebiliriz.

Doğanın dili asal sayıları sever

Doğada asal sayıların da söz hakkı olduğu tartışılmaz. Bu konuda çalışma yapan matematikçiler arasında akla gelen ilk isimlerden biri İtalyan uyruklu Leonardo Fibonacci'dir. Fibonacci 1202 yılında tavşanların üreme düzeni üzerine yaptığı araştırmanın sonucunda, doğanın diline ilişkin önemli bir buluşa imza attı.

Biri erkek biri dişi olmak üzere bir çift tavşanınız olduğunu düşünün. Dişi olanın her ay bir erkek ve bir dişi olmak üzere, üreyebilen tavşanlar doğurduğunu varsayın. 1. ay tavşan çiftiniz olgunlaşsın. 2. ayın sonunda ise yavruları doğsun. 3. ayda bir çift olgun tavşanınız ve bir çift olgunlaşmamış tavşanınız olur. 3. ayın sonunda olgunlaşmış tavşanınız bir çift yavru daha doğurur. 4. ay ise ilk tavşanınız ve 3. ay olgunlaşan tavşanlarınız birer çift doğurur. Sonuç olarak ilerleyen aylarda tavşan çiftlerinin sayısı şöyle bir dizi oluşturur:

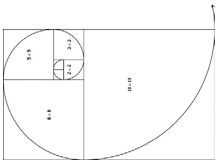
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...

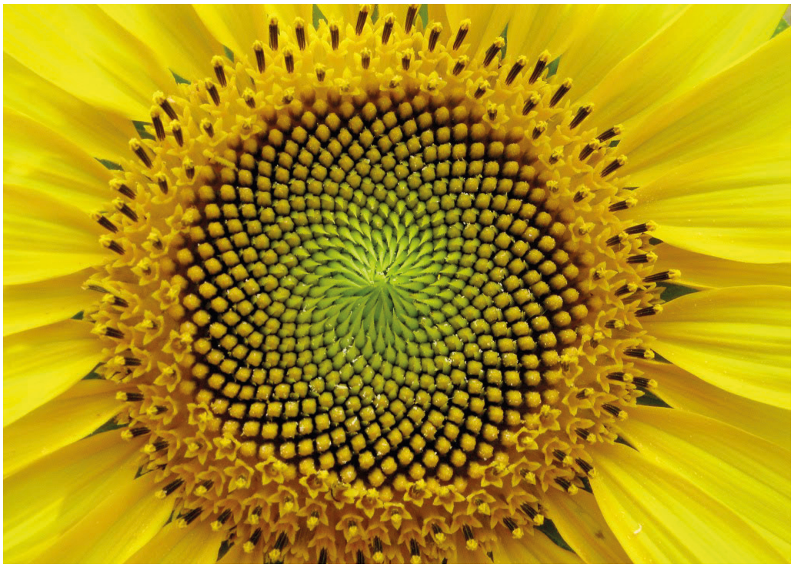


Çizim: Rabia Alabay

Fibonacci'nin bulduğu bu sayı dizisinin gizemini açığa çıkaralım. Bu dizideki herhangi bir sayının kendisini ve kendisinden bir önceki sayıyı toplarsanız, bir sonraki ay kaç tavşan çiftiniz olacağını bulursunuz. Doğada bu diziyi sevenler sadece tavşanlar değil. Ayçiçeklerinin yaprak sayısı genellikle Fibonacci sayılarından birini verir, 55 ya da 89 yapraklıdırlar. Trilyumun 3, menekşenin 5, hezeran çiçeğinin 8, kadife çiçeğinin 13, hindibanın 21 yaprağı vardır. Eğer bir gün bu çiçeklerin yapraklarını saymaya kalkışırsanız ve yaprak sayısı eksik çıkarsa bilin ki o kadar sayıda yaprak uçup gitmiştir!

Şimdi de bir kaç meyveye göz atalım. Muzu keserseniz 3 halka, elmayı keserseniz 5 köşeli yıldız, hurmayı keserseniz de 8 köşeli yıldız görürsünüz. Fibonacci sayılarına canlılığın olduğu her yerde rastlamak mümkün!



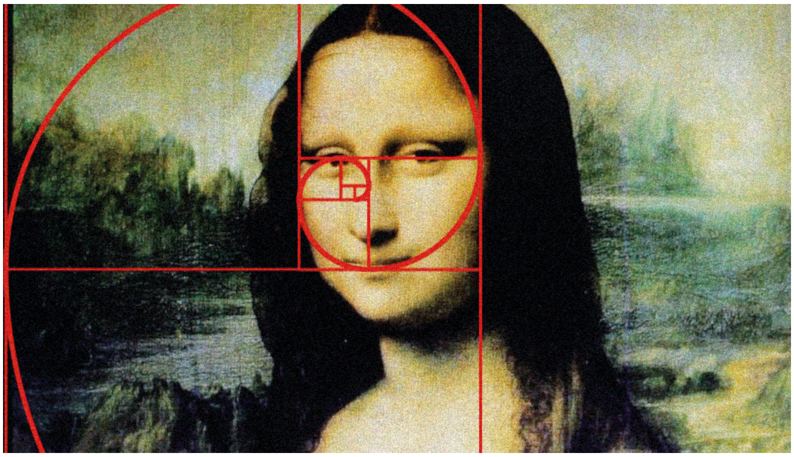


Salyangozlarda da Fibonacci sayı dizisini görebiliriz. Yavru bir salyangoz büyüdükçe kabuğunda yeni odacıklar oluşur. Her bir oda kendinden önceki iki odanın toplamı kadardır. Sonuçta düzgün bir spiral ortaya çıkar.

Fibonacci sayıları ile pi sayısı arasında da ilginç bir ilişki vardır. Fibonacci dizisindeki ardışık iki sayının oranı, sayılar büyüdükçe pi sayısına yaklaşır. Ayrıca Fibonacci sayıları ile asal sayılar arasında da bir bağlantı vardır. Örneğin 3 bir asal sayıdır ve 3. Fibonacci sayısı bizi 2'ye götür, asal sayıdır. Aynı şekilde 11 asal sayıdır ve 11. Fibonacci sayısı bizi 89'a götürür, asal sayıdır. Ancak bu yöntem her zaman işe yaramaz. 19 bir asal sayıdır ve 19. Fibonacci sayısına gittiğimizde 4181'i görürüz. 4181 asal sayı değildir. 37 ile 113'ün çarpımına eşittir. Şu ana kadar hiçbir matematikçi Fibonacci sayılarının çoğunu asal sayıların oluşturduğunu kanıtlayamadı. Çözülememiş asal sayı problemlerinden biri de bu.

Ünlü adaşlar

"Leonardo" deyince muhtemelen aklınıza Leonardo da Vinci gelecektir. Leonardo da Vinci, adaşı Leonardo Fibonacci'nin altın oranını ünlü Mona Lisa tablosunda kullanmıştır. Bu tablonun boyunun enine oranı altın orandır. Aynı oranlar Mona Lisa'nın yüzünün etrafına çizilen dikdörtgende de vardır.



Oğulcan Açıkgöz, 1995'te doğdu. Gaziantep Abdulkadir Konukoğlu Anadolu Öğretmen Lisesi 12. sınıf öğrencisi. TAMSAT-GENÇ Bilim Takımı üyesi. Matematik ve fiziğe karşı ilgi duyuyor. Web sayfasında popüler bilim yazıları yazıyor. Fotoğrafçılık, kısa film ve müzik ile ilgileniyor. İleride kuramsal astrofizikçi olmak istiyor.

Aslı Şensoy, 1987'de doğdu. Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünden 2008'de mezun oldu. On dokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesinde, Fen Eğitimi alanındaki yüksek lisansını 2012'de tamamladı. Gökbilime ilgi duyuyor. Voleybol ve müzik ile ilgileniyor.

Bu dikdörtgeni göz hizasında çizilen bir çizgiyle ikiye ayırırsanız, yine altın oranı elde ettiğinizi göreceksiniz.

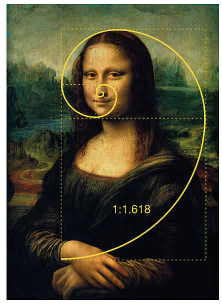
Satranç tahtasından asal sayılara doğru

Satrançla ilgili efsanelerden biri de bu oyunu Hindistanlı bir matematikçinin icat ettiği yönündedir. Matematikçimizin bulduğu satrancı çok beğenen hükümdar matematikçiye "dile benden ne dilersen" demiş. Matematikçi de hükümdardan ilk satranç karesine 1 pirinç tanesi , ikinci kareye 2, üçüncü kareye 4, dördüncü kareye 8, beşinci kareye 16 pirinç tanesi koymasını ve böylece her bir karedeki pirinç sayısının önceki karedeki pirinç sayısının 2 katı olacak şekilde devam etmesini istemiş.

Bu kadar basit bir istek karşısında önce çok şaşıran hükümdar başlamış pirinç tanelerini yerleştirmeye. İlk karelerde pirinçleri rahatlıkla yerleştirebiliyormuş, ancak karelerde ilerledikçe zorlanmaya başlamış. 16. kareye geldiğinde uşaklarından 1 kilo pirinç istemiş. İlerleyen karelerde ise uşaklar pirinci artık el arabaları ile getirmek zorunda kalmış. Sonuçta hükümdar son kare olan 64. kareye ulaşamamış. Daha sonra da servetinin yarısını matematikçiye vermek zorunda kalmış.

Bu deneyi bugün yapmaya karar vermiş olsak, 64. kareye ulaştığımızda toplam pirinç miktarı yaklaşık olarak son bin yılda üretilen pirinç miktarı kadar olacaktır.

Efsanemiz ile asal sayılar arasındaki ilişkiye gelelim. Yunanlı matematikçilerin asal sayıların sonsuza gittiğini ispatlamaya çalışmasından beri, matematikçiler çok büyük asal sayılar bulmak için formüller geliştirdi. Bu formüllerden birini de Fransız papaz Marin Mersenne geliştirdi. Mersenne, 17. yüzyılda sanki bir e-posta sunucusu gibiydi. Dünyanın dört bir yanından kendisine gelen mektupları inceliyor ve bu mektuplardaki fikirleri onları daha da geliştirebileceğini düşündüğü insanlara iletiyordu.



Mersenne'nin geliştirdiği formül, satranç tahtasında asal sayı kadar kare ilerlerseniz ve ilerlerken de karelerdeki pirinç sayısını toplarsanız bir asal sayı elde edeceğinizi söylüyordu. İlk asal sayı kadar gidersek 1+2=3 pirinç tanesi ile karşılaşırız ve bu bir asal sayıdır. Aynı şekilde beşinci kareye kadar ilerlersek 1+2+4+8+16=31 pirinç tanesi elde ederiz. Bu da bir asal sayıdır.

Mersenne bu yönteme gönülden bağlıydı, ama yöntem işe yaramadı. 11 bir asal sayıdır ve 11 kare ilerlersek 2047 pirinç tanesi sayarız. Ancak bu sayı 23 ile 89'un çarpımına eşittir ve asal sayı değildir. Formülün her zaman işe yaramadığı doğru, ama bazı büyük asal sayıların keşfedilmesine yardımcı olmuştur.

Asal bir hikâye

Doğada ve canlılarda asal sayılar ile ilişkili oluşumlara rastlamak ve bu oluşumların kusursuz biçimde işlediğini görmek ilginçtir. Biz de bu yazıyı yazarken doğadan ilham aldık, asal sayılarla inşa ettik!

Toplam paragraf sayısı, başlık sayısı, her başlıktaki kelime sayısı, her paragraftaki kelime sayısı, kullanılan görsel sayısı, noktalama işareti sayısı, yazıyı yazan kişi sayısı, yazının dergide kapladığı sayfa sayısı, kullandığımız toplam kaynak sayısı asal bir sayıya denk geliyor.

Kaynaklar
Herscovici, A., *Matematik Masalları*, Kırmızı Kedi Yayınevi, Mart 2012.
Du Sautoy, M., *Bir Asal Sayı Bir Kareköke Dedi ki*, Kırmızı Kedi Yayınevi, Haziran 2011.
Stewart, I., *Doğanın Sayıları*, İzdüşüm Yayınları, Kasım 2000.
http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/fibnat.html
http://monalisasecrets.com/fibonacci-mona-lisa/