



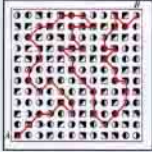
b) Burada durum farklıdır, as çekme olasılığınız 1. çekişte 48/52, ikinci çekişte 47/51, üçüncü çekişte 46/50, dördüncü çekişte 45/49 dir vb. 7 kartın da as olmama olasılığı:

$$p = \frac{48}{52} \cdot \frac{47}{51} \cdot \frac{46}{50} \cdot \frac{45}{49} = 0.55\%$$

1-0.55 = 0.45 olduğundan, %45 olasılıkla en az 1 as çekeceksiniz. Şansınız %50'nin altındadır, tekrar tekrar oynayınca uzun vadede kaybedeceğiniz kesindir, bu bahse girmemeniz gerekir.

Gördüğünüz gibi a ve b görünüşte benziyor, fakat as çekme olasılığınız ilkinde %54, diğerinde %45.

#### Zor Bir Yoleuluk



#### Bertrand Russell Paradoksı

a) B kümesi kendisini eleman olarak almıyorsa hata etmiştir; çünkü tanım gereği B

kümesinin elemanı olan kümeler kendilerinin elemanı olamazlar.

Diğer taraftan B kümesi kendisini eleman olarak içermiyorsa "B kümesi B kümesi dışındadır" demektir. Fakat B kümesi dışındaki bütün kümeler A kümesinin elemanıdır. O halde, B kümesi B kümesi dışındadır demek, B kümesi A kümesinin elemanıdır demektir. Ne var ki, tanım gereği A kümesinin elemanlarının kendilerini eleman olarak içermeleri gerekmektedir. Demek ki B kümesi kendisini eleman olarak içermelidir. Bir nevi B kümesi siyah olmalıdır dersek mantıken beyaz olmalıdır, beyaz olmalıdır dersek siyah olmalıdır sonucu çıkıyor. İşte buna paradoks denmektedir. Paradokslarda her iki yanıtta da doğru veya yanlış denebilir, karar verilemez. Sonuç yoktur.

b) a'ya beşer bir paradoks söz konusudur. KAIKK kendi adını listesine alırsa bir mantık hatası yapmış olacaktır; çünkü kendi adını içermeyen katalogları listelemektedir. KAIKK kendi adını listesine almazsa "kendi adını içermeyen katalog"lardan biri olacaktır, bu nedenle KAIKK kendi adını içermelidir. Sonuç: Karara varılamaz. Paradoks söz konusudur.

#### Sherlock Holmes Soruyor

4 olasılık var: DD- DY- YD- YY (D = doğru, Y = Yalan), En az 1 yalancı olduğundan DD olamaz. DY ve YD'de olamaz; çünkü 1. yalancı, 2. doğrucu ise, ikisi de cinayeti görmüş olur; 1. doğrucu, 2. yalancı ise ikisi de cinayeti görmemiş olur. Halbuki cinayeti yalnız bir kişinin gördüğünü söylemiştik. Demek ki YY'dir, ikisi de yalan söylemektedir; bahçıvan cinayeti görmüş; ahçı ise görmemiştir. Şimdi iş neden yalan söylediklerini anlamaya kalmıştır. Holmes'in bu gibi olgular için dostu Dr. Watson'a "It is elementary my dear" (Bu çok kolay bir şey dostum) demesi meşhurdur.

#### Hünerli Daire

Çizdiğiniz Euler'in ünlü 9 nokta dairedir. P, Q ve R üçgenin yüksekliklerinin ayaklarıdır. Daire, üçgenin merkezinden (üç yüksekliğin kesiştiği yer) üçgen tepelerine giden doğru parçalarını ortalara. Euler'den sonra bu çemberin üzerinde üçgenin 22 özel noktasının daha bulunduğu kanıtlandı. Bunları da siz araştırın, bulduklarınızı adınızla yayınlatabiliriz. Bunun için TÜBİTAK Kütüphanesi'ndeki 10 ciltlik Büyük

Matematik Ansiklopedisi'nden (Kluwer Academic, 1988, Hollanda) yararlanabilirsiniz.

#### Harita Boyama Problemi



Şekilde daha önce 5 renkle boyanmış harita anında, 4 renkle boyanabileceğini görüyorsunuz. Özel durumlar: Torus (simit) üzerindeki bir haritayı boyamak için 7 renk, Klein şişesi için (topolojik tek yüzeyli bir şişe) 6 renk, satranç tahtası için 2 renk, haneleri altıgen olan bir satranç tahtası ve 20 yüzü (icosahedron) için 3 renk yeterlidir.

#### Tiyatro Biletleri

İgor'un koltuğundan kalkmaması tabii ki ancak rastlantı sonucu kendi biletinin numarasına karşılık olan koltuğa oturmasıyla olasıdır. Bu olasılık  $1/(1/e) = 0.63$ 'tür (e, doğal logaritmanın tabanı, değeri 2.71). Bütün benzer problemlerde  $N \geq 10$  ise, yanıt N'den bağımsız ve aynıdır:  $p = 1/(1/e)$ . Örneğin vestiyerci kız, her gelene numarasına bakmaksızın şapkasını iade etse, bir adamın şans eseri kendi şapkasını giymesi olasılığı %63'tür. Bir sekreter hanım mektupları zarflara isme bakmaksızın koysa, bir kimsenin rastlantı sonucu kendi mektubunu alma olasılığı yine %63'tür. Gemiciler gemiye içkili gelip birbirlerinin ranzasına yatsalar, bir gemicinin kendi ranzasında yatma olasılığı %63'dür vb.

#### İki Demir Çubuk

İki demir çubuğu T harfi yapacak şekilde tütalın. Miknatsız çubukların tam orta noktasında miknatsızlık yoktur. Yatay demirin ortası, dikey demiri çekmezken, dikey demirin ucu yatay demirin ortasını şiddetle çekiyorsa dikey demir miknatsızdır. Miknatsız olan T'nin yatay kısmı ise, ne yatay demirin ortası, ne de dikey demirin ucu diğer çubuğu çeker.

#### Biraz Karışık

Eşinizin gidip gelme zamanı 10 dakika kısalmıştır. O halde gara varmadan  $10/2 = 5$  dakika önce size rastladı. Gara her zaman 17'de vardığına göre size 16.55'de rastladı. Siz 16.00'dan itibaren 55 dakika yürüdünüz. Otonun 5 dakikada alacağı yolu 55 dakikada aldınız. Demek ki otodan 11 kat daha yavaşınız; hızınız  $60/11 = 5.4$  km/saat idi.

#### Çakıl Yığm

1988 kümedeki 1987 çarpım  $1 \times 1, 1 \times 2, 1 \times 3, 1 \times 4, 1 \times 5, 1 \times 6, \dots, 1 \times 1987$  şeklindedir. Bunların toplamı 1'den 1987'e kadar olan sayıların toplamı demektir, bu işe aritmetik dizi kuralına göre  $1987 \times 1988/2 = 1975078$ 'dir.

#### İki Sayı

$x - y = k$  ve  $x/y = k$ 'dan  $y = k/k-1$  ve  $x = k^2/k-1$  bulunur. Örnek:  $5/4$  ve  $25/4$ .  $25/4 - 5/4 = 5$  ve  $(25/4) : (5/4) = 5$ . Bir diğeri  $9/8$  ve  $81/8$  vb.

#### Tuz ve Kar

Kar ve tuz  $\text{NaCl}$  2 / 1 oranında karıştırılırsa, sıcaklığı  $-21$  °C olan bir karışım elde edilir.

Üstüne tuz serpilmiş kar, kardan çok daha soğuktur. Arkadaşınızın ayağı çok daha üşür. Ayrancınıza buz atarken, tuz da atarsanız ayrılan daha da soğur. Suyun donma (= buzun erime) sıcaklığı normalde sıfır derece iken, şimdi  $-21$  °C olmuştur; bu nedenle kışın kar ve buz üstüne tuz dökülünce, bunlar katı halde kalamaz, erir.

#### İki Sarkaç

Ekvatorda  $g = 9.780$  m/sn<sup>2</sup>, Kutuplarda  $g = 9.832$  m/sn<sup>2</sup>dir. Uzunluklar eşit olduğundan  $T = 2\pi \sqrt{L/g}$  formülüne göre (sarkacın salınım formülü) g'nin büyümesi T'yi küçültür, T'nin küçülmesi frekansın artışı demektir. (T = periyot = sarkacın bir salınımı için geçen zaman; L = sarkacın uzunluğu; g = yerçekimi ivmesi; frekans = saniyedeki T sayısı).  $\text{Tekvator} / \text{T kutup} = \sqrt{9.832/9.780} = 1.002$ . Ekvatordaki sarkaç 1000 salınım yaparken kutuptaki 1002 salınım yapar. Kutba götürülen sarkaçlı saat hafifçe daha ileri gider.

#### Küçük Hanoi Kulesi

29 Hamle.

#### Yüzde Kaç

$x =$  kız sayısı,  $y =$  erkek sayısı.  $x.0.8 = y$ 'den  $x = 100/80 y = 1.25 y$ . Kızlar erkeklerin %125'idir, yani kızlar erkeklerin 1.25 katıdır. Örneğin bu sınıf 180 kişilik ise, 100 kız ve 80 erkek vardır.

#### Bir Savaş Problemi

3 top C veya B'dedir (5). O halde A'da 3 top olamaz ve B + C + D'de 9 top vardır (3). D'de 3 top olamaz (3 top C veya B'dedir); o halde B'de en az 4 top vardır (4). Demek ki 3 top C'dedir. B + C + D = 9 ise ve C = 3 ise B + D = 6'dır. O halde  $D < 6$ 'dır ve  $D < 2$  olamaz (1). B'de en az 4 top olduğundan D = 2 olduğu anlaşılır. O halde C = 3, B = 4, D = 2 ve A = 5'dir (2).

#### Düzenbaz Kuyumcu

1) 80 altın 3 gruba ayrılır: 26, 27, 27 ve 27 teraziye konur. Eşitseler hafif para (H) 26'lar arasında, eşit değilseler hafif kefededir. 2) H 26'lık gruptaysa 27'likten bir altın alınarak 26, 27'ye tamamlanır. 27 altın herbiri 9 altınlık 3 kümeye ayrılır. 9 ve 9 teraziye konur. Eşitseler H tartılmayan 9'da, eşit değilseler hafif kefededir. 3) H'yi içeren 9 altın 3'lük 3 kümeye ayrılır. 1 ve 2'deki yöntemle H'yi içeren 3'lük küme bulunur. 4) H'yi içeren 3 altın, herbiri 1 altınlık 3 kümeye ayrılır. 1, 2 ve 3'deki yöntemle H bulunur (kefeler eşitse kalan altın H'dir; bir kefe daha hafifse H, hafif kefedekidir).

#### Harita Katlama

Haritanın fotokopisini çekip kağıdın hem önüne, hem arkasına numara koyun. 1 no'lu karenin arkasına da 1, 2 no'lu karenin arkasına da 2 vb. yazın. Şekilde görüldüğü gibi katlayın (Sayıların sırası ve ters veya doğru olması aynen şekildedeki gibi olmalıdır). Ön yaprak 4, 7, 5, 6 oldu. (7, 4, 6, 5 değil). Şimdi ikiye katlayın, solda ters 2 ve sağda ters 3 var. 2 ve 3 yaprağını kaldırın ve altındaki 5 ve 6'yı görün. 5'i 6 üzerine bastırıp katlayın; şimdi sağda 4, solda 5 gördünüz, 4'ü 5 üzerine bastırıp katlayın ve 4 ve 5 içeren iki kareyi 3'ün altına sokun. 3'ü 2 ve 1'i 2 üzerine bastırın. Katlanma bitmiştir. Üstten alta 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8 sırası sağlanmıştı.



## Ağustos Ayı Ödüllü Bulmaca Yanıtı

Temmuz ayı dergisinde çıkan Ödüllü Bulmacayı doğru yanıtlayıp, çekiliş sonucu kitap kazananlar:

- Cavıt Nur/Karabük-Zonguldak
- Nuray Balaban/Paşabahçe-İstanbul
- Ercan Ülger/Abidinpaşa-Ankara
- Orhan Eren/Bartın
- Zuhal Çakoktas/Maltepe-Ankara
- K.İlhan Gündüz/İzmir
- Bilge Kırmızıoğlu/Ankara
- Reyhan Tükel/Kastamonu
- Jale Bakay/Urfa-İzmir
- T. Tezel/Bursa
- Ziya Akyıldız/Karaköy-İstanbul
- Mustafa Bülbül/Bakırköy-İstanbul
- Kenan Duman/Salihli-Manisa
- Remzi Özdemir/Çankırı
- M. Yaşar Terzi/Küçükçekmece-İstanbul

